Escola Secundária Dr. Ângelo Augusto da Silva (2003/2004)

2.º TESTE DE MATEMÁTICA 11º2

Duração: 75 minutos **Classificação:** ___ , ___

1.º Período – 09/12/03

Nome: **N.º:** **O professor:**

1ª Parte (6 valores)

Sem apresentar cálculos, **escreve na folha de respostas uma só letra**, A, B, C ou D. A cotação desta parte **depende do número de questões** que responderes, como podes ver no seguinte quadro:

Nº de questões respondidas	1	2	3	4	5	6
Cotação de cada questão	1,5	1,4	1,3	1,2	1,1	1
Cotação Total	1,5	2,8	3,9	4,8	5,5	6

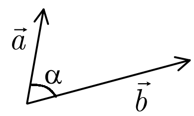
1. A expressão $sen\,(x+\pi)+cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)+tg\,(x+\pi)$ é igual a:

(A) $2cos\ x$ **(B)** $tg\ x$ **(C)** $-tg\ x$ **(D)** $2sen\ x$

2. Uma recta r, num referencial o.n. xOy, passa no ponto $A\left(0, sen\,\frac{7\pi}{6}\right)$ e tem a direcção do vector $\vec{u}\left(tg\,\frac{3\pi}{4}, cos\,\frac{\pi}{6}\right)$. Assim, a equação reduzida de r é:

(A) $y=\frac{\sqrt{3}}{2}x-\frac{1}{2}$ **(B)** $y=-\frac{\sqrt{3}}{2}x-\frac{1}{2}$ **(C)** $y=-\frac{1}{2}x-\frac{\sqrt{3}}{2}$ **(D)** $y=-\frac{1}{2}x+\frac{\sqrt{3}}{2}$

3. Ao lado estão os vectores $\vec{a}$, $\vec{b}$ e o ângulo por eles formado, α (agudo). Sabe-se que $\|\vec{a}\|=2$ e $\|\vec{b}\|=3$. Qual é a afirmação que pode ser considerada verdadeira?



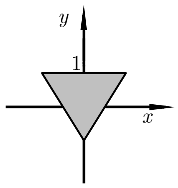
(A) $\vec{a}\cdot\vec{b}=2$ **(B)** $\vec{a}\cdot\vec{b}=-2$ **(C)** $\vec{a}\cdot\vec{b}=6$ **(D)** $\vec{a}\cdot\vec{b}=-6$

4. Se os vectores $\vec{u}$, $\vec{v}$ e $\vec{w}$ são tais que $\vec{u}\perp\vec{v}$ e $\vec{u}\cdot\vec{w}=\sqrt{7}$, então $3\vec{u}\cdot(5\vec{v}-2\vec{w})$ é igual a:

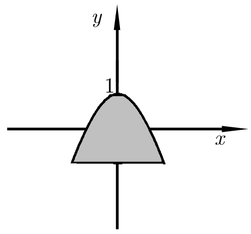
(A) 6 **(B)** $-6\sqrt{7}$ **(C)** $9\sqrt{7}$ **(D)** 9

5. Qual é a região do plano definida pela condição $x^2+(y-1)^2\le 5\ \wedge\ |y|\le 1$?

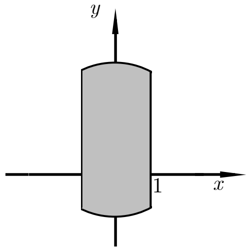
(A)



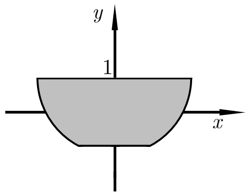
(B)



(C)



(D)



6. Para um certo valor de p, são perpendiculares as rectas cujas equações são, respectivamente, $y = 2x$ e $(x,y) = (1,1) + k(p,5)$, $k \in \mathbb{R}$. Qual é o valor de p ?

(A) -10 **(B)** -5 **(C)** -2 **(D)** -1

2ª Parte (14 valores)

Nesta parte, apresenta o teu raciocínio de forma clara e indica todos os cálculos que fizeres para justificares as respostas.
Atenção: quando não é indicada a aproximação que se pede para um resultado, pretende-se sempre o **valor exacto**.

1. Seja f a função real de variável real, definida por $f(x) = \sqrt{2}\, sen(2x)$

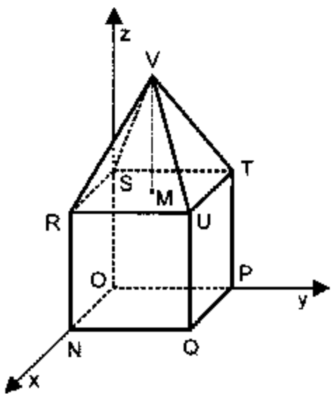
a) Calcula o valor de $f\left(\frac{5\pi}{6}\right)$.

b) Resolve, em $\mathbb{R}$, a equação $f(x) = 1$.

c) Determine o valor de $f\left(\frac{\alpha}{2}\right)$ sabendo que $cos\,\alpha = -\frac{1}{4}$ e $\alpha \in 2.^{\circ}Q$.

2. Na figura está representado, em referencial o.n. Oxyz, um sólido formado por um cubo e uma pirâmide quadrangular regular.

A base da pirâmide coincide com a face superior do cubo;
O vértice O coincide com a origem do referencial;
O vértice N pertence ao semieixo positivo Ox;
O vértice P pertence ao semieixo positivo Oy;
O vértice S pertence ao semieixo positivo Oz;
A altura da pirâmide, $\overline{VM}$, é igual ao comprimento da aresta do cubo;
O vértice V tem coordenadas (3,3,12).



a) Verifica que $\overrightarrow{MV} = (0,0,6)$ e $\overrightarrow{SV} = (3,3,6)$.

b) Determina um valor aproximado da amplitude do ângulo formado pelos vectores $\overrightarrow{MV}$ e $\overrightarrow{SV}$. Apresenta o resultado no sistema sexagesimal, arredondado às décimas.

c) Escreve as equações cartesianas da recta que passa no ponto V e é paralela à recta SM.

d) Justifica que o vector $\vec{u}\,(1,-1,0)$ é normal ao plano VMS e escreve uma equação desse plano.

e) Considera um ponto A pertencente à aresta [UQ]. Um plano que contenha o ponto A e que seja paralelo ao plano xOy divide o sólido representado na figura em duas partes. Determina a cota do ponto A de modo que sejam iguais os volumes dessas duas partes.

(Volume da pirâmide= $\frac{1}{3}$ × Área da base × Altura)