

3.º TESTE DE MATEMÁTICA A – 10.º 11

3.º Período

09/02/17

Duração: 90 minutos

Nome:

N.º:

Classificação:

O professor:

VERSÃO 1

Grupo I

Na resposta a cada um dos itens deste grupo, seleccione a única opção correta.

Escreva, na folha de respostas:

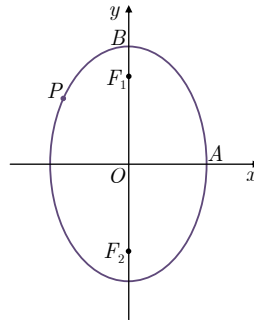
- o número do item;
- a letra que identifica a única opção escolhida.

Não apresente cálculos, nem justificações.

1. No referencial o.n. xOy da figura está representada uma elipse centrada na origem.

Sabe-se que:

- o ponto $A(2,0)$ é um vértice da elipse e pertence ao semieixo positivo Ox ;
- o ponto B é outro vértice da elipse e pertence ao semieixo positivo Oy ;
- F_1 e F_2 são os focos da elipse;
- P é um ponto da elipse.



Sabendo que $\overline{PF_1} + \overline{PF_2} = 6$, qual é a equação reduzida da elipse?

- (A) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ (B) $\frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{9} = 1$ (C) $\frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{4} = 1$ (D) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{6} = 1$

2. Um quadrado tem lado igual a $\sqrt[n]{9}$, com $n \in \mathbb{N} \wedge n > 1$.

Qual é a área desse quadrado?

- (A) $\sqrt{2}$ (B) $\sqrt{3}$ (C) $3^{\frac{4}{n}}$ (D) $3^{\frac{2}{n}}$

3. Considere, num plano munido de um referencial o.n. xOy , a reta r de equação $y = \frac{3}{4}x + 5$.

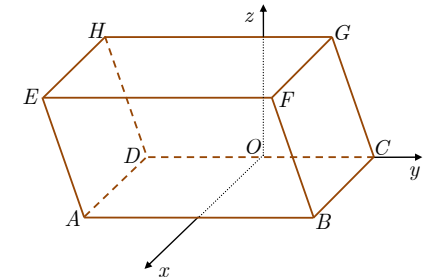
Qual das seguintes pode representar uma equação vetorial de r ?

- (A) $(x,y) = (5,0) + k(-4,-3), k \in \mathbb{R}$ (B) $(x,y) = (5,0) + k(3,4), k \in \mathbb{R}$
 (C) $(x,y) = (0,5) + k(-4,-3), k \in \mathbb{R}$ (D) $(x,y) = (0,5) + k(3,4), k \in \mathbb{R}$

4. Considere o prisma oblíquo $[ABCDEFGH]$ no referencial o.n. $Oxyz$ da figura do lado.

Sabe-se que:

- a face $[ABCD]$ está contida no plano xOy ;
- a face $[EFGH]$ está contida no plano de equação $z = 4$;
- a face $[DCGH]$ está contida no plano yOz ;
- a face $[ABFE]$ está contida no plano de equação $x = 3$;
- os vértices A e D têm ordenada -3 e os vértices B e C têm ordenada 3 .



- 4.1. Quais são as coordenadas do vetor $\overline{AB} + \overline{CB}$?

- (A) $(-2,-4,0)$ (B) $(-3,-6,0)$ (C) $(2,4,0)$ (D) $(3,6,0)$

- 4.2. Considere as seguintes proposições:

p : A aresta $[AB]$ está definida pela condição $x = 3 \wedge z = 0 \wedge -3 \leq y \leq 3$.

q : $F + \overline{BD} = G$.

r : $B + \overline{AE} + \overline{HD} = C$.

Qual é a proposição verdadeira?

- (A) $\sim p \vee r$ (B) $p \vee q$ (C) $\sim(\sim q \vee r)$ (D) $p \wedge q \wedge r$

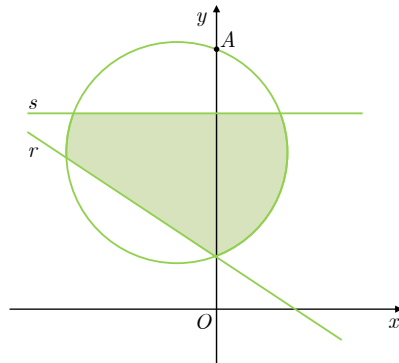
Grupo II

Nas respostas a cada um dos itens deste grupo apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.

Atenção: quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

1. Considere, no referencial o.n. xOy da figura:

- a circunferência de equação $(x + 1)^2 + (y - 4)^2 = 8$;
- a reta r de equação $(x, y) = (2, 0) + k(3, -2), k \in \mathbb{R}$;
- a reta s de equação $y = 5$;
- o ponto A , uma das interseções entre a circunferência e o eixo Oy e de ordenada superior a 5.



1.1. Determine, sem usar a calculadora, as coordenadas do ponto A .

1.2. Mostre que $y = -\frac{2}{3}x + \frac{4}{3}$ é a equação reduzida da reta r .

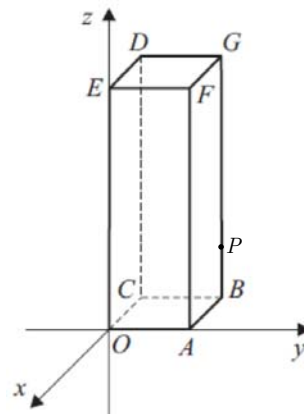
1.3. Defina por uma condição a zona colorida (incluindo a fronteira).

1.4. Determine para que valor de um número real não nulo a o ponto $P(5a + 2, a^2)$ pertence à reta r .

2. Na figura está representado, em referencial o.n. $Oxyz$, o prisma quadrangular regular $[OABCDEFG]$.

Sabe-se que:

- os pontos C , A e E pertencem aos eixos coordenados Ox , Oy e Oz , respetivamente;
- o ponto A tem coordenadas $(0, 2, 0)$;
- o plano OFB é definido pela equação $3x + 3y - z = 0$.



2.1. Mostre que a cota do vértice F é 6 e escreva um sistema de equações paramétricas que defina a reta AD .

2.2. Averigue se o ponto A pertence à reta r definida por $(x, y, z) = (4, 10, 8) + k(1, 2, -1), k \in \mathbb{R}$.

2.3. Considere os vetores $\vec{u}(2\sqrt{3}, -2\sqrt{3}, -6\sqrt{3})$, \vec{OG} e \vec{AP} , sendo P um ponto do segmento de reta $[BG]$.

Averigue se são colineares os vetores:

2.3.1. \vec{u} e \vec{OG} ;

2.3.2. \vec{OG} e \vec{AP} .

2.4. Admita que o plano de equação $z = 2$ interseja o prisma segundo uma secção $[QRST]$. Escreva a inequação reduzida da esfera tangente às faces do cubo $[OABCQRST]$.

2.5. Determine as coordenadas do vetor, de norma $\sqrt{50}$, com a mesma direção e sentido contrário de \vec{OD} .

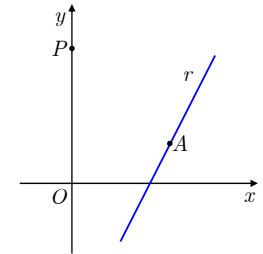
Adaptado do Exame Nacional de Matemática A, época especial de 2016

3. Resolva, sem usar a calculadora, o item 3.1. ou o item 3.2.

3.1. No referencial o.n. xOy da figura, estão representados:

- a reta r de equação $(x, y) = (2, 0) + k(1, 2), k \in \mathbb{R}$;
- o ponto A , pertencente à reta r e de ordenada 1;
- o ponto P , pertencente ao semieixo positivo Oy .

Determine a ordenada do ponto P sabendo que $\overline{AP} = \frac{7}{2}$.



Sugestão: comece por determinar a abcissa do ponto A .

3.2. Considere, num plano munido de um referencial o.n. $Oxyz$, a reta s definida pelo seguinte sistema de equações paramétricas:

$$\begin{cases} x = 1 + 4\lambda \\ y = (6 - \sqrt{2})\lambda, \lambda \in \mathbb{R} \\ z = -3 \end{cases}$$

Sabendo que, para um dado número real k , o vetor diretor de s é colinear com o vetor $\vec{u}(2k, 1, 0)$, determine k .

FIM

COTAÇÕES

Grupo I (40 pontos)	Cada resposta certa: 8	Cada questão errada, não respondida ou anulada: 0
------------------------	------------------------	---

Grupo II (160 pontos)	1.....59	2.....87	3.....14
	1.1.....14	2.1.....14	
	1.2.....14	2.2.....14	
	1.3.....14	2.3.1.....14	
	1.4.....17	2.3.2.....14	
	2.4.....14		
	2.5.....17		