



Gestão

Investigação Operacional

Teste Intermédio.

2013/ 2014

Segunda-feira, 18 de novembro de 2013

Duração: 1h30min

Nome:

Número:

Turma:

Cotação:

Questão A. (6 valores) Considere o modelo de Programação Linear, apresentado em seguida, e que se refere a um problema de planeamento de produção. As variáveis de decisão representam o nível de produção de quatro produtos. O objectivo é maximizar o lucro semanal. As duas primeiras restrições dizem respeito à utilização de matérias-primas, enquanto que as restantes referem-se a compromissos assinados com os clientes.

$$\begin{aligned} \text{Max } Z &= 8x_1 + 3x_2 + 6x_3 + 5x_4 \\ \text{s. a: } & 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 2x_4 \leq 8000 \\ & 5x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 3x_4 \leq 15000 \\ & x_1 \leq 1000 \\ & x_2 \geq 500 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 \end{aligned}$$

Utilizando a folha de cálculo Excel obtiveram-se os seguintes resultados:

Microsoft Excel 11.0 Answer Report

Target Cell (Max)

Cell	Name	Original Value	Final Value
\$F\$4	Z	0	19500

Microsoft Excel 11.0 Sensitivity Report

Adjustable Cells

Cell	Name	Final Value	Reduced Cost	Objective Coefficient	Allowable Increase	Allowable Decrease
\$B\$3	Var x1	1000	0	8	1E+30	0,5
\$C\$3	Var x2	500	0	3	2	1E+30
\$D\$3	Var x3	0	-1,5	6	1,5	1E+30
\$E\$3	Var x4	2000	0	5	0,333333333	1

Constraints

Cell	Name	Final Value	Shadow Price	Constraint R.H. Side	Allowable Increase	Allowable Decrease
\$F\$6	1ª Restr.	8000	2,5	8000	1666,666667	4000
\$F\$7	2ª Restr.	12500	0	15000	1E+30	2500
\$F\$8	3ª Restr.	1000	0,5	1000	1333,333333	1000
\$F\$9	4ª Restr.	500	-2	500	2000	500

A.1. (1 valor) No plano óptimo:

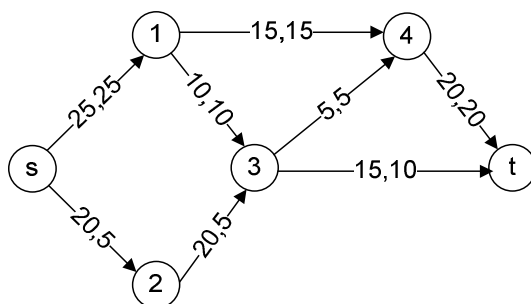
- Utiliza-se toda a disponibilidade das matérias-primas;
- A primeira matéria-prima é utilizada integralmente não acontecendo o mesmo com a segunda;
- Nenhuma das matérias-primas é utilizada integralmente;
- A segunda matéria-prima é utilizada integralmente não acontecendo o mesmo com a primeira.

A.2. (1 valor) O intervalo de sensibilidade para o lucro unitário do segundo produto é:

- $[2, +\infty[$;
- $[5, +\infty[$;
- $]-\infty, 5]$;
- $[0, 5]$.

- A.3. (1 valor)** Se o lucro unitário do quarto produto diminuir 0.5 u. m. então:
- a solução ótima altera-se;
 - o produto deixa de ser rentável e deixa de ser produzido;
 - nem a solução ótima nem o lucro se alteram;
 - a solução ótima não se modifica, mas o lucro altera-se.
- A.4. (1 valor)** Se o lucro unitário do terceiro produto aumentar 1 u. m. então:
- nem a solução ótima nem o lucro se alteram;
 - o produto passa a ser rentável e será produzido;
 - a solução ótima não se modifica, mas o lucro altera-se;
 - a solução ótima altera-se.
- A.5. (1 valor)** Se o contrato relativo ao segundo produto for renegociado, aumentando a quantidade fornecida para 1000:
- não nos é possível prever as alterações ao lucro;
 - o lucro diminui 1000 u. m.;
 - o lucro aumenta 1000 u. m.;
 - o lucro aumenta 1500 u. m.
- A.6. (1 valor)** Se a disponibilidade da primeira matéria-prima aumentar para 9000:
- Não nos é possível prever as alterações ao lucro;
 - A solução ótima não se altera, mas o lucro aumenta;
 - Nem o lucro nem a solução ótima sofrem alterações;
 - Tanto o lucro como a solução ótima alteram-se.

Questão B. (3.5 valores) Considere a seguinte rede de fluxos, em que os valores nos arcos representam, respectivamente, a capacidade do arco e o fluxo que está a ser enviado:



- B.1. (1.5 valores)** O valor do fluxo máximo na rede é:
- 30;
 - 50;
 - 35;
 - 25.
- B.2. (2.0 valores)** Um corte de capacidade mínima é constituído pelos arcos:
- (s,1) e (s,2);
 - (1,4), (3,4), (3,t);
 - (s,1), (3,4) e (3,t);
 - (3,4), (3,t) e (4,t).

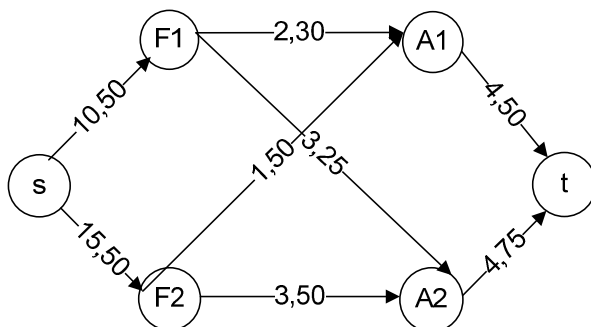
Questão C. (3.5 valores) Uma empresa possui duas fábricas, aqui designadas por F1 e F2, e dois armazéns, A1 e A2. As fábricas produzem um produto que será enviado para os armazéns para ser vendido. A capacidade produtiva de cada uma das fábricas é de 50 toneladas. O custo unitário de produção é de €10/ton e €15/ton nas fábricas F1 e F2, respectivamente. Os custos de transporte, dados em euros por tonelada, das fábricas para os armazéns são dados na tabela que se segue:

	A1	A2
F1	2	3
F2	1	3

Sabe-se que não existem limitações à quantidade que pode ser transportada a partir da fábrica F2. Contudo, da fábrica F1 apenas podem ser transportadas 30 toneladas para o armazém A1 e 25 para o armazém A2.

No que respeita a espaço de armazenagem, sabe-se que no armazém A1 não podem ser armazenadas mais de 50 toneladas e que em A2 o máximo é de 75 toneladas. Além disso, é sabido que o custo por tonelada armazenada é de €4, em qualquer dos armazéns. A procura é de 70 toneladas.

A rede representativa deste problema é a seguinte:



A solução que minimiza o custo total (produção+armazenamento+transporte) corresponde a uma produção de 50 toneladas na fábrica F1 (sendo 30 enviadas para A1 e 20 para A2), e de 20 toneladas na fábrica F2 (todas elas enviadas para o armazém A1). O custo total é de €1220.

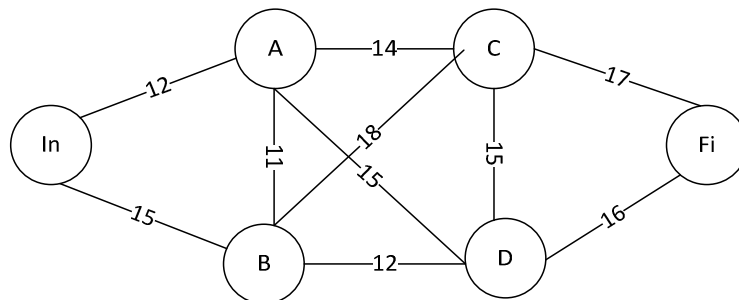
C.1. (1.5 valores) Para obter a solução ótima foi necessário resolver:

- a) um problema de caminho mais curto;
- b) um problema de fluxo máximo;
- c) um problema de árvore de suporte de custo mínimo;
- d) um problema de fluxo de custo mínimo.

C.2. (2.0 valores) Se a procura aumentar em 5 toneladas:

- a) o custo acresce em € 105;
- b) o custo acresce em € 110;
- c) não será possível satisfazer esta procura adicional;
- d) o nível de produção terá que aumentar em F2 e diminuir em F1.

Questão D. (3.0 valores) Um guia turístico está a planear uma caminhada entre dois pontos, aqui designados por In e Fi. Existem diferentes formas de ir de In para Fi, tal como se pode observar na rede que a seguir se apresenta, onde A, B, C e D são pontos intermédios:



Em cada aresta é dado o tempo de percurso, em minutos. Além disso, sabe-se que cada participante terá que efectuar uma pausa de 5 minutos, para descanso, em cada um dos pontos intermédios em que passar.

O João é um estudante que já frequentou a unidade curricular de Investigação Operacional e, por isso, já tem conhecimentos de optimização em redes. Sendo assim, ele afirma que qualquer pessoa que deseje efectuar a caminhada acima referida terá que fazer, no mínimo, 10 minutos de pausa para descanso. Identifique o problema e desenhe a rede representativa do mesmo. Justifique.

NOTA: não determine a solução do problema.

Questão E: (4.0 valores) Duas ligas metálicas, A e B, são fabricadas a partir de 4 metais: I, II, III e IV, de acordo com as seguintes especificações:

A: No máximo 80 % de I	No máximo 30 % de II	No máximo 50 % de III
B: Entre 40 % e 60 % de II	Pelo menos 30 % de III	No máximo 70 % de IV

Os quatro metais são extraídos de diferentes tipos de minério, cujas disponibilidades (em toneladas), percentagens de metais e custos por tonelada são os seguintes:

Minério	Quantidade máxima (ton)	Metais (%)				Custo por ton (u.m.)
		I	II	III	IV	
1	1000	20	10	30	30	30
2	2000	10	20	30	30	40
3	3000	5	5	70	20	50

Assuma que o preço de venda das ligas metálicas A e B é 200 u.m. e 300 u.m. por tonelada, respectivamente.

Definam-se as seguintes variáveis de decisão:

x_{ij} = Toneladas de minério i na liga metálica do tipo j, $i=1,2,3, j=A,B$

E.1. (1.5 valores) A restrição que garante que a liga B pode conter no máximo 70 % de metal IV é:

- a) $0,4 x_{B1} + 0,4 x_{B2} + 0,5 x_{B3} \geq 0$
- b) $0,4 x_{1B} + 0,4 x_{2B} + 0,5 x_{3B} \leq 0$
- c) $0,3 x_{1B} + 0,3 x_{2B} + 0,2 x_{3B} \geq 0,7 (x_{1B} + x_{2B} + x_{3B})$
- d) $0,3 x_{1B} + 0,3 x_{2B} + 0,2 x_{3B} \leq 0,7 (x_{1B} + x_{2B} + x_{3B})$

E.2. (1.5 valores) A restrição que garante que por cada tonelada da liga metálica A têm que ser produzidas, pelo menos, 2 toneladas da liga metálica B é:

- a) $x_{1A} + x_{2A} + x_{3A} - 2 x_{1B} - 2 x_{2B} - 2 x_{3B} \leq 0$
- b) $2 x_{1A} + 2 x_{2A} + 2 x_{3A} \leq x_{1B} + x_{2B} + x_{3B}$
- c) $x_{1A} + x_{2A} + x_{3A} - 2 x_{1B} - 2 x_{2B} - 2 x_{3B} \geq 0$
- d) $x_{1A} + x_{2A} + x_{3A} = 2 x_{1B} + 2 x_{2B} + 2 x_{3B}$

E.3. (1 valor) As restrições que garantem que, pelo menos, 3 toneladas da liga metálica A têm que ser produzidas ou, pelo menos, 2 toneladas da liga metálica B têm que ser produzidas são:

- a) $x_{1A} + x_{2A} + x_{3A} \geq 3 y$, $x_{1B} + x_{2B} + x_{3B} \geq 2 (1-y)$, $y \in \{0, 1\}$;
- b) $x_{1A} + x_{2A} + x_{3A} \geq 3 y + M(1-y)$, $x_{1B} + x_{2B} + x_{3B} \geq 2 (1-y) + My$, $y \in \{0, 1\}$;
- c) Ambas as opções a) e b) estão correctas;
- d) Nenhuma das anteriores opções é correcta.