



www.esfranco.edu.pt
(2016/2017)

1.º TESTE DE MATEMÁTICA A – 10.º 11

1.º Período

27/10/16

Duração: 90 minutos

Nome:

N.º:

Classificação:

O professor:

VERSÃO 1

Grupo I

Na resposta a cada um dos itens deste grupo, seleccione a única opção correta.

Escreva, na folha de respostas:

- o número do item;
- a letra que identifica a única opção escolhida.

Não apresente cálculos, nem justificações.

1. Após as eleições legislativas de outubro de 2015, houve um ex-governante que proferiu a seguinte afirmação:

«Se o PS não ganhou as eleições, logo não pode governar.»

Considere as seguintes proposições:

p : «O PS ganhou as eleições.»

g : «O PS pode governar.»

Qual das seguintes é uma proposição equivalente à afirmação do ex-governante?

- (A) $p \Rightarrow g$ (B) $\sim g \Rightarrow \sim p$ (C) $p \vee \sim g$ (D) $\sim p \wedge g$

2. Considere os seguintes conjuntos:

$$A = \{n \in \mathbb{N} : n \text{ é divisor de } 20\}$$

$$B = \{n \in \mathbb{N} : n \text{ é primo}\}$$

Qual é o conjunto $A \setminus B$?

- (A) $\{20\}$ (B) $\{10, 20\}$ (C) $\{2, 3, 10, 20\}$ (D) $\{1, 4, 10, 20\}$

3. Considere, em \mathbb{R} , as seguintes condições:

$$p(x) : x^3 + x^2 = x^3 + x^2 + 2 \quad q(x) : x^2 + 2 > 0 \quad r(x) : \frac{|x|}{2} \geq 0 \quad s(x) : \sqrt[3]{x} \in \mathbb{R}$$

São universais apenas as condições:

- (A) $p(x)$, $q(x)$ e $r(x)$; (B) $q(x)$, $r(x)$ e $s(x)$;
(C) $p(x)$ e $q(x)$; (D) $r(x)$ e $s(x)$.

4. Considere, em \mathbb{R}^- , as proposições seguintes.

$$p : n \text{ é um número par} \Rightarrow \sqrt[n]{x^n} = x$$

$$q : x < y \wedge n \text{ é um número par} \Rightarrow x^n < y^n$$

Conclui-se então que:

- (A) p e q são ambas falsas; (B) p e q são ambas verdadeiras;
(C) p é verdadeira e q é falsa; (D) p é falsa e q é verdadeira.

5. Dado $a \in \mathbb{R}^+$, pode-se concluir que $\sqrt[5]{a\sqrt{a^3}}$ é igual a:

- (A) $a^{\frac{1}{2}}$ (B) $a^{\frac{5}{2}}$ (C) $\sqrt[15]{a}$ (D) $\sqrt[5]{a^3}$

Grupo II

Nas respostas a cada um dos itens deste grupo apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.

Atenção: quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

1. Dadas duas proposições quaisquer p e q , mostre, usando uma tabela de verdade, que:

$$(q \Rightarrow \sim p) \wedge (\sim p \vee q) \Leftrightarrow \sim p$$

2. Chama-se **Tautologia** a uma proposição verdadeira quaisquer que sejam as proposições elementares que a constituem.

Dadas as proposições a e b , mostre, sem usar tabelas de verdade, que é uma tautologia a expressão proposicional seguinte:

$$(a \wedge b) \Rightarrow (a \vee (\sim a \wedge b))$$

3. Considere as seguintes proposições:

j : «A Ofélia jantou cedo»;

c : «A Ofélia bebeu café»;

t : «A Ofélia foi ver uma peça de teatro».

3.1. Traduza, para linguagem simbólica usando o símbolo de disjunção, a seguinte proposição:

«A Ofélia jantou cedo porque foi ver uma peça de teatro»

3.2. Traduza, para linguagem corrente, o contrarrecíproco da seguinte proposição:

$$\sim j \Rightarrow c$$

4. Considere os seguintes conjuntos de números reais.

$$A = \{x \in \mathbb{R} : 2x + 7 \geq 0\} \quad B = \{x \in \mathbb{R} : x^2 - 9 = 0\} \quad C =]-5, 5[$$

Defina, sob a forma de intervalo ou união de intervalo de números reais, os conjuntos:

4.1. $A \cup B$;

4.2. $\overline{A \cap C}$.

5. Sem usar a calculadora, escreva na forma $l^m \sqrt[n]{n}$, com $l, m, n \in \mathbb{N}$, os seguintes números:

5.1. $\frac{8}{\sqrt[3]{2}}$.

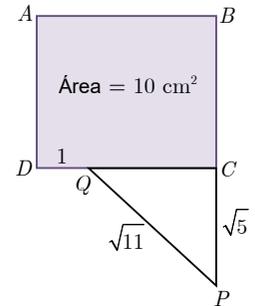
5.2. $6\sqrt[3]{40} + \sqrt[3]{135} - \frac{\sqrt[3]{10}}{4^{\frac{1}{6}}}$.

6. Considere o retângulo $[ABCD]$ e o triângulo $[CPQ]$, retângulo em C , da figura do lado.

Sabe-se que:

- a área do retângulo $[ABCD]$ é 10 cm^2 ;
- $\overline{CP} = \sqrt{5} \text{ cm}$;
- $\overline{QP} = \sqrt{11} \text{ cm}$;
- $\overline{DQ} = 1 \text{ cm}$;

Sem usar a calculadora, determine, com denominador racional, o valor exato de \overline{AD} (em centímetros).

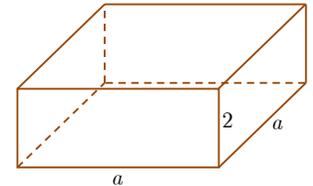


7. Na figura, está representado um prisma quadrangular regular de altura e aresta da base iguais, respetivamente, a 2 e a unidades de medida.

Sabe-se que o volume do prisma é igual a $28 + 8\sqrt{10}$ unidades cúbicas de medida.

Sem usar a calculadora, mostre que $a = 2 + \sqrt{10}$.

Sugestão: comece por mostrar que $a = \sqrt{14 + 4\sqrt{10}}$.



8. Resolva o item 8.1. ou o item 8.2.

8.1. Prove, por contrarrecíproco, a seguinte proposição:

Se $7n + 1$ é um número natural par, então n é um número ímpar.

8.2. Dados $n, m \in \mathbb{N}$, prove, utilizando as propriedades das operações com radicais e a definição de potência de expoente racional, que:

$$4^{\frac{m}{n}} \times 5^{\frac{m}{n}} = 20^{\frac{m}{n}}$$

FIM

COTAÇÕES

Grupo I (40 pontos)	Cada resposta certa: 8	Cada questão errada, não respondida ou anulada: 0
------------------------	------------------------	---------------------------------------------------

Grupo II (160 pontos)	1.....18	2.....18	3.....18 3.1...9 3.2...9	4.....26 4.1..13 4.2..13	5.....31 5.1..13 5.2..18	6.....18	7.....18	8.....13
--------------------------	----------	----------	--------------------------------	--------------------------------	--------------------------------	----------	----------	----------