Escola Secundária de Francisco Franco (2014/2015)

www.esffranco.edu.pt

6.º TESTE DE MATEMÁTICA A – 11.º 6

3.º Período 04/05/15 Duração: 90 minutos

Nome: N.º:

Classificação: O professor:

Grupo I

Na resposta a cada um dos itens deste grupo, selecione a única opção correta.

Escreva, na folha de respostas:

- o número do item;
- a letra que identifica a única opção escolhida.

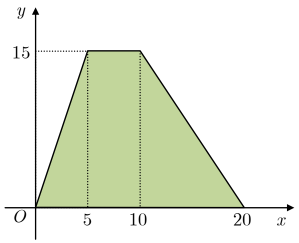
Não apresente cálculos, nem justificações.

1. Considere a função objetivo, definida por $z = 3x + y$, referente a um problema de programação linear cuja região admissível está representada na figura.

Indique o valor máximo da função objetivo na região.

(A) 30 **(B)** 45

(C) 60 **(D)** 75

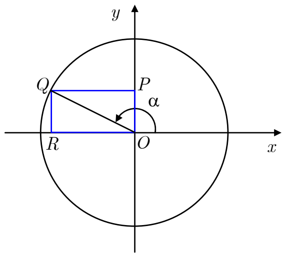


2. Considere o retângulo $[OPQR]$ representado no círculo trigonométrico da figura.

Sabe-se que:

- O lado $[OP]$ pertence ao semieixo positivo Oy
- O lado $[OR]$ pertence ao semieixo negativo Ox
- $\overline{OR} = 2\,\overline{OP}$
- α é a amplitude do ângulo cujo lado origem é o semieixo positivo Ox e cujo lado extremidade é a semirreta $\dot{O}Q$

Qual é o valor de $\cos\alpha$?



(A) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ **(B)** $\frac{\sqrt{3}}{2}$ **(C)** $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$ **(D)** $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

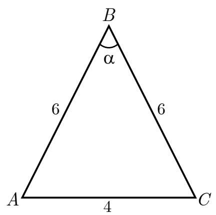
3. Considere o triângulo isósceles $[ABC]$ da figura ao lado. Tal como a figura sugere:

- $\overline{AB} = \overline{BC} = 6$
- α é a amplitude do ângulo ABC

Pode-se concluir que o produto escalar $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ é igual a:

(A) $24\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)$ **(B)** $24\,\text{sen}\left(\frac{\alpha}{2}\right)$

(C) $12\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)$ **(D)** $12\,\text{sen}\left(\frac{\alpha}{2}\right)$

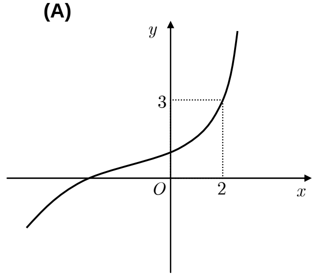


4. Seja f uma função derivável em $\mathbb{R}$ e tal que:

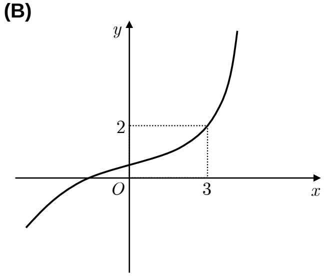
- $f\,'(x) > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$
- $f^{-1}(2) = 3$

Em qual das seguintes opções pode estar representada parte do gráfico da função f ?

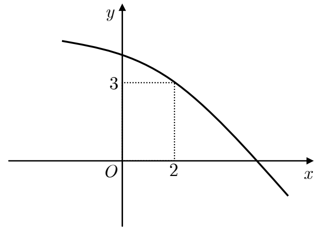
(A)



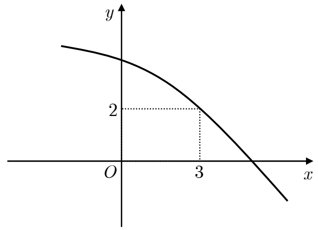
(B)



(C)

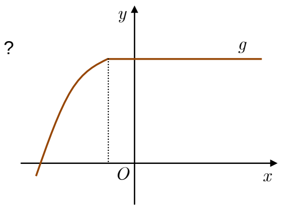


(D)



5. Na figura está parte do gráfico de uma função g de domínio $\mathbb{R}$

Qual das seguintes pode representar a expressão da função $g\,'$, **derivada** de g ?



(A) $\begin{cases} -2x & \text{se } x < -1 \\ 0 & \text{se } x \geq -1 \end{cases}$ **(B)** $\begin{cases} -2x & \text{se } x \leq -1 \\ 0 & \text{se } x > -1 \end{cases}$

(C) $\begin{cases} -2x & \text{se } x < -1 \\ 4 & \text{se } x > -1 \end{cases}$ **(D)** $\begin{cases} -2x & \text{se } x < -1 \\ 0 & \text{se } x > -1 \end{cases}$

Grupo II

Nas respostas a cada um dos itens deste grupo apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.

Atenção: quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

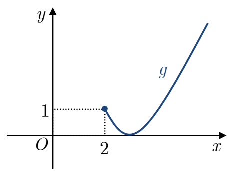
1. Considere a função f, de domínio $\mathbb{R} \setminus \{-4\}$, definida por $f(x) = \frac{3x}{x+4}$

1.1. Caracterize a função inversa de f

Na sua resposta deve:

- indicar o domínio da função f^{-1}
- indicar o contradomínio da função f^{-1}
- apresentar $f^{-1}(x)$ de forma simplificada.

1.2. Considere agora, na figura ao lado, parte do gráfico da função g, de domínio $[2,+\infty[$



Determine, sem usar a calculadora, o domínio da função $g \circ f$

Percorra as seguintes etapas:

- Mostre que é necessário resolver a inequação $\frac{x-8}{x+4} \geq 0$
- Resolva essa inequação, apresentando o conjunto solução usando a notação de intervalos de números reais.

2. Sejam f e g as funções definidas, respetivamente, por $f(x) = \sqrt{4x+8}$ e $g(x) = \sqrt[3]{4x+16}$

2.1. Sem usar a calculadora, mostre que $(g \circ f)(5) = 2\sqrt[3]{2+\sqrt{7}}$

2.2. Considere a função, de domínio $\mathbb{R} \setminus \{1\}$, definida por $h(x) = \frac{1-5x}{x-1}$ e as retas r e s, assíntotas horizontal e vertical, respetivamente, do gráfico de h

Considere ainda, num referencial xOy, os gráficos das funções g e h no intervalo $[-3,5]$

Calcule a área do triângulo $[ABC]$ sabendo que:

- A é o ponto de interseção dos gráficos de g e h
- B é o ponto de interseção de r e s
- C é o ponto de interseção de r com o eixo Oy

Na sua resposta, deve:

- reproduzir, num referencial, os gráficos das funções g e h e as retas r e s, devidamente identificados;
- assinalar o triângulo $[ABC]$
- indicar as coordenadas do ponto A com três casas decimais;
- calcular a área do triângulo $[ABC]$, apresentando o resultado com uma casa decimal.

3. Em Portugal nidificam algumas centenas de grifos.

Admita que, num certo dia entre as 9 e as 17 horas, o número de grifos observados por um investigador foi dado, em função de t, por

$$G(t) = -t^3 + 5t^2 + 32t$$

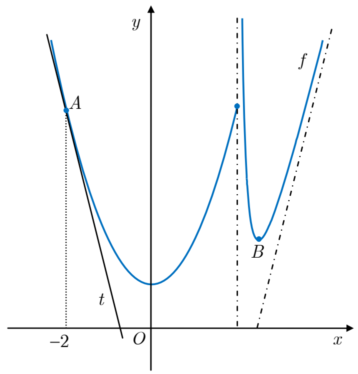
Resolva, recorrendo a métodos exclusivamente analíticos, os dois itens seguintes.

3.1. Calcule e interprete, no contexto do problema, a taxa média de variação da função G em $[0,4]$

3.2. Estude a função G quanto à monotonia e determine a que horas o investigador observou o número máximo de grifos naquele intervalo de tempo.

Apresente o resultado em horas e minutos (minutos arredondado às unidades).

4. Ao lado está o gráfico, num referencial o.n. xOy, da função f, de domínio $\mathbb{R}$, definida por



$$f(x) = \begin{cases} x^2+1 & \text{se } x \leq 2 \\ 4x-10+\frac{1}{x-2} & \text{se } x > 2 \end{cases}$$

Tal como a figura indica:

- A reta t é tangente ao gráfico de f no ponto A, de abcissa -2
- O ponto B pertence ao gráfico de f e a sua abcissa é um minimizante de f

Resolva os itens seguintes recorrendo a métodos analíticos, sem utilizar a calculadora.

4.1. Usando a definição de derivada num ponto, mostre que $f'(-2) = -4$

4.2. Determine a equação reduzida da reta t

4.3. Determine a abcissa de B

FIM

COTAÇÕES

Grupo I (30 pontos)	Cada resposta certa: 6	Cada questão errada, não respondida ou anulada: 0

Grupo II (170 pontos)	**1.**..........44 **1.1.**..........22 **1.2.**..........22	**2.**..........32 **2.1.**..........14 **2.2.**..........18	**3.**..........40 **3.1.**..........18 **3.2.**..........22	**4.**..........54 **4.1.**..........18 **4.2.**..........14 **4.3.**..........22

Derivadas de algumas funções

$a' = 0 \quad (a \in \mathbb{R})$

$(ax)' = a$

$(ax^2)' = 2ax$

$(ax^3)' = 3ax^2$

$\left(\frac{a}{x+b}\right)' = -\frac{a}{(x+b)^2}$

$(u + v + \cdots)' = u' + v' + \cdots$

O professor: RobertOliveira
http://roliveira.pt.to