Escola Secundária de Francisco Franco
www.esffranco.edu.pt
(2025/2026)

2.º TESTE DE MATEMÁTICA A – 12.º 5

1.º Período

19/11/2025

Duração: 90 minutos

Nome: N.º:

Classificação: , O professor:

Na resposta aos itens de escolha múltipla, selecione a opção correta. Escreva na folha de respostas o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Na resposta aos restantes itens, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias. Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

---

1. Seja E, conjunto finito, o espaço amostral associado a uma experiência aleatória e sejam A e B dois acontecimentos possíveis ($A \subset E$, $B \subset E$ e $A, B \neq \emptyset$).

Considere um saco com bolas azuis, indistinguíveis ao tato, numeradas com um número natural.

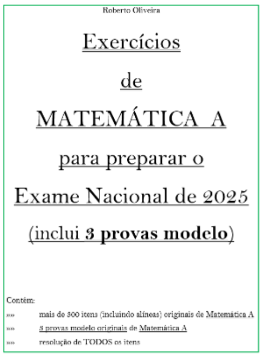
Extrai-se, ao acaso, uma bola do saco.

Sabe-se que:

- a probabilidade de a bola ser azul é $\frac{1}{3}$;
- a probabilidade de a bola ter um número par é $\frac{3}{4}$;
- a probabilidade de a bola ser azul ou ter um número par é $\frac{5}{6}$.

Qual é a probabilidade de a bola não ser azul ou não ter um número par?

(A) $\frac{1}{4}$ **(B)** $\frac{3}{4}$ **(C)** $\frac{1}{6}$ **(D)** $\frac{2}{3}$



2. **2.1.** Seja E, conjunto finito, o espaço amostral associado a uma experiência aleatória e sejam A e B dois acontecimentos possíveis ($A \subset E$, $B \subset E$ e $A, B \neq \emptyset$).

Sabendo que $P(B|A) = 2P(A|B)$, mostre que $P\left(\bar{A} \cup \bar{B}\right) + 2P(A) \times P(A|B) = 1$.

2.2. Realizou-se um torneio internacional de futebol para crianças, onde foi possível apurar que:

- 60% das equipas foram patrocinadas pela Ardidas;
- de entre as equipas patrocinadas pela Ardidas, 35% eram da Europa;
- de entre as equipas da Europa, 70% eram patrocinadas pela Ardidas.

Escolhe-se, ao acaso, uma das equipas do torneio.

Determine a probabilidade de ela ser uma equipa europeia mas não patrocinada pela Ardidas.

Apresente o resultado na forma de percentagem.

Nota: Se o desejar, utilize a igualdade referida em **2.1.**. Neste caso, deverá começar por caracterizar claramente os acontecimentos A e B, no contexto da situação apresentada.

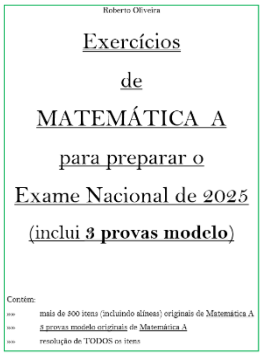
3. Dado um conjunto finito E, espaço amostral associado a uma experiência aleatória, sejam A e B dois acontecimentos possíveis ($A \subset E$ e $B \subset E$).

Sabe-se que:

- $P(A \cup B) = \frac{1}{2}$;
- $P(A) = \frac{1}{3}$;
- $P(A|B) = P(A)$.

Qual é o valor de $P(B)$?

(A) $\frac{1}{3}$ **(B)** $\frac{2}{3}$ **(C)** $\frac{1}{6}$ **(D)** $\frac{1}{4}$



4. Considere um dado cúbico equilibrado com as faces numeradas de 1 a 6.

Lança-se esse dado cinco vezes e regista-se o número da face que ficou voltada para cima em cada lançamento.

Determine a probabilidade de esse número ter exatamente três algarismos iguais a 6 e a soma dos cinco algarismos ser igual a 22.

Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

5. Uma escola forma nadadores-salvadores.

5.1. Seis mulheres e cinco homens nadadores-salvadores dispõem-se, ao acaso, lado a lado para uma fotografia.

Qual é a probabilidade de haver mulheres nos extremos?

(A) $\frac{1}{55}$ **(B)** $\frac{3}{55}$ **(C)** $\frac{3}{11}$ **(D)** $\frac{1}{11}$

5.2. Alguns nadadores-salvadores trabalham numa certa praia, onde se sabe que:

- o número de banhistas que levam lanche para a praia é o quádruplo do número de banhistas com crianças;
- o número de banhistas que levam lanche para a praia ou que estão com crianças é o quintúplo do número de banhistas que levam lanche para a praia e que estão com crianças.

Seleciona-se, ao acaso, um dos banhistas que levam lanche para a praia.

Determine a probabilidade de ele não estar com crianças.

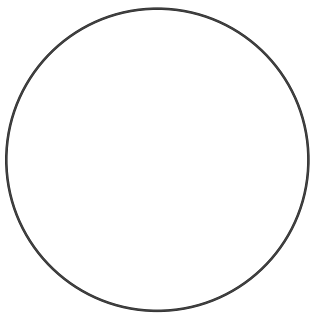
Apresente o resultado na forma de percentagem, arredondada às unidades.

6. Assinalam-se, numa circunferência, 100 pontos vermelhos e verdes, sendo o número de pontos verdes superior ao de pontos vermelhos.

Considere todos os segmentos de reta distintos que são possíveis definir com todos os 100 pontos assinalados na circunferência.

Sabe-se que a probabilidade de o segmento conter dois pontos de cores diferentes é igual a $\frac{14}{33}$.

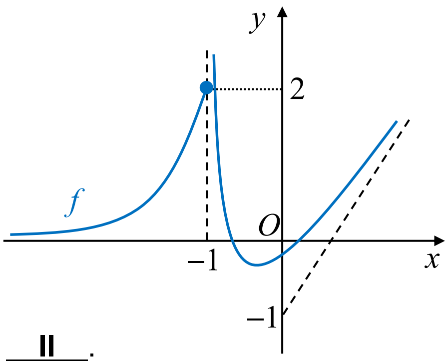
Determine o número de pontos verdes.



7. Considere a função *f*, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $f(x)=\begin{cases} \dfrac{6x+12}{x^3+8} & \text{se } x<-2 \\ \dfrac{1}{2} & \text{se } x=-2 \\ \dfrac{\sqrt{x+3}-1}{x+2} & \text{se } x>-2 \end{cases}$.

Sem recorrer à calculadora, mostre que a função *f* é contínua em $x=-2$.

8. Considere, na figura, parte do gráfico da função *f*, de domínio $\mathbb{R}$ e contínua em $\mathbb{R}\backslash\{-1\}$, juntamente com as suas três assíntotas, de equações $x=-1$, $y=0$ e $y=\frac{3}{2}x-1$.



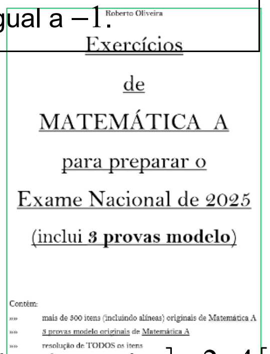
Complete o texto seguinte, selecionando a opção correta para cada espaço, de acordo com as condições dadas.

Escreva, na folha de respostas, apenas cada um dos números, **I**, **II**, **III** e **IV**, seguido da opção, **a)**, **b)** ou **c)**, selecionada. A cada espaço corresponde uma só opção.

O valor de $\lim\limits_{x\to -1^-}\left(\frac{1}{f}\right)(x)$ é **__I__** e o valor de $\lim\limits_{x\to -1^+}\left(\frac{1}{f}\right)(x)$ é **__II__**.

Quanto ao valor de $\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{f(x)}{x}$, **__III__** e quanto ao valor de $\lim\limits_{x\to +\infty}\left(f(x)-\frac{3}{2}x\right)$, **__IV__**.

I	II	III	IV
a) 0 **b)** $\frac{1}{2}$ **c)** $+\infty$	**a)** 0 **b)** $\frac{1}{2}$ **c)** $+\infty$	**a)** não existe; **b)** é igual a 0; **c)** é igual a -1.	**a)** não existe; **b)** é igual a 0; **c)** é igual a -1.



9. Seja h a função, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $h(x)=2x^3-6x^2-8x+10$.

Considere a equação $h(x)=-3$.

9.1. Recorra ao teorema de Bolzano-Cauchy para provar que a equação anterior é possível no intervalo $]-2,4[$.

9.2. Sabe-se que a equação anterior tem algumas soluções.
Utilizando a calculadora gráfica, determine a diferença entre a maior e a menor soluções.
Na sua resposta:

- reproduza, num referencial, o(s) gráfico(s) da(s) função(ões) que visualizar na calculadora, devidamente identificado(s);
- apresente as soluções pedidas com arredondamento às centésimas;
- apresente o valor pedido arredondada às décimas.

9.3. Qual das seguintes representa uma equação da reta tangente ao gráfico de h no ponto de abcissa 1?

(A) $y=-\frac{1}{14}x+16$ **(B)** $y=-\frac{1}{14}x+12$ **(C)** $14x+y-16=0$ **(D)** $14x+y-12=0$

10. Considere a função g, de domínio $\left]-\infty, \frac{5}{3}\right[$, definida por $g(x)=\frac{\sqrt{4x^2+1}}{3x-5}$.

Sem usar a calculadora, estude o gráfico de g quanto à existência de assíntota(s) paralela(s) ao(s) eixo(s) e, caso exista(m), escreva a(s) sua(s) equação(ões).

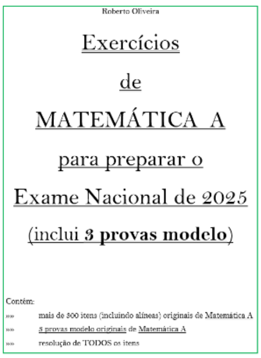
11. Seja a um número real tal que $0<a<2$ e sejam f e g duas funções contínuas em $[0,a]$.

Sabe-se que:

- $f(0)=2$;
- $f(a)=0$;
- $g(x)+f(x)=a$.

Prove que a função g tem pelo menos um zero em $[0,a]$.

FIM



COTAÇÕES

Item														
Cotação (em pontos)														
1.	**2.1.**	**2.2.**	**3.**	**4.**	**5.1.**	**5.2.**	**6.**	**7.**	**8.**	**9.1.**	**9.2.**	**9.3.**	**10.**	**11.**	
8	16	16	8	16	8	16	16	16	8	16	16	8	16	16	**200**