



www.esffranco.edu.pt
(2021/2022)

MINI TESTE DE MATEMÁTICA A – 12.º 18

3.º Período

04/05/2022

Duração: 60 minutos

Nome:

N.º:

Classificação:

--	--	--

O professor:

Na resposta aos itens, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias. Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

1. Uma empresa prevê que, se contratar x centenas de trabalhadores, os custos, em milhões de euros, irão ser dados pela função definida por $C(x) = 4 + \frac{x}{8} - \ln(4x+1)$, com $x \in [0, 20]$.

Determine quantos trabalhadores deve a empresa contratar de modo a minimizar os custos da empresa e o valor desses custos (em milhões de euros, arredondados às milésimas).

2. É dada a função h , de domínio \mathbb{R}^+ , definida por $h(x) = \ln^3(2x)$.

Estude a função h quanto à monotonia e quanto à existência de extremos relativos, e determine, caso existam, esses extremos.

Na sua resposta, apresente o(s) intervalo(s) de monotonia.

3. Seja f uma função duas vezes diferenciável em $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ e tal que $f'(x) = \frac{e^{8-2x}}{x}$.

3.1. Escreva a equação da reta tangente ao gráfico da função f no ponto de coordenadas $(4, -\frac{2}{5})$.

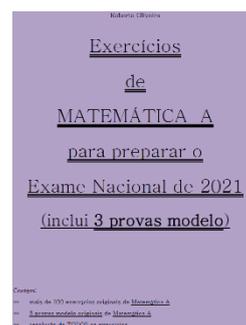
3.2. Estude a função f quanto ao sentido das concavidades e quanto à existência de pontos de inflexão do seu gráfico, indicando:

- o(s) intervalo(s) onde o gráfico de f tem a concavidade voltada para baixo;
- o(s) intervalo(s) onde o gráfico de f tem a concavidade voltada para cima;
- a(s) abcissa(s) do(s) ponto(s) de inflexão do gráfico de f , se existirem.

4. Dado $k > 0$, considere a função g , de domínio $]-\frac{1}{k}, +\infty[$, definida por $g(x) = \ln(kx+1)$.

Usando a definição de derivada num ponto, determine $g'(0)$.

FIM



COTAÇÕES

Item					
Cotação (em pontos)					
1.	2.	3.1.	3.2.	4.	
40	40	35	50	35	200

Formulário

Limites notáveis

$$\lim\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e \quad (n \in \mathbb{N})$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} x}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^p} = +\infty \quad (p \in \mathbb{R})$$

Regras de derivação

$$(u + v)' = u' + v'$$

$$(uv)' = u'v + uv'$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

$$(u^n)' = nu^{n-1}u' \quad (n \in \mathbb{R})$$

$$(\operatorname{sen} u)' = u' \cos u$$

$$(\cos u)' = -u' \operatorname{sen} u$$

$$(\operatorname{tg} u)' = \frac{u'}{\cos^2 u}$$

$$(e^u)' = u' e^u$$

$$(a^u)' = u' a^u \ln a \quad (a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\})$$

$$(\ln u)' = \frac{u'}{u}$$

$$(\log_a u)' = \frac{u'}{u \ln a} \quad (a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\})$$

