Novo Espaço – Matemática, 9.º ano

Proposta de teste de avaliação [novembro – 2018]

Nome: ____

Ano / Turma: _________ **N.º:** _____ **Data:** ___ - ____ - ___

O teste é constituído por dois cadernos (Caderno 1 e Caderno 2).

Utiliza apenas caneta ou esferográfica, de tinta azul ou preta.

É permitido o uso de calculadora no Caderno 1.

Não é permitido o uso de corretor. Deves riscar aquilo que pretendes que não seja classificado.

Para cada resposta, identifica o item.

Apresenta as tuas respostas de forma legível.

Apresenta apenas uma resposta para cada item.

O teste inclui um formulário e uma tabela trigonométrica.

As cotações dos itens de cada caderno encontram-se no final do respetivo caderno.

Formulário

Números

Valor aproximado de π (pi): 3,14159

Geometria

Áreas

Losango: $\dfrac{\text{Diagonal maior} \times \text{Diagonal menor}}{2}$

Trapézio: $\dfrac{\text{Base maior} + \text{Base menor}}{2} \times \text{Altura}$

Superfície esférica: $4\pi r^2$, sendo r o raio da esfera

Volumes

Prisma e cilindro: $\text{Área da base} \times \text{Altura}$

Pirâmide e cone: $\dfrac{\text{Área da base} \times \text{Altura}}{3}$

Esfera: $\dfrac{4}{3}\pi r^3$, sendo r o raio da esfera

Trigonometria

Fórmula fundamental: $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

Relação da tangente com o seno e o cosseno: $\tan x = \dfrac{\sin x}{\cos x}$

Tabela trigonométrica

Graus	Seno	Cosseno	Tangente
1	0,0175	0,9998	0,0175
2	0,0349	0,9994	0,0349
3	0,0523	0,9986	0,0524
4	0,0698	0,9976	0,0699
5	0,0872	0,9962	0,0875
6	0,1045	0,9945	0,1051
7	0,1219	0,9925	0,1228
8	0,1392	0,9903	0,1405
9	0,1564	0,9877	0,1584
10	0,1736	0,9848	0,1763
11	0,1908	0,9816	0,1944
12	0,2079	0,9781	0,2126
13	0,2250	0,9744	0,2309
14	0,2419	0,9703	0,2493
15	0,2588	0,9659	0,2679
16	0,2756	0,9613	0,2867
17	0,2924	0,9563	0,3057
18	0,3090	0,9511	0,3249
19	0,3256	0,9455	0,3443
20	0,3420	0,9397	0,3640
21	0,3584	0,9336	0,3839
22	0,3746	0,9272	0,4040
23	0,3907	0,9205	0,4245
24	0,4067	0,9135	0,4452
25	0,4226	0,9063	0,4663
26	0,4384	0,8988	0,4877
27	0,4540	0,8910	0,5095
28	0,4695	0,8829	0,5317
29	0,4848	0,8746	0,5543
30	0,5000	0,8660	0,5774
31	0,5150	0,8572	0,6009
32	0,5299	0,8480	0,6249
33	0,5446	0,8387	0,6494
34	0,5592	0,8290	0,6745
35	0,5736	0,8192	0,7002
36	0,5878	0,8090	0,7265
37	0,6018	0,7986	0,7536
38	0,6157	0,7880	0,7813
39	0,6293	0,7771	0,8098
40	0,6428	0,7660	0,8391
41	0,6561	0,7547	0,8693
42	0,6691	0,7431	0,9004
43	0,6820	0,7314	0,9325
44	0,6947	0,7193	0,9657
45	0,7071	0,7071	1,0000

Graus	Seno	Cosseno	Tangente
46	0,7193	0,6947	1,0355
47	0,7314	0,6820	1,0724
48	0,7431	0,6691	1,1106
49	0,7547	0,6561	1,1504
50	0,7660	0,6428	1,1918
51	0,7771	0,6293	1,2349
52	0,7880	0,6157	1,2799
53	0,7986	0,6018	1,3270
54	0,8090	0,5878	1,3764
55	0,8192	0,5736	1,4281
56	0,8290	0,5592	1,4826
57	0,8387	0,5446	1,5399
58	0,8480	0,5299	1,6003
59	0,8572	0,5150	1,6643
60	0,8660	0,5000	1,7321
61	0,8746	0,4848	1,8040
62	0,8829	0,4695	1,8807
63	0,8910	0,4540	1,9626
64	0,8988	0,4384	2,0503
65	0,9063	0,4226	2,1445
66	0,9135	0,4067	2,2460
67	0,9205	0,3907	2,3559
68	0,9272	0,3746	2,4751
69	0,9336	0,3584	2,6051
70	0,9397	0,3420	2,7475
71	0,9455	0,3256	2,9042
72	0,9511	0,3090	3,0777
73	0,9563	0,2924	3,2708
74	0,9613	0,2756	3,4874
75	0,9659	0,2588	3,7321
76	0,9703	0,2419	4,0108
77	0,9744	0,2250	4,3315
78	0,9781	0,2079	4,7046
79	0,9816	0,1908	5,1445
80	0,9848	0,1736	5,6713
81	0,9877	0,1564	6,3138
82	0,9903	0,1392	7,1154
83	0,9925	0,1219	8,1443
84	0,9945	0,1045	9,5144
85	0,9962	0,0872	11,4301
86	0,9976	0,0698	14,3007
87	0,9986	0,0523	19,0811
88	0,9994	0,0349	28,6363
89	0,9998	0,0175	57,2900

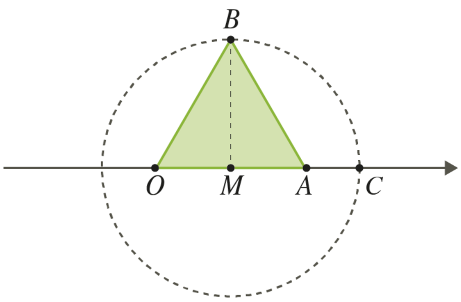
Na resposta aos itens de escolha múltipla, seleciona a opção correta.

Escreve na folha de respostas o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Caderno 1

(É permitido o uso de calculadora.)

1. Na figura estão representados a reta numérica de origem O, os pontos A e C pertencentes a essa reta e o triângulo equilátero $[OAB]$.



Sabe-se que:

. M é o ponto médio do segmento de reta $[OA]$;

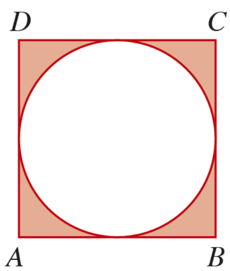
. o perímetro do triângulo $[OAB]$ é 18 cm;

. C é o ponto de interseção da circunferência de centro M e raio $\overline{MB}$ com a reta numérica e abcissa positiva.

A abcissa do ponto C pertence ao intervalo:

(A) $]6\ ,\ 8[$ **(B)** $\left]8\ ,\ \frac{41}{5}\right[$ **(C)** $\left]5\ ,\ \frac{26}{5}\right[$ **(D)** $\left]\frac{26}{5}\ ,\ \frac{11}{2}\right[$

2. Na figura está representada uma circunferência inscrita no quadrado $[ABCD]$ que tem 36 cm^2 de área.



Determina a área da região sombreada da figura.

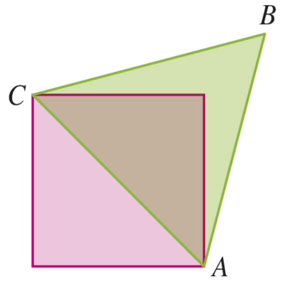
Apresenta o valor, em cm^2, arredondado às centésimas.

3. Considera os conjuntos:

$$A=\{x\in\mathbb{R}:\ 15-4x\le 1\}\quad \text{e}\quad B=\{x\in\mathbb{R}:\ 3x-\sqrt{5}<20\}$$

Representa em extensão o conjunto dos números naturais que pertencem ao conjunto $A\cap B$.

4. Na figura estão representados um quadrado e um triângulo equilátero.



Sabe-se que, fixada uma unidade, a medida da área do quadrado é 30.

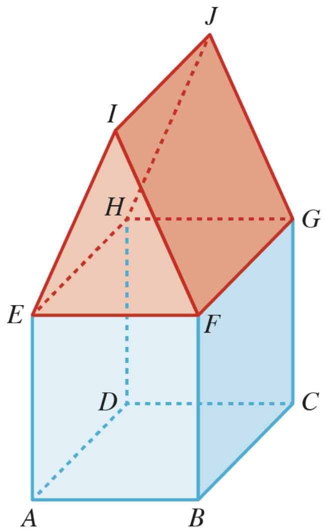
Seja P o perímetro do triângulo.

Indica qual das seguintes expressões é verdadeira.

(A) $23,24 < P < 23,25$ **(B)** $43 < P < 44$

(C) $23,23 < P < 23,24$ **(D)** $22 < P < 23$

5. Na figura está representado um sólido constituído por o paralelepípedo [*ABCDEFGH*] e o prisma triangular reto [*EFGHIJ*].



Fixada uma unidade, sabe-se que:

- $\overline{AB} = 6$;
- $\overline{BC} = 10$;
- $\overline{IF} = 7$;
- a medida da área da face [*BCGF*] é igual a 80.

5.1. Indica a posição da reta *JG* relativamente:

a) ao plano *FBC*;

b) ao plano *ABF*;

c) à reta *IF*;

d) à reta *BF*.

5.2. Determina a distância da reta *IJ* ao plano *ABC*.

Apresenta o resultado arredondado às centésimas.

FIM (Caderno 1)

Item									
Cotações (em pontos)									
1.	**2.**	**3.**	**4.**	**5.1. a)**	**5.1. b)**	**5.1. c)**	**5.1. d)**	**5.2.**	**Total**
8	8	10	8	2	2	2	2	8	**50**

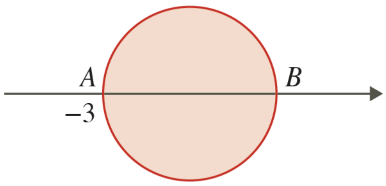
Caderno 2

(Não é permitido o uso de calculadora.)

6. Na figura estão representados uma reta numérica e o círculo de diâmetro [*AB*].

Sabe-se que:

- *A* e *B* são pontos da reta numérica;
- a área do círculo é 7π;
- a abcissa do ponto *A* é –3.



Qual é a abcissa do ponto *B*?

(A) $-3+\sqrt{7}$ **(B)** 11

(C) 4 **(D)** $-3+2\sqrt{7}$

7. Sejam *A* e *B* os conjuntos-solução, respetivamente, das inequações (I) e (II):

(I) $4-\left(\frac{3}{2}-2x\right)>x$ **(II)** $\frac{6-3x}{4}\geq 1-\frac{x}{2}$

Representa $A\cap B$ na forma de intervalo de números reais.

8. Os alunos de uma turma decoraram triângulos, em cartão, para colocarem numa árvore de Natal.

O triângulo [*ABC*] representa um desses cartões.

Sabe-se que:

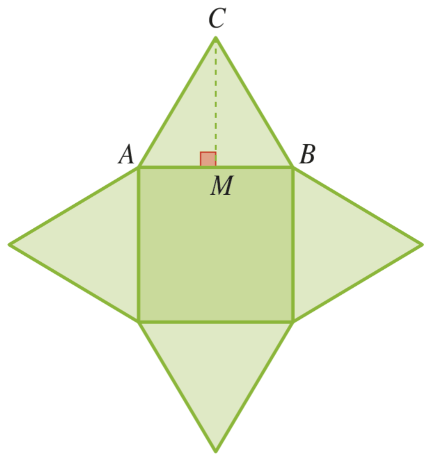
- $\overline{AB}=10\text{ cm}$;
- $\overline{AC}=\overline{BC}$;
- [*CM*] é a altura do triângulo relativamente a [*AB*];
- $\overline{BC}$ excede $\overline{CM}$ em 1 cm.

Determina a distância do ponto *C* à reta *AB*.

9. Na figura está representada a planificação de uma pirâmide quadrangular regular.

Sabe-se que:

- a base tem 36 cm^2 de área;
- $\overline{CM}$ é a altura do triângulo $[ABC]$;
- $\overline{CM} = 5\text{ cm}$.



Determina:

9.1. a área da superfície lateral da pirâmide;

9.2. o volume da pirâmide.

FIM (Caderno 2)

Item					
Cotações (em pontos)					
6.	**7.**	**8.**	**9.1.**	**9.2.**	**Total**
8	14	10	8	10	**50**

Caderno 1

1. Atendendo a que o triângulo $[OAB]$ é equilátero, $\overline{MB}$ é uma altura do triângulo.

$\overline{OA} = \overline{OB} = \dfrac{18}{3} = 6$ cm e $\overline{OM} = \dfrac{\overline{OA}}{2} = 3$ **cm.**

Pelo Teorema de Pitágoras:

$\overline{OB}^2 = \overline{MB}^2 + \overline{OM}^2 \Leftrightarrow 6^2 = \overline{MB}^2 + 3^2 \Leftrightarrow \overline{MB}^2 = 27$

Sendo $\overline{MB} = \sqrt{27}$, $\overline{OC} = \overline{OM} + \overline{MC}$ e $\overline{MC} = \overline{MB}$, conclui-se que:

$\overline{OC} = 3 + \sqrt{27} \approx 8{,}196$

Então, a abcissa do ponto C pertence ao intervalo $\left]8\,,\,\dfrac{41}{5}\right[$.

Resposta: **(B)** $\left]8\,,\,\dfrac{41}{5}\right[$

2. Como $\overline{AB}^2 = 36$, então $\overline{AB} = \sqrt{36} = 6$.

Sendo r o raio da circunferência, tem-se $r = \dfrac{\overline{AB}}{2} = 3$.

A área da região sombreada da figura é a diferença entre as áreas do quadrado e a do círculo. Designando por S essa área:

$S = 36 - \pi \times 3^2 = 36 - 9\pi \approx 7{,}73\ \text{cm}^2$

Resposta: A área da região sombreada da figura é, aproximadamente, 7,73 cm^2.

3. $A = \{x \in \mathbb{R} :\ 15 - 4x \leq 1\}$ e $B = \{x \in \mathbb{R} :\ 3x - \sqrt{5} < 20\}$

$15 - 4x \leq 1 \Leftrightarrow -4x \leq -14 \Leftrightarrow x \geq \dfrac{14}{4} \Leftrightarrow x \geq \dfrac{7}{2} \Leftrightarrow x \geq 3{,}5$

$3x - \sqrt{5} < 20 \Leftrightarrow 3x < 20 + \sqrt{5} \Leftrightarrow x < \dfrac{20 + \sqrt{5}}{3}$

$A \cap B = \left[\dfrac{7}{2}\,,\,\dfrac{20 + \sqrt{5}}{3}\right[$

Atendendo a que $\dfrac{20 + \sqrt{5}}{3} \approx 7{,}412$ (valor arredondado), conclui-se que $x \in \{4, 5, 6, 7\}$.

Resposta: $\{4, 5, 6, 7\}$

4. Seja a o lado do quadrado.

$a^2 = 30$

Pelo Teorema de Pitágoras:

$\overline{AC}^2 = a^2 + a^2 \Leftrightarrow \overline{AC}^2 = 30 + 30 \Leftrightarrow \overline{AC}^2 = 60$

Então, $\overline{AC} = \sqrt{60}$.

$P = 3\sqrt{60} \approx 23,2379$

Resposta: Opção (**C**) $23,23 < P < 23,24$

5.

5.1. **a)** A reta *JG* é secante ao plano *FBC*.

b) A reta *JG* é paralela ao plano *ABF*.

c) As retas *JG* e *IF* são paralelas.

d) As retas *JG* e *BF* são não complanares.

5.2. A distância da reta *IJ* ao plano *ABC* é igual à distância de um ponto da reta ao plano.

Seja h a altura do triângulo [*EFI*] relativamente a [*EF*].

$\overline{EF} = \overline{AB} = 6$

$h^2 + 3^2 = 7^2 \Leftrightarrow h^2 = 49 - 9 \Leftrightarrow h^2 = 40$, pelo que $h = \sqrt{40}$.

$$\overline{BF} = \frac{80}{\overline{\overline{BC}}} = \frac{80}{10} = 8$$

A distância do ponto *I* ao plano *ABC* é: $\overline{BF} + h = 8 + \sqrt{40} \approx 14,32$.

Resposta: A distância da reta *IJ* ao plano *ABC* é, aproximadamente, 14,32.

FIM (Caderno 1)

Caderno 2

(Não é permitido o uso de calculadora.)

6. Seja r o raio do círculo.

$\pi r^2 = 7\pi \Leftrightarrow r^2 = 7$, logo $r = \sqrt{7}$.

Seja b a abcissa do ponto B.

$b = -3 + 2\sqrt{7}$

Resposta: **(D)** $-3 + 2\sqrt{7}$

7. $4 - \left(\frac{3}{2} - 2x\right) > x \Leftrightarrow 4 - \frac{3}{2} + 2x > x \Leftrightarrow 8 - 3 + 4x > 2x \Leftrightarrow 2x > -5 \Leftrightarrow x > -\frac{5}{2}$

$A = \left]-\frac{5}{2}, +\infty\right[$

$\frac{6-3x}{4} \geq 1 - \frac{x}{2} \Leftrightarrow 6 - 3x \geq 4 - 2x \Leftrightarrow -x \geq -2 \Leftrightarrow x \leq 2$

$B = \left]-\infty\,,\ 2\right]$

$A \cap B = \left]-\frac{5}{2}\,,\ 2\right]$

8. A distância de C à reta AB é dada por $\overline{CM}$, uma vez que $[CD]$ é a altura do triângulo relativa ao lado $[AB]$ e, por isso, perpendicular a AB.

Considerando $\overline{CM} = x$, tem-se $\overline{BC} = x + 1$.

$\overline{CM}^2 + \overline{MB}^2 = \overline{BC}^2 \Leftrightarrow x^2 + 5^2 = (x+1)^2 \Leftrightarrow x^2 + 5^2 = (x+1)^2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x^2 + 25 = x^2 + 2x + 1 \Leftrightarrow 24 = 2x \Leftrightarrow x = 12$

Resposta: A distância do ponto C à reta AB é 12 cm.

9.

9.1. Como $\overline{AB}^2 = 36$ tem-se $\overline{AB} = 6$.

Representando a área da superfície lateral da pirâmide por S, obtém-se:

$S = 4 \times \frac{\overline{AB} \times \overline{CM}}{2} = 4 \times \frac{6 \times 5}{2} = 60\,\text{cm}^2$

Resposta: A área da superfície lateral da pirâmide é 60 cm^2.

9.2. Seja h a altura da pirâmide.

Pelo Teorema de Pitágoras:

$h^2 + \left(\frac{\overline{AB}}{2}\right)^2 = \overline{CM}^2 \Leftrightarrow h^2 + 3^2 = 5^2 \Leftrightarrow h^2 = 16$, pelo que $h = 4$.

Seja V o volume da pirâmide.

$V = \frac{1}{3} \times 36 \times 4 = 48\,\text{cm}^3$

Resposta: O volume da pirâmide é $48\ \text{cm}^3$.

FIM (Caderno 2)