Escola Secundária de Francisco Franco (2009/2010)

www.esffranco.edu.pt

2.º TESTE DE MATEMÁTICA A

11.º 8

1.º Período | **11/12/09** | **Duração: 90 minutos**

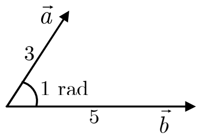
Nome: ______________________ **N.º:** ____ **Classificação:** ______

O professor:

Grupo I

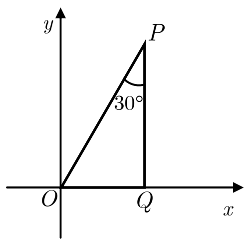
- Os cinco itens deste grupo são de escolha múltipla.
- Em cada um deles, são indicadas quatro alternativas de resposta, das quais só uma está correcta.
- Escreva na sua folha de respostas **apenas o número de cada item e a letra** correspondente à alternativa que seleccionar para responder a cada item.
- **Não apresente cálculos, nem justificações**.
- Se apresentar mais do que uma alternativa, ou se a letra transcrita for ilegível, a resposta será classificada com zero pontos.

1. Tendo por base a figura do lado, pode concluir-se que o produto escalar $(2\vec{a})\cdot\left(-\vec{b}\right)$ é igual a



(A) $30\cos(\pi-1)$ **(B)** $30\cos(1)$ **(C)** $15\cos(\pi-1)$ **(D)** $15\cos(1)$

2. Considere o triângulo $[OPQ]$, rectângulo em Q, num referencial o.n. xOy. Sabendo que a amplitude do ângulo OPQ é igual a $30°$, qual é a equação reduzida da recta OP ?



(A) $y=\frac{4}{3}x$ **(B)** $y=\frac{\sqrt{3}}{3}x$

(C) $y=2x$ **(D)** $y=\sqrt{3}\,x$

3. Num referencial o.n. $Oxyz$, é dada a superfície esférica de equação

$$(x-2)^2+(y+1)^2+z^2=3$$

Qual pode ser a equação vectorial de uma recta tangente a essa superfície esférica no ponto de coordenadas $(1,0,1)$?

(A) $(x,y,z)=(1,0,1)+k(1,-1,0),\ k\in\mathbb{R}$

(B) $(x,y,z)=(1,0,1)+k(-1,0,1),\ k\in\mathbb{R}$

(C) $(x,y,z)=(1,0,1)+k(1,0,1),\ k\in\mathbb{R}$

(D) $(x,y,z)=(1,0,1)+k(0,1,1),\ k\in\mathbb{R}$

4. Os planos α e β são definidos, num referencial o.n. $Oxyz$, pelas equações

$$\alpha: x-5y+z=10 \quad \text{e} \quad \beta: \frac{x}{5}-y+\frac{z}{5}=2$$

Então, esses planos α e β são

(A) Estritamente paralelos **(B)** Coincidentes

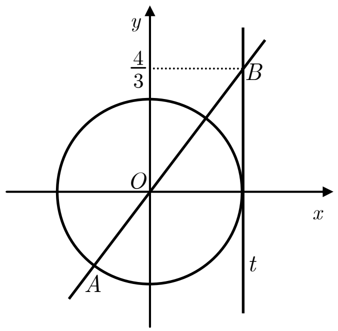
(C) Concorrentes não perpendiculares **(D)** Perpendiculares

5. *"Anna sabia que, ao rodar no círculo interno das mulheres, mais tarde ou mais cedo ficaria em frente a Antonis e durante alguns momentos eles dançariam juntos antes de continuarem."*

A ILHA, Victoria Hislop

Tal como se vê na figura ao lado:

- a recta t é paralela ao eixo Oy e é tangente ao círculo trigonométrico;
- a recta AB passa na origem do referencial e intersecta a recta a recta t no ponto B, de ordenada $\frac{4}{3}$;
- o ponto A pertence ao círculo trigonométrico.



Qual é a abcissa de A ?

(A) $-\frac{2}{3}$ **(B)** $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ **(C)** $-\frac{3}{4}$ **(D)** $-\frac{3}{5}$

Grupo II

Nas respostas aos itens deste grupo apresente **todos os cálculos** que tiver de efectuar e **todas as justificações** necessárias.

Atenção: quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o **valor exacto**.

1. A Engrácia encontra-se doente e a sua temperatura corporal, em graus Celsius, é dada pela função f, após t horas, sendo que:

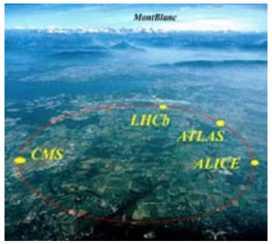
$$f(t) = 39 + 2\cos(1,5t)\ ,\ t \in [0, 8]$$

Sabe-se que o instante $t = 0$ corresponde às 9 horas da manhã e que a variável t vem em radianos.

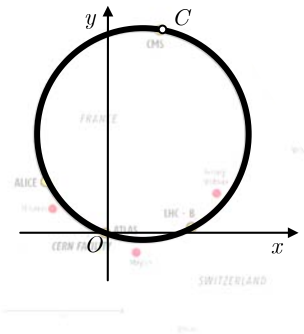
1.1. Qual era a temperatura corporal da Engrácia às 13 horas e 30 minutos? Apresente o resultado em graus Celsius, arredondado às décimas. Se usar cálculos intermédios, conserve duas casas decimais.

1.2. A que horas, depois das 9 horas, a Engrácia teve, pela primeira vez, a temperatura corporal mínima? Recorra à calculadora para resolver, graficamente, esta questão. Apresente o resultado em horas e minutos (minutos arredondados às unidades). Se usar cálculos intermédios, conserve duas casas decimais.

2. No laboratório do Centro Europeu para a Pesquisa Nuclear (CERN), na fronteira entre a França e a Suíça, encontra-se o Grande Colisionador de Hadrões (LHC). Mais precisamente, o LHC situa-se num túnel circular (a uma profundidade de cem metros).



No referencial a seguir, a origem é onde se situa o laboratório do CERN (e o Atlas, um dos quatro detectores de partículas) e a unidade é o quilómetro. O ponto C tem coordenadas $(2,6; 8,2)$ e é onde está o CMS, um outro detector. Admita que o segmento $[OC]$ é um diâmetro da circunferência.



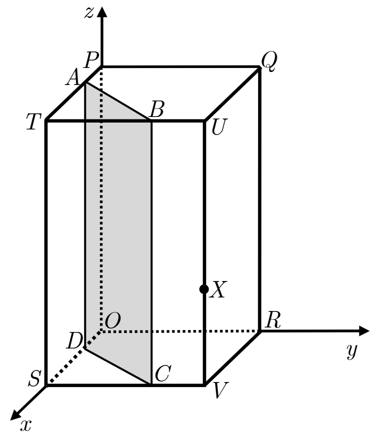
2.1. Usando o **produto escalar** de vectores, mostre que a equação da circunferência onde se situa o LHC é

$$(x-1,3)^2 + (y-4,1)^2 = 18,5$$

2.2. Determine o perímetro dessa circunferência (comprimento do túnel circular). Apresente o resultado em quilómetros, arredondado às unidades.

Testes de Matemática A do 11.º ano: enunciados e resoluções (2009/2010)

3. Na figura ao lado está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, o prisma quadrangular regular $[OPQRSTUV]$.



Tal como a figura sugere:

- O vértice O do cubo coincide com a origem do referencial;
- Os vértices S, R e P do prisma pertencem aos semieixos positivos Ox, Oy e Oz, respectivamente.

Além disso, sabe-se que:

- A altura do prisma é igual a 5;
- A secção a sombreado no prisma é o rectângulo $[ABCD]$ e tem área $10\sqrt{2}$;
- $\overline{AP} = \overline{BU} = 1$;
- O ponto X tem cota igual a $\frac{9}{5}$ e a recta OX é perpendicular ao plano TQV.

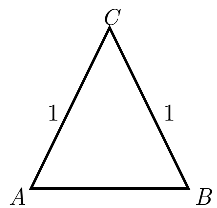
3.1. Justifique que as coordenadas do ponto U são $(3, 3, 5)$.

3.2. Mostre que $\frac{x}{5} = \frac{y}{5} = \frac{z}{3}$ representa uma condição para a recta OX.

3.3. Escreva a equação geral do plano TQV.

3.4. Determine, em **graus**, a amplitude do ângulo DUR, apresentando o resultado arredondado às unidades. Se, em cálculos intermédios, proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, três casas decimais.

4. Considere o triângulo isósceles $[ABC]$ da figura, de lado comum igual a uma unidade. Prove que $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{\operatorname{sen} C}{\operatorname{tg} A}$



Sugestão: use a lei dos senos.

FIM

COTAÇÕES

Grupo I (50 pontos)	Cada resposta certa: + 10	Cada questão errada, não respondida ou anulada: 0

Grupo II (150 pontos)	**1.**........................**28** **1.1.**...........12 **1.2.**...........16	**2.**........................**32** **2.1.**...........20 **2.2.**...........12	**3.**........................**70** **3.1.**...........20 **3.2.**...........15 **3.3.**...........15 **3.4.**...........20	**4.**........................**20**