

2.º TESTE DE MATEMÁTICA A – 11.º 6

1.º Período 12/11/14 Duração: 90 minutos
Nome: N.º:
Classificação: O professor:

Grupo I

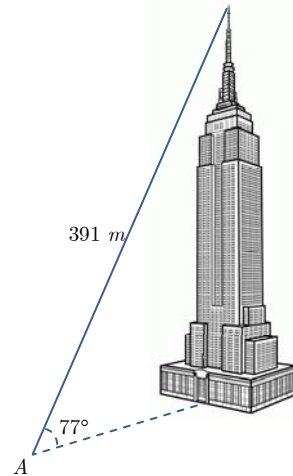
Na resposta a cada um dos itens deste grupo, seleccione a única opção correcta.

Escreva, na folha de respostas:

- o número do item;
- a letra que identifica a única opção escolhida.

Não apresente cálculos, nem justificações.

1. O Empire State Building é um dos edifícios mais altos do mundo e fica na cidade de Nova York. Aproveitando uma corda de 391 metros a partir do topo do edifício, a Alzira (ponto A da figura) observou o edifício segundo um ângulo de amplitude 77° .
Atendendo aos dados da figura, qual é a altura do Empire State Building (arredondado às unidades)?



- (A) 390 m
(B) 381 m
(C) 372 m
(D) 363 m

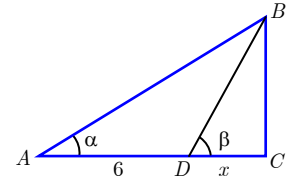
2. A moradia do Jocelino tem uma entrada a subir. Sabe-se que o declive d dessa entrada é dado, em função dos primeiros x metros percorridos a partir do início dela, por

$$d = 0,004x^2 + 0,1$$

Num dia, o Jocelino percorreu 9 metros a partir do início da entrada e parou. Qual era, nesse ponto, a inclinação da entrada do Jocelino (arredondado às unidades)?

- (A) 23° (B) 24° (C) 25° (D) 26°

3. Na figura está representado o triângulo $[ABC]$, retângulo em C . Tal como a figura sugere:
- α é a amplitude do ângulo BAC
 - β é a amplitude do ângulo BDC , sendo D um ponto de $[AC]$
 - $\overline{AD} = 6$
 - $\overline{DC} = x$



Pretende-se determinar o comprimento de $[BC]$

Qual das condições seguintes traduz este problema?

- (A) $\operatorname{tg} \alpha = \frac{x+6}{BC} \wedge \operatorname{tg} \beta = \frac{x}{BC}$ (B) $\cos \alpha = \frac{x+6}{AB} \wedge \cos \beta = \frac{x}{BD}$
(C) $\operatorname{tg} \alpha = \frac{BC}{x+6} \wedge \operatorname{tg} \beta = \frac{BC}{x}$ (D) $\operatorname{sen} \alpha = \frac{BC}{x+6} \wedge \operatorname{sen} \beta = \frac{BC}{x}$

4. “Seguimos o guardião através daquele corredor palaciano e chegámos a uma grande sala circular onde uma autêntica basílica de trevas jazia sob uma cúpula retalhada por feixes de luz que pendiam lá do alto.”
A SOMBRA DO VENTO, Carlos Ruiz Zafón

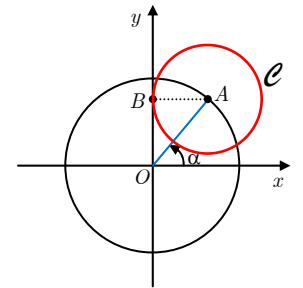
Na figura estão representados, em referencial o.n. xOy :

- o círculo trigonométrico;
- o raio $[OA]$ do círculo;
- a circunferência \mathcal{C} de centro A e raio $[AB]$

Tal como a figura sugere, o ponto A pertencente ao primeiro quadrante, o ponto B pertencente ao eixo Oy e o ângulo de amplitude α , assinalado na figura, tem por lado origem o semieixo positivo Ox e lado extremidade a semirreta OA .

Qual das expressões seguintes dá o perímetro da circunferência \mathcal{C} em função de α ?

- (A) $\pi \operatorname{sen} \alpha$ (B) $2\pi \operatorname{sen} \alpha$ (C) $\pi \cos \alpha$ (D) $2\pi \cos \alpha$



5. Indique as soluções da equação $\operatorname{tg}(2x) = -1$ que pertencem ao intervalo $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$

- (A) $-\frac{3\pi}{4}$ e $\frac{\pi}{4}$ (B) $-\frac{\pi}{4}$ e $\frac{3\pi}{4}$ (C) $-\frac{\pi}{8}$ e $\frac{3\pi}{8}$ (D) $-\frac{3\pi}{8}$ e $\frac{\pi}{8}$

6. Seja $\alpha \in]\frac{3\pi}{2}, 2\pi[$

Qual é a proposição verdadeira?

- (A) $\operatorname{sen} \alpha \geq \cos \alpha$ (B) $\operatorname{sen} \alpha \times \cos \alpha < 0$
(C) $\operatorname{tg} \alpha > \cos \alpha$ (D) $\operatorname{tg} \alpha > \operatorname{sen} \alpha$

Grupo II

Nas respostas a cada um dos itens deste grupo apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.

Atenção: quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

1. Num troço de uma autoestrada, o número de automóveis foi dado, em milhares e t horas depois das 11 horas da manhã de um certo dia, pelas função definida por:

$$a(t) = 5 - 3 \cos\left(\frac{\pi t}{7}\right)$$

A variável t está expressa em radianos, sendo que $t \in [0, 10]$



- 1.1. Determine o número de automóveis no troço da autoestrada às três e meia da tarde desse dia. Apresente o resultado em milhares de automóveis, arredondado às milésimas.
- 1.2. Usando métodos analíticos, indique a que horas o número de automóveis no troço foi máximo.
Sugestão: determine primeiro o contradomínio da função a
- 1.3. Recorrendo à calculadora gráfica, indique a que horas o troço da autoestrada teve 3000 automóveis.
Apresente o resultado em horas e minutos (minutos arredondado às unidades).
Apresente o(s) gráfico(s) visualizado(s) na calculadora, assinale o ponto relevante para a resolução do problema e a sua abcissa com três casas decimais.

2. Considere a função, definida em \mathbb{R} , por

$$f(x) = 2 \sin(x - \pi) + 3 \cos\left(x + \frac{3\pi}{2}\right) + 2 \cos \frac{11\pi}{6}$$

Resolva os itens seguintes sem usar a calculadora.

- 2.1. Mostre que, para qualquer $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = \sin x + \sqrt{3}$
- 2.2. Resolva, em $\left] \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \right[$, a equação $f(x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

3. Considere as funções, de domínio \mathbb{R} , definidas por

$$g(x) = \cos^2 x - \cos x \quad \text{e} \quad h(x) = \sin^2 x$$

Sem usar a calculadora, determine, se existirem, todas as abcissas dos pontos de intersecção entre os gráficos de g e de h

4. Na figura do lado estão representados o círculo trigonométrico e os triângulos $[OPQ]$ e $[OCR]$

Tal como sugere a figura, A , B , Q e C são os pontos de intersecção da circunferência com os eixos do referencial.

Considere que um ponto P se desloca ao longo do arco BQ

Para cada posição do ponto P , seja R o ponto do arco QC que tem abcissa igual à abcissa do ponto P

Sejam:

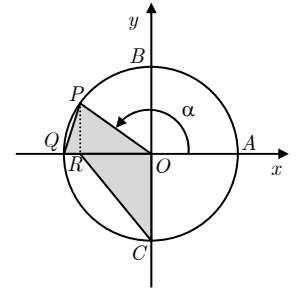
- α a amplitude, em radianos, do ângulo orientado que tem por lado origem o semieixo positivo Ox e por lado extremidade a semirreta OP ($\alpha \in \left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$)
- f a soma das áreas dos triângulos $[OPQ]$ e $[OCR]$ em função de α

Resolva os itens seguintes sem recorrer à calculadora.

4.1. Mostre que $f(\alpha) = \frac{\sin \alpha - \cos \alpha}{2}$

- 4.2. Para uma certa posição do ponto P , tem-se $\operatorname{tg} \alpha = -\sqrt{8}$

Determine, para essa posição de P , a soma das áreas dos triângulos $[OPQ]$ e $[OCR]$



FIM

COTAÇÕES

Grupo I (30 pontos)	Cada resposta certa: 5	Cada questão errada, não respondida ou anulada: 0
-------------------------------	------------------------	---

Grupo II (170 pontos)	1.....60	2.....40	3.....25	4.....45
	1.1.....15	2.1.....20		4.1.....20
	1.2.....25	2.1.....20		4.2.....25
	1.3.....20			