Escola Básica e Secundária Dr. Ângelo Augusto da Silva (2006/2007)

2.º TESTE DE MATEMÁTICA A

11.º 2 e 11.º 5

Duração: 90 minutos

1.º Período - 07/12/06

Nome: ______________________ N.º: ____ Turma: ____

www.esaas.com

Classificação: [ ][ ] , [ ]

O professor:

1ª Parte

Nesta parte, sem apresentares cálculos, escreve na tua folha de respostas apenas a letra correspondente à alternativa que seleccionares para responder a cada questão: A, B, C ou D.

1. "*O brigue deu duas culapadas e ficou imóvel, adornando a estibordo com uma inclinação de trinta graus.*"

OS FILHOS DO CAPITÃO GRANT, Jules Verne

O professor disse: *Escrevam uma equação de uma recta no plano com uma inclinação de 30° e que passa na origem do referencial.*

O Fernando escreveu: $y = 30x$

O Jesualdo escreveu: $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$

O Paulo escreveu: $(x, y) = k\left(1, \operatorname{tg}\frac{\pi}{6}\right),\ k \in \mathbb{R}$

Vão ter a resposta certa:

Ⓐ O Fernando e o Jesualdo;

Ⓑ O Fernando e o Paulo;

Ⓒ O Jesualdo e o Paulo;

Ⓓ Todos.

2. Dados os vectores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ num referencial o.n., sabe-se que $\vec{a} \cdot \vec{b} = \|\vec{a}\| = \|\vec{b}\| = 5$.

Qual é o valor aproximado da amplitude do ângulo formado por $\vec{a}$ e $\vec{b}$?

Ⓐ $25°$

Ⓑ $38°$

Ⓒ $65°$

Ⓓ $78°$

3. Seja $y = -\frac{4}{3}x + 1$ a equação da mediatriz de um segmento de recta [AB]. Qual das seguintes pode definir a equação da recta AB?

Ⓐ $y = \frac{3}{4}x + 1$

Ⓑ $(x, y) = (3, -4) + k(-4, 3),\ k \in \mathbb{R}$

Ⓒ $y = -\frac{3}{4}x + 1$

Ⓓ $(x, y) = (4, 3) + k(3, 4),\ k \in \mathbb{R}$

4. Num referencial o.n. xOy, são dados os pontos S(2,0) e T(0,–2). Qual das condições seguintes representa uma equação da circunferência de diâmetro [ST]?

Ⓐ $(x-1, y+1)\cdot(2,-2)=0$ Ⓑ $(x-2, y+2)\cdot(1,-1)=0$

Ⓒ $(x-1, y)\cdot(x, y+1)=0$ Ⓓ $(x-2, y)\cdot(x, y+2)=0$

5. *"(…) e o velho ouvia a pele e a carne rasgarem-se no grande peixe, quando cravou o arpão na cabeça do tubarão, no ponto de intersecção da linha dos olhos com a linha do nariz."*

O VELHO E O MAR, Ernest Hemingway

Considera, num referencial o.n. $Oxyz$, as rectas definidas pelas equações $x-1=y+2=z$ e $x=1 \;\wedge\; y+2=z$. Então, podemos afirmar que essas rectas:

Ⓐ Intersectam-se num ponto e são perpendiculares;
Ⓑ Intersectam-se num ponto mas não são perpendiculares;
Ⓒ Pertencem a um mesmo plano e são paralelas;
Ⓓ Não pertencem a um mesmo plano.

2ª Parte

Nesta parte, apresenta o teu raciocínio de forma clara e indica todos os cálculos que fizeres para justificares as respostas.
Atenção: quando não é indicada a aproximação que se pede para um resultado, pretende-se sempre o **valor exacto**.

1. Considera os seguintes planos e respectivas equações:

$$\alpha: 3x+y=2 \qquad \beta: 2x+z=-2 \qquad \chi: x+y-z=0$$

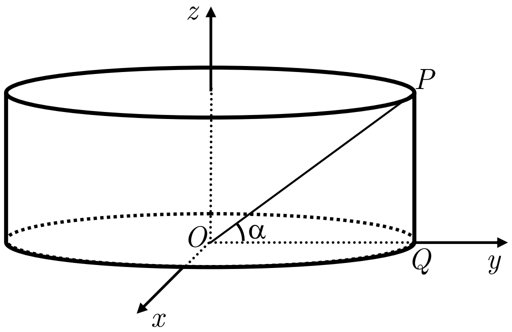
a) Justifica que α é um plano que contém o ponto de coordenadas $(-2,8,-2)$ e é perpendicular ao vector de coordenadas $(3,1,0)$.

b) Sem usar a calculadora, resolve o sistema formado pelos três planos dados e interpreta geometricamente a solução.

2. *"O edredão estava composto sobre a cama, e as almofadas, enroladas em cilindros."*

O PROMONTÓRIO DOS PESADELOS, Carole Berry

Na figura está representado, em referencial o.n. $Oxyz$, um cilindro.



Sabe-se que:

- a base inferior do cilindro pertence ao plano xOy, sendo o centro dessa base o ponto O ;
- os pontos P e Q têm ambos abcissa nula e pertencem à base superior e inferior (respectivamente) do cilindro;
- a aresta $[PQ]$ é paralela ao eixo Oz ;
- α é a amplitude do ângulo POQ ;
- $\overline{OQ} = 5$.

a) Supõe que a cota do ponto P é igual a 4. Escreve uma equação do plano tangente, no ponto P, à superfície esférica de centro no ponto O e raio igual a $\overline{OP}$.

<u>Nota</u>: um plano tangente a uma superfície esférica é perpendicular ao raio relativo ao ponto de tangência.

b) Mostra que o volume do cilindro é dado, em função de α, por

$$V(\alpha) = 125\pi \operatorname{tg} \alpha \,,\ \alpha \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$$

c) Considera o seguinte problema:

Qual deve ser o valor de $\operatorname{sen} \alpha$ *de modo que o volume do cilindro seja igual a 500*?

Utiliza a tua calculadora para resolver este problema <u>graficamente</u>. Apresenta o valor pedido arredondado às centésimas, assim como os elementos recolhidos na utilização da calculadora: gráficos e coordenadas relevantes.
Nos cálculos intermédios, conserva, no mínimo, três casas decimais.

3. Considera, num referencial o.n. xOy, o ponto $A(-4,1)$ e os vectores $\vec{v}$ e $\vec{w}$, tais que $\vec{v} = (3,1)$ e $\vec{v} \perp \vec{w}$.

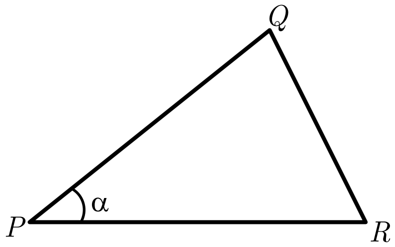
a) Calcula $3\vec{v} \cdot (2\,\overrightarrow{AO} - 7\vec{w})$.

b) Determina as coordenadas de um ponto P, pertencente à bissectriz dos quadrantes <u>ímpares</u>, de modo que $\overrightarrow{AO} \perp \overrightarrow{AP}$.

4. *"Despertou-a do feitiço uma negra feliz com um pano colorido na cabeça, redonda e formosa, que lhe ofereceu um triângulo de ananás espetado na ponta de uma faca de cortador."*

O AMOR NOS TEMPOS DE CÓLERA, Gabriel García Marquez

Seja $[PQR]$ um triângulo como o da figura em baixo e seja A a sua área.



Nestas condições, sabe-se que $A = \frac{\overrightarrow{PQ} \cdot \overrightarrow{PR}}{2} \times \operatorname{tg}\alpha$, sendo α a amplitude do ângulo QPR.

a) Mostra que $A = \frac{\overline{PQ} \times \overline{PR} \times \operatorname{sen}\alpha}{2}$.

b) Calcula a área do triângulo dado supondo que $\alpha = \frac{\pi}{4}$, $\overline{PQ} = 4$ e $\overline{PR} = 4$.

FIM

COTAÇÕES

Grupo I (45 pontos)	Cada resposta certa: + 9	Cada questão errada, não respondida ou anulada: 0

Grupo II (155 pontos)	**1.**..........36 **a)**..........16 **b)**..........20	**2.**..........51 **a)**..........17 **b)**..........17 **c)**..........17	**3.**..........34 **a)**..........16 **b)**..........18	**4.**..........34 **a)**..........18 **b)**..........16

O professor: RobertOliveira