

3.º TESTE DE MATEMÁTICA A – 11.º 6

1.º Período: 10/12/14 Duração: 90 minutos
 Nome: N.º:
 Classificação: O professor:

Grupo I

Na resposta a cada um dos itens deste grupo, selecione a única opção correta.

Escreva, na folha de respostas:

- o número do item;
- a letra que identifica a única opção escolhida.

Não apresente cálculos, nem justificações.

1. Dados os vectores \vec{a} e \vec{b} num referencial o.n., sabe-se que:

$$\|\vec{a}\| = 5 \wedge \|\vec{b}\| = 13 \wedge \widehat{(\vec{a}, \vec{b})} = \frac{5}{13}$$

Qual é o valor do produto escalar $\vec{a} \cdot \vec{b}$?

- (A) 60 (B) 25 (C) $\sqrt{5}$ (D) $\sqrt{13}$

2. Considere, num referencial o.n. xOy , a bissetriz dos quadrantes ímpares.

Sabe-se que essa reta é a mediatriz de um segmento de reta $[AB]$

Dado um ponto qualquer P da bissetriz, de coordenadas não nulas, é possível concluir que:

- (A) $\overline{BP} \cdot \overline{BO} = 0$ (B) $\overline{AP} \cdot \overline{BO} = 0$
 (C) $\overline{AB} \cdot \overline{OP} = 0$ (D) $\overline{AB} \cdot \overline{AO} = 0$

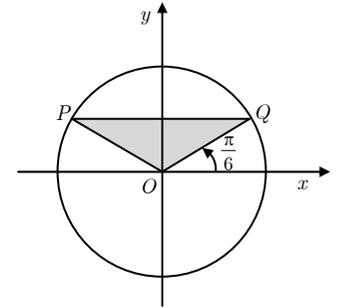
3. Considere o triângulo isósceles $[OPQ]$ representado no círculo trigonométrico da figura.

Tal como a figura sugere:

- O ponto P pertence à circunferência e está no segundo quadrante;
- O ponto Q pertence à circunferência e está no primeiro quadrante;
- O segmento $[PQ]$ é paralelo ao eixo Ox
- A amplitude do ângulo formado pelo semieixo positivo Ox e o segmento $[OQ]$ é igual a $\frac{\pi}{6}$

Qual é o valor do produto escalar $\overline{OP} \cdot \overline{PQ}$?

- (A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (B) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ (C) $\frac{3}{2}$ (D) $-\frac{3}{2}$



4. Considere a função f definida em \mathbb{R} por $f(x) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - \sin(x - \pi)$

Qual das seguintes expressões pode também definir f ?

- (A) $\cos x + \sin x$ (B) $\cos x - \sin x$
 (C) $2 \cos x$ (D) $2 \sin x$

5. O coeficiente de ampliação A de uma certa lupa é dado, em função da distância d (em decímetros) da lupa ao objeto, por

$$A(d) = 1 + \operatorname{tg}\left(\frac{\pi d}{10}\right)$$

A variável d está expressa em radianos e $d \in [0, 5[$

Indique, com aproximação às centésimas, a que distância do objeto tem de estar a lupa para que o coeficiente de ampliação seja igual a 5

- (A) 4,11 dm (B) 4,22 dm (C) 5,53 dm (D) 5,65 dm

Grupo II

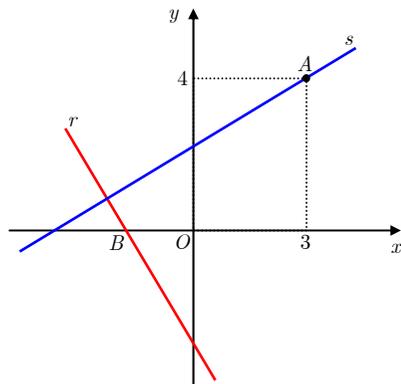
Nas respostas a cada um dos itens deste grupo apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.

Atenção: quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

1. Na figura ao lado estão representados, num referencial o.n. xOy , as retas r e s e os pontos A e B

Sabe-se que:

- A equação da reta r é $y = -\frac{5}{3}x - 3$
- As retas r e s são perpendiculares
- O ponto $A(3,4)$ pertence à reta s
- O ponto B pertence à reta r e ao eixo Ox



- 1.1. Determine a inclinação, arredondado à unidade do grau, da reta r

- 1.2. Escreva a equação reduzida da reta s

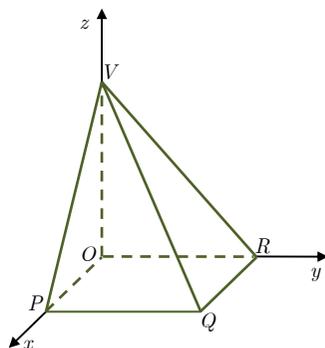
- 1.3. Considere o vetor $\vec{u}(k, 6)$, $k \in \mathbb{R}$

Sabendo que o ângulo formado pelos vetores \vec{u} e \vec{AB} é obtuso, determine, sem usar a calculadora, os valores possíveis de k

2. Na figura ao lado encontra-se, num referencial o.n. $Oxyz$, a pirâmide oblíqua quadrangular regular $[OPQRV]$

Sabe-se que:

- A base $[OPQR]$ da pirâmide pertence ao plano xOy
- O vértice P pertence ao eixo Ox e tem coordenadas $(4,0,0)$
- O vértice R pertence ao eixo Oy
- O vértice V pertence ao eixo Oz e tem coordenadas $(0,0,5)$



- 2.1. Considere um vetor \vec{v} . Sabe-se que:

- A primeira coordenada de \vec{v} é 0
- \vec{v} é perpendicular ao vetor \vec{VQ}
- $\|\vec{v}\| = \sqrt{123}$

Determine as coordenadas possíveis de \vec{v}

- 2.2. Calcule a amplitude do ângulo formado pelas retas VP e VQ . Apresente o resultado em graus, arredondado às unidades.

3. “Quais autómatos, os kranekinders manter-se-iam no mesmo lugar ao longo de horas, encerrados na circunferência de madeira (...)”

O MENINO DE BRUGES, Gilbert Sinoué

Na figura ao lado está representada, num referencial o.n. xOy , uma circunferência de centro na origem e uma reta r

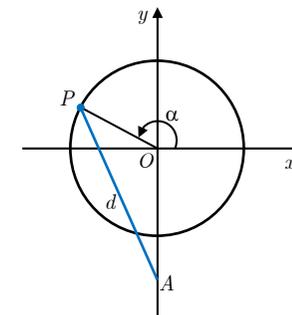
Sabe-se que:

- A circunferência tem raio igual a 2
- o ponto A pertence ao eixo Oy e tem ordenada -3

Considere que um ponto P se move sobre a circunferência.

Para cada posição do ponto P , sejam:

- $d = \overline{PA}$
- $\alpha \in [0, \pi]$ a amplitude, em radianos, do ângulo orientado, assinalado na figura, que tem por lado origem o semieixo positivo Ox e por lado extremidade a semirreta \overrightarrow{OP}



Resolva os itens seguintes sem recorrer à calculadora.

- 3.1. Mostre que $d = \sqrt{12 \sin \alpha + 13}$

Sugestão: Exprima as coordenadas do ponto P em função de α e utilize a fórmula da distância entre dois pontos.

- 3.2. Para uma certa posição do ponto P , tem-se $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{7}}{4}$. Determine d

- 3.3. Calcule, no sistema circular, os valores de α para os quais $d = \sqrt{19}$

4. Sejam A , B e C três vértices de um cubo de aresta a . Sabe-se que:

- $[AB]$ é uma diagonal facial;
- $[AC]$ é uma diagonal espacial.

Mostre que

$$\overline{AB} \cdot \overline{AC} = 2a^2$$

FIM

COTAÇÕES

Grupo I (30 pontos)	Cada resposta certa: 6	Cada questão errada, não respondida ou anulada: 0
-------------------------------	------------------------	---

Grupo II (170 pontos)	1.....55	2.....40	3.....60	4.....15
	1.1.....15	2.1.....20	3.1.....20	
	1.2.....20	2.1.....20	3.2.....20	
	1.3.....20		3.3.....20	