



www.esffranco.edu.pt
(2021/2022)

5.º TESTE DE MATEMÁTICA A – 12.º 6

3.º Período

27/05/2022

Duração: 90 minutos

Nome:

N.º:

Classificação:

--	--	--

O professor:

Na resposta aos itens de escolha múltipla, selecione a opção correta. Escreva na folha de respostas o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Na resposta aos restantes itens, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias. Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

1. Um stande possui 20 motas em promoção.

Sabe-se que:

- 60% das motas são de marcas japonesas;
- 30% das motas são elétricas;
- de entre as marcas japonesas, $\frac{1}{3}$ são elétricas.



Vão ser colocadas, ao acaso, 6 motas na frente do stande (de entre as 20).

Determine a probabilidade de haver duas motas de marcas japonesas nos extremos.

Apresente o resultado na forma de dízima, arredondado às centésimas.

2. No plano complexo da figura, está representada, no segundo quadrante, a imagem geométrica do número complexo w .

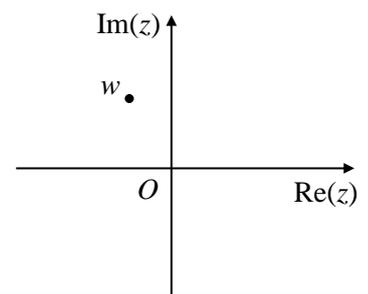
Qual é o número complexo que pode ser igual ao conjugado de w ?

(A) $2e^{-i\frac{3\pi}{5}}$

(B) $2e^{i\frac{3\pi}{5}}$

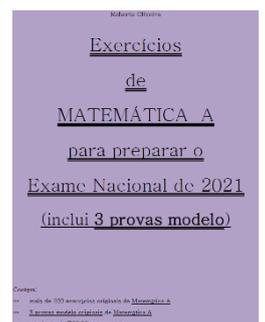
(C) $\sqrt{5}e^{-i\frac{11\pi}{6}}$

(D) $\sqrt{5}e^{i\frac{11\pi}{6}}$

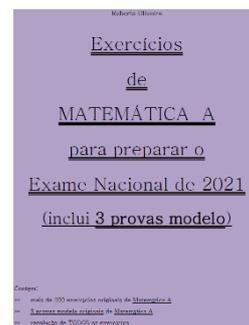


3. Em \mathbb{C} , conjunto dos números complexos, seja $z = \frac{5-j^{279}}{\sqrt{2}e^{-i\frac{5\pi}{4}}}$.

Determine, sem recorrer à calculadora, o número z na forma algébrica.



4. No conjunto dos números complexos \mathbb{C} , sabe-se que o número $k + 2ki$ é uma das raízes quadradas do número complexo $-27 + 36i$, sendo k um número real.
Determine, sem recorrer à calculadora, o(s) valor(es) de k .
5. Considere, no conjunto dos números complexos \mathbb{C} , os números $z_1 = 8 + i$ e $z_2 = -4i$.
Considere outro número complexo, $w = 1 + bi$, sendo b um número real.
Determine b de modo que se tenha $|w - z_1| = |w - z_2|$.
6. Considere, em \mathbb{C} , a condição $\frac{\operatorname{Re}(z)}{\operatorname{Im}(z)+2} = 1$.
No plano complexo, o conjunto de pontos definido por esta condição representa (exceto num ponto):
(A) o eixo real;
(B) o eixo imaginário;
(C) uma reta paralela à bissetriz dos quadrantes pares;
(D) uma reta paralela à bissetriz dos quadrantes ímpares.
7. Seja f a função, de domínio $]-4, +\infty[$, definida por $f(x) = \ln^2(x+4)$.
- 7.1. Qual é o declive da reta tangente ao gráfico de f no ponto de abscissa $e - 4$?
(A) $\sqrt{e} - 1$ **(B)** $2\sqrt{e} - 1$ **(C)** $\frac{2}{e}$ **(D)** $\frac{4}{e}$
- 7.2. Considere agora a função g , de domínio $]0, 2]$, definida por $g(x) = \frac{f(x)}{x}$.
O gráfico da função g interseca a reta de equação $y = 2$ no ponto P .
Recorrendo à calculadora gráfica, determine \overline{OP} .
Na sua resposta, deve:
- reproduzir, num referencial, o gráfico da função ou os gráficos das funções que tiver necessidade de visualizar na calculadora, devidamente identificados;
 - assinalar o ponto P e indicar a sua abscissa com, pelo menos, duas casas decimais;
 - determinar o valor pedido, arredondado às centésimas.
8. Num certo dia, a Eufrásia esteve doente e tomou, às 8 horas da manhã, um medicamento cuja concentração $c(t)$ no sangue, em mg/l , t horas após o medicamento ter sido ministrado, é dada por $c(t) = t^2 e^{-0,45t}$, com $t \geq 0$.
- 8.1. Qual foi, em mg/l e arredondado às centésimas, a concentração de medicamento no sangue da Eufrásia às 10 horas e 30 minutos desse dia?
(A) 0,98 **(B)** 1,88 **(C)** 1,95 **(D)** 2,03
- 8.2. Determine, sem recorrer à calculadora, a que horas se verificou a concentração máxima no sangue da Eufrásia.
Apresente o resultado em horas e minutos, arredondando estes às unidades.
Sempre que proceder a arredondamentos, use, pelo menos, duas casas decimais.

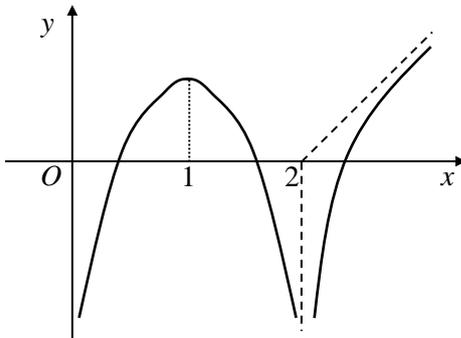


9. De uma função g , diferenciável em $\mathbb{R}^+ \setminus \{2\}$, sabe-se que:

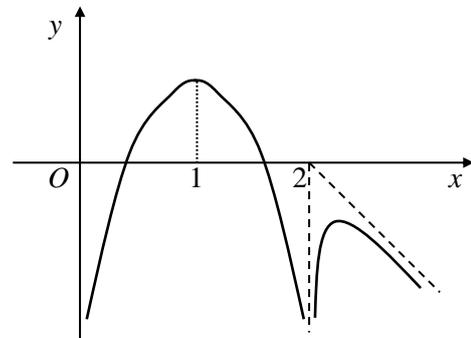
- $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = -\infty$;
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g(x)}{x} = 1$;
- $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{g(x) - g(1)}{x - 1} = 0$.

Em qual das seguintes opções pode estar representada parte do gráfico da função g ?

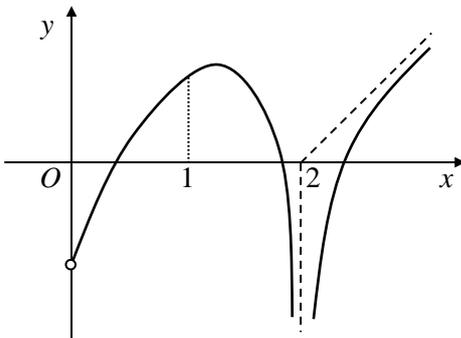
(A)



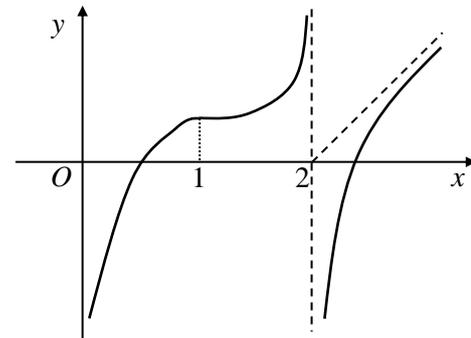
(B)



(C)



(D)



10. Seja h a função definida em $]-\frac{\pi}{2}, 0[$ por $h(x) = x^2 + 2x - \cos(2x)$.

Estude a função h quanto ao sentido das concavidades e quanto à existência de pontos de inflexão do seu gráfico.

Na sua resposta, apresente:

- o(s) intervalo(s) onde o gráfico de h tem a concavidade voltada para baixo;
- o(s) intervalo(s) onde o gráfico de h tem a concavidade voltada para cima;
- a(s) abscissa(s) do(s) ponto(s) de inflexão do gráfico de h .

11. Considere a função f , de domínio $[-1, +\infty[$, definida por $f(x) = \begin{cases} \frac{6 \operatorname{sen}(1-x)}{x^2-1} & \text{se } -1 \leq x < 1 \\ -3 & \text{se } x = 1 \\ \ln(2e^{x-1}-1) - 3x & \text{se } x > 1 \end{cases}$

11.1. Mostre que a função f é contínua no ponto de abscissa 1.

11.2. Mostre que a equação $f(x) = -5$ é possível em $]0, 2[$.

Sempre que proceder a arredondamentos, use, pelo menos, duas casas decimais.

11.3. Sabe-se que, quando $x \rightarrow +\infty$, o gráfico de f tem uma assíntota oblíqua de equação $y = -2x + b$.

Determine o valor de b .

FIM

[Exercícios](#)
 de
[MATEMÁTICA A](#)
 para preparar o
[Exame Nacional de 2021](#)
 (inclui 3 provas modelo)

Criept
 mais de 100 exercícios resolvidos de Matemática A
 Exames resolvidos originais de Matemática A
 Resolução de TIC/03 em português

COTAÇÕES

Item															
Cotação (em pontos)															
1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.1.	7.2.	8.1.	8.2.	9.	10.	11.1.	11.2.	11.3.	200
16	8	16	16	16	8	8	16	8	16	8	16	16	16	16	

Formulário

Trigonometria

$$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$$

$$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

Complexos

$$(\rho e^{i\theta})^n = \rho^n e^{in\theta}$$

$$\sqrt[n]{\rho e^{i\theta}} = \sqrt[n]{\rho} e^{i\frac{\theta+2k\pi}{n}} \quad (k \in \{0, \dots, n-1\} \text{ e } n \in \mathbb{N})$$

Limites notáveis

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e \quad (n \in \mathbb{N})$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^p} = +\infty \quad (p \in \mathbb{R})$$

Regras de derivação

$$(u+v)' = u' + v'$$

$$(uv)' = u'v + uv'$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

$$(u^n)' = nu^{n-1}u' \quad (n \in \mathbb{R})$$

$$(\sin u)' = u' \cos u$$

$$(\cos u)' = -u' \sin u$$

$$(\operatorname{tg} u)' = \frac{u'}{\cos^2 u}$$

$$(e^u)' = u' e^u$$

$$(a^u)' = u' a^u \ln a \quad (a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\})$$

$$(\ln u)' = \frac{u'}{u}$$

$$(\log_a u)' = \frac{u'}{u \ln a} \quad (a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\})$$

