Novo Espaço – Matemática, 9.º ano

Proposta de teste de avaliação [novembro – 2021]

Nome: ____

Ano / Turma: _________ **N.º:** _____ **Data:** ___ - ____ - ___

Caderno 1

(É permitido o uso de calculadora.)

O teste é constituído por dois cadernos (Caderno 1 e Caderno 2).

Utiliza apenas caneta ou esferográfica, de tinta azul ou preta.

É permitido o uso de calculadora no Caderno 1.

Não é permitido o uso de corretor. Deves riscar aquilo que pretendes que não seja classificado.

Para cada resposta, identifica o item.

Apresenta as tuas respostas de forma legível.

Apresenta apenas uma resposta para cada item.

O teste inclui um formulário e uma tabela trigonométrica.

As cotações dos itens de cada caderno encontram-se no final do respetivo caderno.

Formulário

Números e Operações

Valor aproximado de π (pi): 3,14159

Geometria e Medida

Áreas

Polígono regular: $\frac{\text{Perímetro}}{2} \times \text{apótema}$

Trapézio: $\frac{\text{Base maior} + \text{Base menor}}{2} \times \text{Altura}$

Superfície esférica: $4\pi r^2$, sendo r o raio da esfera

Superfície lateral do cone: $\pi r g$, sendo r o raio da base do cone e g a geratriz do cone

Volumes

Prisma e cilindro: $\text{Área da base} \times \text{Altura}$

Pirâmide e cone: $\frac{\text{Área da base} \times \text{Altura}}{3}$

Esfera: $\frac{4}{3}\pi r^3$, sendo r o raio da esfera

Trigonometria

Fórmula fundamental: $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

Relação da tangente com o seno e o cosseno: $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$

Álgebra

Fórmula resolvente de uma equação do segundo grau

da forma $ax^2 + bx + c = 0$: $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Tabela trigonométrica

Graus	Seno	Cosseno	Tangente
1	0,0175	0,9998	0,0175
2	0,0349	0,9994	0,0349
3	0,0523	0,9986	0,0524
4	0,0698	0,9976	0,0699
5	0,0872	0,9962	0,0875
6	0,1045	0,9945	0,1051
7	0,1219	0,9925	0,1228
8	0,1392	0,9903	0,1405
9	0,1564	0,9877	0,1584
10	0,1736	0,9848	0,1763
11	0,1908	0,9816	0,1944
12	0,2079	0,9781	0,2126
13	0,2250	0,9744	0,2309
14	0,2419	0,9703	0,2493
15	0,2588	0,9659	0,2679
16	0,2756	0,9613	0,2867
17	0,2924	0,9563	0,3057
18	0,3090	0,9511	0,3249
19	0,3256	0,9455	0,3443
20	0,3420	0,9397	0,3640
21	0,3584	0,9336	0,3839
22	0,3746	0,9272	0,4040
23	0,3907	0,9205	0,4245
24	0,4067	0,9135	0,4452
25	0,4226	0,9063	0,4663
26	0,4384	0,8988	0,4877
27	0,4540	0,8910	0,5095
28	0,4695	0,8829	0,5317
29	0,4848	0,8746	0,5543
30	0,5000	0,8660	0,5774
31	0,5150	0,8572	0,6009
32	0,5299	0,8480	0,6249
33	0,5446	0,8387	0,6494
34	0,5592	0,8290	0,6745
35	0,5736	0,8192	0,7002
36	0,5878	0,8090	0,7265
37	0,6018	0,7986	0,7536
38	0,6157	0,7880	0,7813
39	0,6293	0,7771	0,8098
40	0,6428	0,7660	0,8391
41	0,6561	0,7547	0,8693
42	0,6691	0,7431	0,9004
43	0,6820	0,7314	0,9325
44	0,6947	0,7193	0,9657
45	0,7071	0,7071	1,0000

Graus	Seno	Cosseno	Tangente
46	0,7193	0,6947	1,0355
47	0,7314	0,6820	1,0724
48	0,7431	0,6691	1,1106
49	0,7547	0,6561	1,1504
50	0,7660	0,6428	1,1918
51	0,7771	0,6293	1,2349
52	0,7880	0,6157	1,2799
53	0,7986	0,6018	1,3270
54	0,8090	0,5878	1,3764
55	0,8192	0,5736	1,4281
56	0,8290	0,5592	1,4826
57	0,8387	0,5446	1,5399
58	0,8480	0,5299	1,6003
59	0,8572	0,5150	1,6643
60	0,8660	0,5000	1,7321
61	0,8746	0,4848	1,8040
62	0,8829	0,4695	1,8807
63	0,8910	0,4540	1,9626
64	0,8988	0,4384	2,0503
65	0,9063	0,4226	2,1445
66	0,9135	0,4067	2,2460
67	0,9205	0,3907	2,3559
68	0,9272	0,3746	2,4751
69	0,9336	0,3584	2,6051
70	0,9397	0,3420	2,7475
71	0,9455	0,3256	2,9042
72	0,9511	0,3090	3,0777
73	0,9563	0,2924	3,2708
74	0,9613	0,2756	3,4874
75	0,9659	0,2588	3,7321
76	0,9703	0,2419	4,0108
77	0,9744	0,2250	4,3315
78	0,9781	0,2079	4,7046
79	0,9816	0,1908	5,1445
80	0,9848	0,1736	5,6713
81	0,9877	0,1564	6,3138
82	0,9903	0,1392	7,1154
83	0,9925	0,1219	8,1443
84	0,9945	0,1045	9,5144
85	0,9962	0,0872	11,4301
86	0,9976	0,0698	14,3007
87	0,9986	0,0523	19,0811
88	0,9994	0,0349	28,6363
89	0,9998	0,0175	57,2900

Na resposta aos itens de escolha múltipla, seleciona a opção correta.

Escreve na folha de respostas o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Caderno 1

(É permitido o uso de calculadora.)

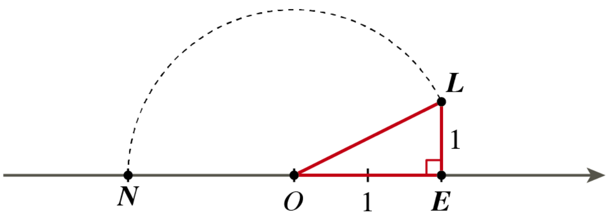
1. Considera o número irracional $-\sqrt{22}$.

De entre as seguintes opções, seleciona o número racional que é menor do que o número apresentado.

(A) $-\sqrt{22,09}$ **(B)** $-\frac{23}{5}$ **(C)** $-\frac{3\pi}{2}$ **(D)** $-\sqrt{23}$

2. Na figura está representada parte da reta numérica e nela assinalados os pontos N, O, E e L. Sabe-se que:

- 0 é a abcissa do ponto O;
- 2 é a abcissa do ponto E;
- o triângulo $[OEL]$ é retângulo em E;
- $\overline{EL}=1$ e $\overline{OL}=\overline{ON}$.



Qual dos seguintes números é a abcissa do ponto N, com arredondamento às centésimas?

(A) $-2,23$ **(B)** 2,24 **(C)** $-2,24$ **(D)** 2,23

3. Considera o intervalo de números reais $X=\left]\pi+\frac{3}{10}, 2\sqrt{3}\right]$.

Qual dos seguintes números pertence ao intervalo X?

(A) $\pi+\frac{3}{10}$ **(B)** 3,46 **(C)** 3,44 **(D)** 3,47

4. Considera os intervalos de números reais $M = \left[\frac{\pi}{2}, +\infty\right[$ e $N = \left]\frac{2\sqrt{7}}{3}, +\infty\right[$.

4.1. Escreve o conjunto $M \cap N$ na forma de um intervalo de números reais.

4.2. Indica o menor número inteiro que pertence ao conjunto $M \cup N$.

5. A Gabriela comprou, para oferecer à mãe no Natal, um candeeiro de mesa que é um aquário esférico, com 30 cm de diâmetro.

Determina, em litros, a capacidade do novo aquário da mãe da Gabriela.

Apresenta o resultado arredondado às unidades.

Se efetuares arredondamentos nos cálculos intermédios, conserva três casas decimais.

Nota: $1\ \text{dm}^3 = 1$ litro

6. As bolas da árvore de Natal da Rita foram personalizadas pela sua avó, utilizando uma técnica artesanal de *patchwork*.

Na figura ao lado podes observar uma das bolas de Natal, que foi forrada utilizando essa técnica.

Sabendo que a árvore de Natal tem 20 bolas esféricas com 6 cm de diâmetro cada uma, determina a área de superfície que, na totalidade, a avó da Rita forrou neste trabalho.

Apresenta o resultado arredondado às unidades.

Se efetuares arredondamentos nos cálculos intermédios, conserva três casas decimais.

FIM (Caderno 1)

Caderno 2

(Não é permitido o uso de calculadora.)

7. Presta atenção à seguinte notícia:

Óbidos Vila Natal atraiu 1,5 milhões de visitantes em 14 edições – e está de volta este ano

Óbidos volta este ano a ser a Vila Natal entre os dias 30 de novembro e 02 de janeiro, retomando o evento que nas primeiras 14 edições foi visitado por um milhão e meio de pessoas, divulgou hoje a câmara.

[…]

A maior pista de gelo natural de todas as edições, com 300 metros quadrados" é outra das novidades da 15.ª edição do evento, que este ano volta a contar com uma roda gigante à entrada da vila, uma rampa de gelo também de dimensão superior às das edições anteriores, um comboio de Natal que passará por um túnel com iluminação a simular o céu estrelado, um carrossel e outros equipamentos de diversão.

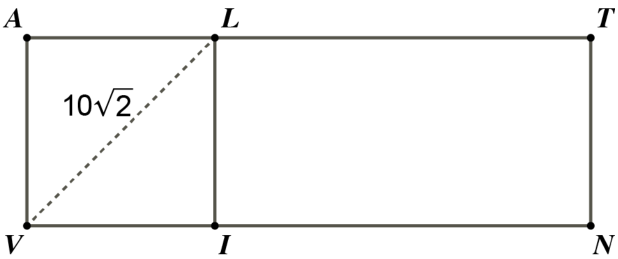
SAPO. Disponível em https://bit.ly/30GK0w0 [consult. 18 nov 2021]

7.1. Sabendo que, numa das edições do evento noticiado, o número de visitantes foi cerca de 10% do número total apresentado para as 14 emissões, determina o número de visitantes nessa edição. Apresenta o número em notação científica.

7.2. É habitual qua a pista de gelo natural seja retangular.

Considera que a pista de gelo deste ano tem $300\ \text{m}^2$ de área e é esquematizada pelo retângulo [*VNTA*] da figura ao lado.

O retângulo [*VNTA*] divide-se no quadrado [*VILA*] e no retângulo [*INTL*].



Determina as dimensões exatas da pista de gelo, sabendo que a diagonal do quadrado [*VILA*] mede $10\sqrt{2}$ m.

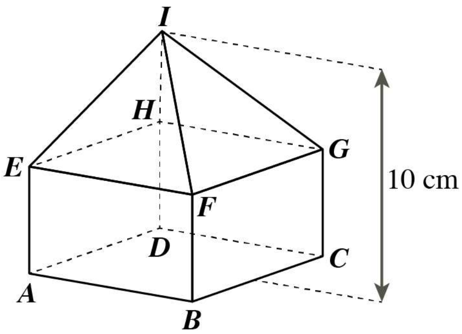
8. Resolve a inequação seguinte:

$$\frac{2-4x}{5} > 2(x-3)$$

Apresenta o conjunto-solução na forma de intervalo de números reais.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

9. Na figura seguinte podes observar uma caixa que será usada para enviar brindes de Natal aos clientes de uma empresa. Ao lado, está representado o modelo geométrico que serve de modelo dessa caixa.



O desenho não está feito à escala.

Sabe-se que:

- o modelo da caixa é constituído pelo prisma quadrangular regular [*ABCDEFGH*] e pela pirâmide quadrangular regular [*EFGHI*], cuja base coincide com a base superior do prisma;
- a área da base do prisma, [*ABCD*], é 64 cm^2;
- $\overline{AE} = \frac{1}{2}\overline{AB}$;
- a altura do modelo da caixa é igual a 10 cm.

9.1. Determina a distância do ponto *I* ao plano *EFG*.

9.2. Qual é a posição da reta *HD* relativamente ao plano *ABC* ?

(A) Concorrente oblíqua. **(B)** Estritamente paralela.

(C) Concorrente perpendicular. **(D)** Contida no plano.

9.3. Qual é a posição da reta *HG* relativamente à reta *AB* ?

(A) Concorrente oblíqua. **(B)** Estritamente paralela.

(C) Concorrente perpendicular. **(D)** Coincidente.

9.4. Qual é a posição do plano *EHI* em relação ao plano *ABC*?

FIM (Caderno 2)

Item							
Cotações (em pontos)							
1.	**2.**	**3.**	**4.1.**	**4.2.**	**5.**	**6.**	**Total**
5	5	5	6	6	7	6	**40**

Item							
Cotações (em pontos)							
7.1.	**7.2.**	**8.**	**9.1.**	**9.2.**	**9.3.**	**9.4.**	**Total**
8	12	12	10	5	5	8	**60**

Caderno 1

1. Opção **(A)**

$-\sqrt{22} \approx -4,69$

Das opções apresentadas, apenas são números racionais: $-\sqrt{22,09} = -4,7 < -\sqrt{22}$;

$-\dfrac{23}{5} = -4,6 > -\sqrt{22}$.

2. Opção **(B)**

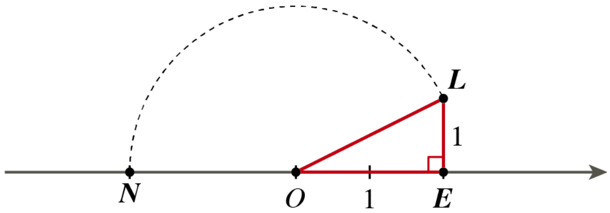
Pelo Teorema de Pitágoras: $\overline{OL}^2 = \overline{OE}^2 + \overline{EL}^2$

$\overline{OL}^2 = 2^2 + 1^2 \overset{\overline{OL}>0}{\Leftrightarrow}$

$\Leftrightarrow \overline{OL}^2 = 4 + 1 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \overline{OL} = \sqrt{5} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \overline{OL} \approx 2,24$



Logo, a abcissa do ponto *N*, com arredondamento às centésimas, é $-2,24$.

3. Opção **(B)**

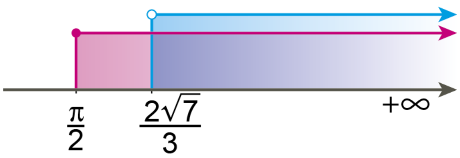
$X = \left]\pi + \dfrac{3}{10}, 2\sqrt{3}\right]$

$\pi + \dfrac{3}{10} \approx 3,4416$ e $2\sqrt{3} \approx 3,4641$

Logo, $\pi + \dfrac{3}{10} < 3,46 < 2\sqrt{3}$.

4.

4.1. $M \cap N = \left]\dfrac{2\sqrt{7}}{3}, +\infty\right[$. Repara que $\dfrac{\pi}{2} \approx 1,57$ e $\dfrac{2\sqrt{7}}{3} \approx 1,76$.



4.2. $M \cup N = \left[\dfrac{\pi}{2}, +\infty\right[$

Como $\dfrac{\pi}{2} \approx 1,57$, então o menor número inteiro que pertence ao conjunto $M \cup N$ é 2.

5. O raio do aquário é $(30:2)\text{ cm}=15\text{ cm}$.

$V=\frac{4}{3}\pi\times r^3=\frac{4}{3}\pi\times 15^3\text{ cm}^3\approx 14\,137{,}167\text{ cm}^3$

$14\,137{,}167\text{ cm}^3=14{,}137\,167\text{ dm}^3\approx 14\text{ L}$

Resposta: O novo aquário da mãe da Gabriela tem, aproximadamente, 14 litros de capacidade.

6. O raio de uma bola de Natal é $(6:2)\text{ cm}=3\text{ cm}$.

$A_{\substack{\text{superfície}\\\text{bola}}}=4\pi\times r^2=4\times\pi\times 3^2\text{ cm}^2\approx 113{,}097\text{ cm}^2$

$A_{\substack{\text{superfície}\\\text{20 bolas}}}=20\times 113{,}097\text{ cm}^2=2261{,}94\text{ cm}^2\approx 2262\text{ cm}^2$

Resposta: A avó da Rita forrou 2262 cm^2 de área de superfície, na totalidade deste trabalho.

Caderno 2

7.

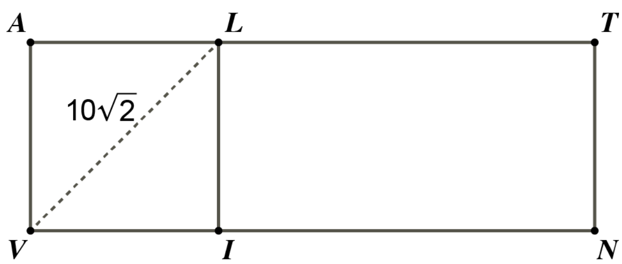
7.1. $10\%\times 1{,}5\times 10^6=0{,}1\times 1{,}5\times 10^6=0{,}15\times 10^6=1{,}5\times 10^{-1}\times 10^6=1{,}5\times 10^5$

Resposta: O número de visitantes foi $1{,}5\times 10^5$, nessa edição da Vila Natal de Óbidos.

7.2. Como [*VILA*] é um quadrado, então $\overline{VI}=\overline{IL}=x$.

Pelo Teorema de Pitágoras: $\overline{VL}^2=x^2+x^2$

$\left(10\sqrt{2}\right)^2=2x^2\Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow 100\times 2=2x^2\Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow \frac{200}{2}=x^2\Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow \sqrt{100}=x\Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow x=10$



Logo, $\overline{TN}=10\text{ m}$.

Como na notícia é referido que a área da pista de gelo é 300 m^2 e a largura, $\overline{TN}$, é igual a 10 m, então: $300=10\times\overline{VN}\Leftrightarrow\overline{VN}=\frac{300}{10}\Leftrightarrow\overline{VN}=30$, ou seja, $\overline{VN}=30\text{ m}$.

Resposta: As dimensões da pista de gelo são 10 metros por 30 metros.

8. $\frac{2-4x}{5} > 2(x-3) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \frac{2}{5} - \frac{4x}{5} > 2x - 6 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \frac{2}{5} - \frac{4x}{5} > \frac{10x}{5} - \frac{30}{5} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 2 - 4x > 10x - 30 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -4x - 10x > -30 - 2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -14x > -32 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x < \frac{32}{14} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x < \frac{16}{7}$

Resposta: $\text{C.S.} = \left]-\infty, \frac{16}{7}\right[$

9.

9.1. $A_{[ABCD]} = 64 \text{ cm}^2$, logo $\overline{AB} = \sqrt{64} \text{ cm} = 8 \text{ cm}$.

$\overline{AE} = \frac{1}{2} \times 8 \text{ cm} = 4 \text{ cm}$, ou seja, 4 cm.

Como a altura do modelo geométrico é 10 cm, então a distância do ponto *I* ao plano *EFG* é igual $(10-4) \text{ cm} = 6 \text{ cm}$.

Resposta: 6 cm

9.2. Opção **(C)**

9.3. Opção **(B)**

9.4. Os planos *EHI* e *ABC* são concorrentes oblíquos.