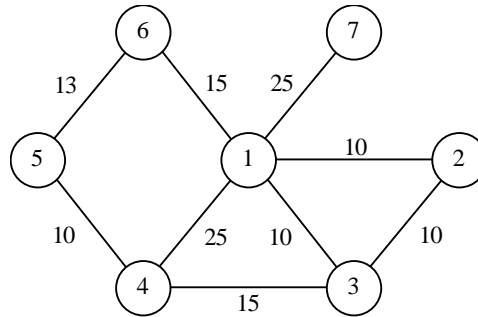
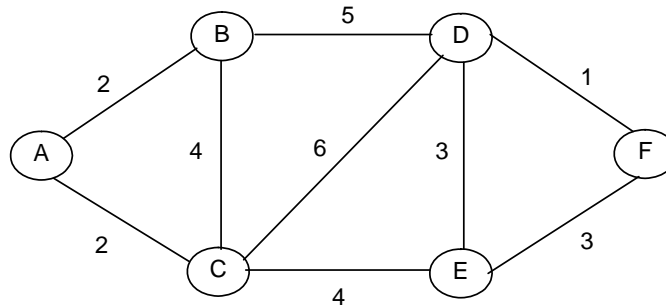


Ex. 1 Dada a seguinte rede:



- Determine uma árvore de suporte de custo mínimo utilizando o algoritmo de Kruskal.
- Determine uma árvore de suporte de custo mínimo utilizando o algoritmo de Prim.
- Existirá mais do que uma de suporte de custo mínimo desta rede? Caso exista, como poderá obter uma árvore de suporte de custo mínimo distinta da obtida na alínea a) ao utilizar o algoritmo de Kruskal?

Ex. 2 Considere a seguinte rede:



- Determine a Árvore de Suporte de Custo Mínimo utilizando o Algoritmo de Kruskal.
- Determine a Árvore de Suporte de Custo Mínimo utilizando o Algoritmo de Prim.

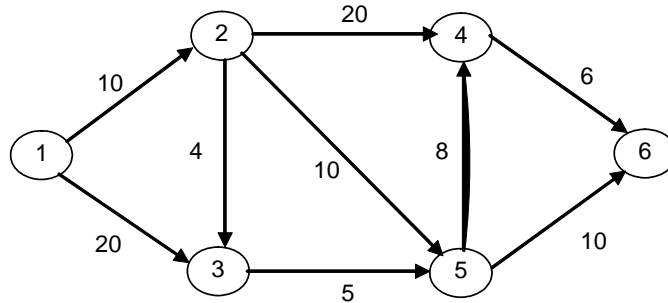
Ex. 3 Seis agricultores decidiram associar-se para a construção de um sistema de rega das suas explorações. O sistema de rega é constituído por um furo (no local A) onde será instalada uma bomba de água, um tanque de armazenamento de água em cada uma das explorações e um sistema de canais que permita abastecer de água os diversos tanques. São conhecidas as distâncias entre o local A e os diversos tanques e entre os vários tanques (em metros):

	Local A	Tanque 1	Tanque 2	Tanque 3	Tanque 4	Tanque 5	Tanque 6
Local A	0	100	150	20	80	100	50
Tanque 1		0	80	-	100	-	-
Tanque 2			0	20	-	-	-
Tanque 3				0	-	-	10
Tanque 4					0	30	-
Tanque 5						0	150

O custo do sistema é proporcional à extensão da rede de canais. As distâncias com “-” correspondem a ligações tecnicamente impossíveis.

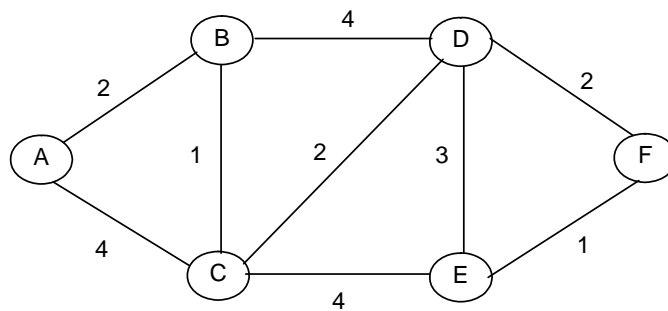
Represente a situação através de um problema de redes e resolva-o, indicando a extensão óptima do sistema de canais (explicitando com suficiente clareza o algoritmo utilizado).

Ex. 4 Considere a seguinte rede:



Determine o caminho mais curto entre 1 e cada um dos restantes vértices.

Ex. 5 Considere a seguinte rede:



Determine o caminho mais curto entre A e F.

Ex. 6 A empresa Alfa-Ferramentas pretende optar entre vários modelos de equipamento que lhe permitem fabricar um produto que tenciona colocar no mercado durante os próximos quatro anos. Os diferentes modelos de equipamento têm características distintas que se traduzem numa durabilidade variável. Por exemplo, o equipamento de tipo A deve ser substituído ao fim de um ano, o de tipo B ao fim de dois anos e do tipo C ao fim de três anos. Prevê-se também que os custos dos diferentes tipos de equipamento (a preços constantes) sejam decrescentes.

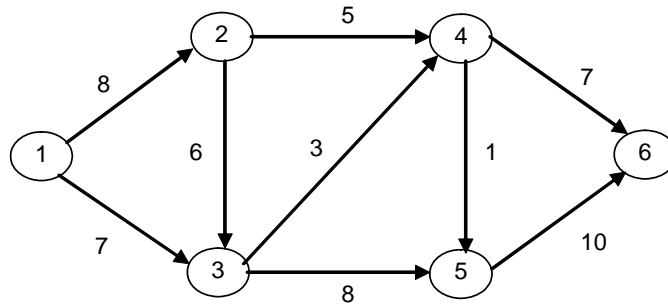
A informação disponível é a seguinte:

Tipo Equipamento	Durabilidade	Custo (preços constantes)			
		1.º ano	2.º ano	3.º ano	4.º ano
A	1 ano	100	90	80	70
B	2 anos	150	140	130	120
C	3 anos	200	200	180	150

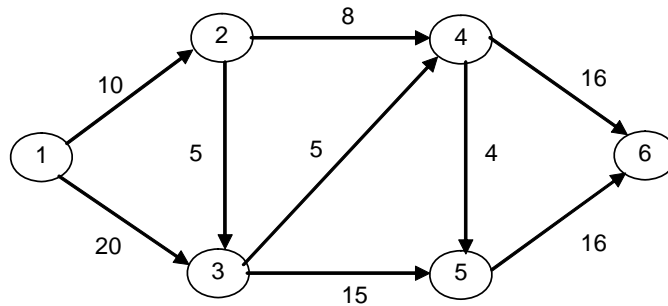
Determine o plano mais económico de aquisição dos equipamentos a usar nos próximos quatro anos.

Ex. 7 Considere as redes:

R1



R2

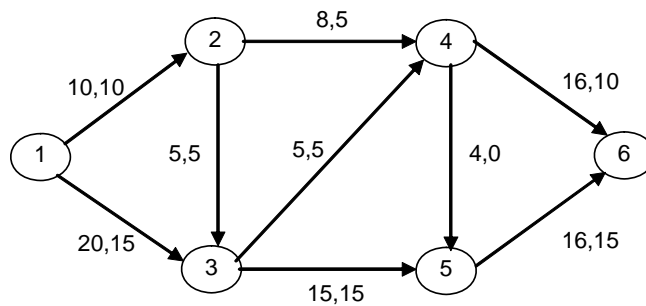


Para cada uma das redes:

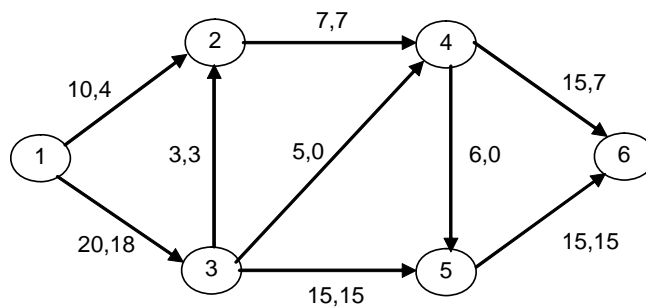
- Determine o fluxo máximo entre os nodos 1 e 6, tendo em conta que os valores apresentados junto aos arcos representam a respectiva capacidade.
- Indique o corte ou um dos cortes de capacidade mínima.

Ex. 8 Considere as redes:

R1



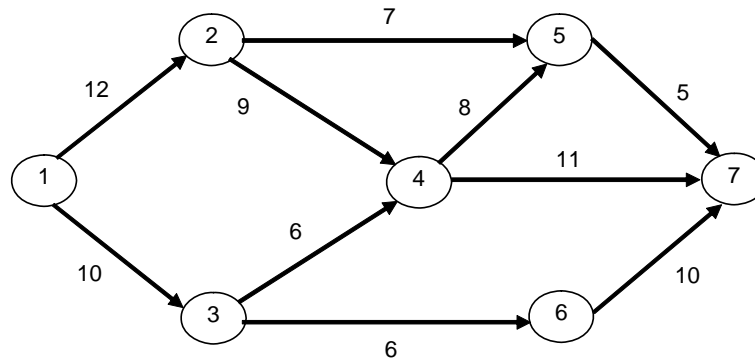
R2



em que os valores a, b indicados junto aos arcos representam, respectivamente, a capacidade do arco e o valor do fluxo nesse arco.

Para cada uma das redes determine o fluxo máximo entre os nodos 1 e 6.

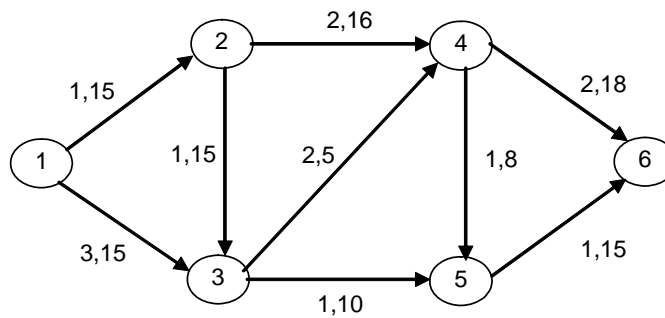
Ex. 9 A rede representada abaixo diz respeito a um sistema de condutas de água. Cada arco representa uma conduta e os vértices representam os pontos de ligação entre condutas. O valor representado junto a cada arco designa a quantidade, em milhares de litros, que pode passar, por minuto, na conduta que este arco representa.



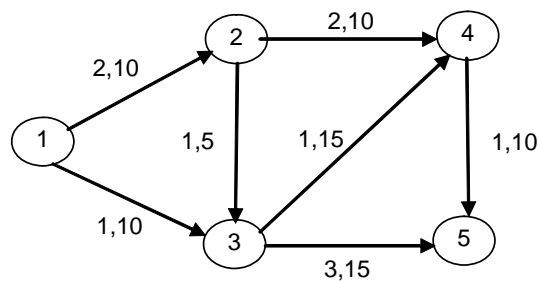
Determine a quantidade máxima de água que pode passar, por minuto, do ponto 1 ao ponto 7.

Ex. 10 Considere as redes:

R1



R2

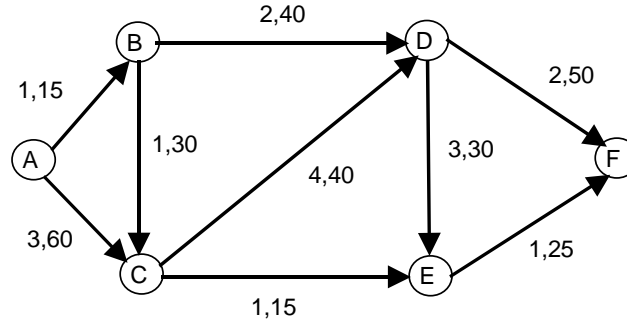


em que os valores a, b indicados junto das arestas representam, respectivamente, o custo unitário de fluxo e a capacidade do arco.

- a) Determine, em R1, o fluxo de custo mínimo de valor 24 entre os nodos 1 e 6.
- b) Determine, em R2, o fluxo de custo mínimo de valor 17 entre os nodos 1 e 5.

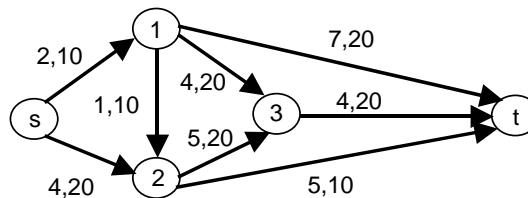
Ex. 11 Uma empresa de distribuição tem de transportar 25 toneladas de um determinado produto da cidade A para a cidade F. Para efectuar o transporte tem de utilizar entrepostos, pois não é possível transportar directamente de A para F, e pode utilizar mais do que um percurso.

Os custos unitários de transporte e as capacidades de transporte associados a cada ligação encontram-se indicados, por esta ordem, junto aos arcos da rede que representam as ligações possíveis.



Determine o plano de transporte de custo mínimo.

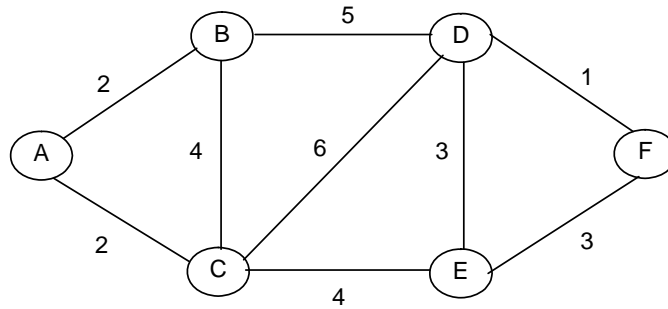
Ex. 12 Um programa de estágios para recém-licenciados pode ser completado de diversas formas. Na rede apresentada cada arco representa uma etapa de um estágio. Cada estágio é constituído por uma sequência de etapas (treinos), que constituem um caminho entre s e t . Os valores indicados junto aos arcos representam, respectivamente, o custo de um estagiário realizar o treino e o número de estagiários que podem realizar o treino representado nesse arco.



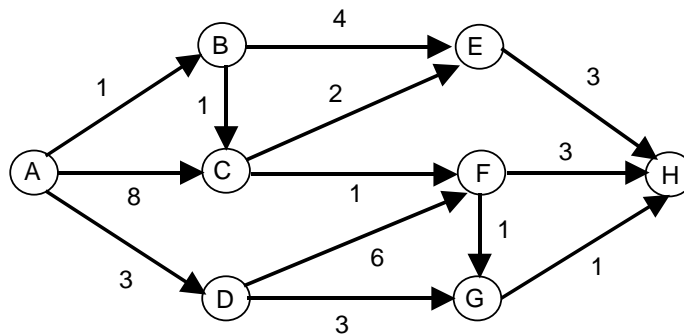
- Qual será o número máximo de estágios que podem ser realizados? Identifique o problema e resolva-o. Não se esqueça de indicar o nome do método utilizado.
- Qual será a forma mais económica de realizar um estágio? Identifique o problema e resolva-o. Não se esqueça de indicar o nome do método utilizado.
- Qual será a forma mais económica de realizar vinte estágios? Identifique o problema e resolva-o. Não se esqueça de indicar o nome do método utilizado para o resolver nem de indicar a solução e o custo que lhe está associado.

Ex. 13 Considere que a seguinte rede representa um mapa turístico de uma cidade, em que o vértice A representa um posto de turismo e os restantes vértices representam museus. Dado que o posto de turismo e os museus necessitam de trocar informações entre eles, será necessário instalar uma rede de comunicações. Os valores junto das arestas representam a distância (em Kms) entre os vários museus e o posto de turismo e o custo de instalação da rede é directamente proporcional à sua extensão. Sabe-se ainda que, por cada Km percorrido, o tempo que medeia entre a emissão da informação e a recepção da informação aumenta 0.001 segundos.

Pretende planear-se a instalação da rede de comunicações da forma mais económica possível, que permita a troca de informações entre o posto de turismo e os museus e que garanta o menor tempo de espera entre a emissão de informação do posto de turismo e sua recepção no museu F. Não se esqueça de identificar o problema e de fornecer a solução óptima completa.

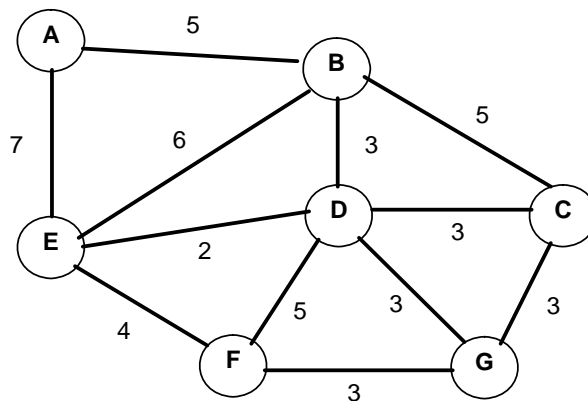


Ex. 14 Uma empresa de transporte de valores pretende transportar um conjunto de valores do local A para o local H. Por razões de segurança, decidiu efectuar o transporte em dois percursos distintos, sem vias em comum e no menor tempo total possível. Na rede apresentada em seguida encontram-se as vias que podem ser escolhidas. Os valores junto aos arcos referem-se aos tempos (em minutos) de percurso de cada via.



Que percursos devem ser escolhidos? Qual o tempo total dos percursos? Identifique o problema e indique o método que utilizou para o resolver.

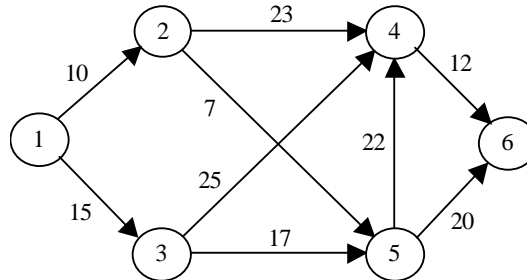
Ex. 15 Pretende-se construir uma rede telefónica para servir um conjunto de 7 localidades – A, B, C, D, E, F e G. Estas localidades, assim como, o conjunto de ligações que é possível estabelecer entre elas estão representados, respectivamente, nos vértices e nas arestas na rede, que se apresenta em seguida:



Na mesma rede, o valor junto de cada aresta refere-se ao custo de estabelecer a ligação representada nessa aresta. Sabe-se ainda que a ligação (A,E) é prioritária. Que ligações devem ser construídas de forma a garantir a existência de uma ligação entre cada par de localidades e a minimizar o custo total de construção da rede? Identifique o problema, resolva-o e indique que o método foi utilizado.

Ex. 16 Uma empresa de distribuição tem que entregar sete tipos de encomendas. Para isso, possui uma frota de cinco camiões. Existem três unidades de cada tipo de encomenda e as capacidades dos camiões são dadas por 6, 4, 5, 4 e 3 unidades, respectivamente. Formule como um problema de Redes, de modo a que nenhum camião transporte mais do que uma unidade do mesmo tipo de encomenda.

Ex. 17 Uma companhia aérea está a planear um voo excepcional entre as cidades 1 e 6. Na impossibilidade de o voo ser directo, foram estudadas as diferentes hipóteses de escalas, em algumas das cidades 2, 3, 4 e 5. Essas hipóteses foram representadas na rede que se segue, onde os vértices representam as cidades e os arcos as viagens possíveis. O valor que se encontra junto a cada arco representa o custo da viagem que este representa.



- a) Sabendo que se pretende realizar o voo entre as cidades 1 e 6 ao menor custo possível, indique quais as escalas que devem ser escolhidas. Não se esqueça de identificar o problema e de referir o algoritmo que usou.
- b) Sabendo que se pretende realizar o voo entre as cidades 1 e 6 com o menor número possível de viagens, indique como resolveria este problema (sem resolver). Apresente todas as justificações necessárias.

Ex. 18 Uma empresa pode produzir, mensalmente, um produto. Dado que a empresa possui armazéns, a produção mensal pode ser utilizada para satisfazer a procura do próprio mês ou para ser armazenada e, posteriormente, ser utilizada para satisfazer níveis de procura de meses posteriores. São conhecidos os custos unitários de produção e de armazenamento, por mês, as capacidades produtivas e a procuras mensais. Admitindo que não existem restrições à quantidade de produto armazenado, como planearia a produção dos próximos 3 meses de forma a minimizar os custos totais, ou seja, os custos de produção e de armazenamento?

Represente o problema numa rede. Indique, justificando, qual o método que aplicaria caso pretendesse resolver o problema.

Ex. 19 Uma empresa tem trabalhado no desenvolvimento de um novo produto e teve conhecimento de que uma sua concorrente pretende lançar um produto semelhante. Neste momento, a investigação necessária está quase completa e tornou-se urgente acelerar o lançamento do produto. Identificaram-se quatro etapas necessárias para concluir o desenvolvimento e preparar o lançamento. A realização das etapas tem que verificar um conjunto de relações de precedências. Primeiro será necessário concluir a investigação, depois desenvolver-se-á o produto, seguir-se-lhe-á o desenho do sistema de produção e, por último, iniciar-se-á a produção e a distribuição do produto. Qualquer uma das etapas só poderá iniciar-se quando as precedentes estiverem concluídas. As etapas podem ser realizadas com duração normal, duração rápida ou duração muito rápida. Os tempos necessários, em meses, são indicados na tabela:

Duração	Etapas			
	Conclusão da Investigação	Desenvolvimento do Produto	Desenho do Sistema de Produção	Início da Produção e Distribuição
Normal	5	--	--	--
Rápida	4	3	5	2
Muito Rápida	2	2	3	1

O objectivo é minimizar o tempo total necessário para colocar o produto no mercado.

a) Represente a situação numa rede.

b) Identifique o problema (sem o resolver).

(Adaptado de "Introduction to Operations Research", Hillier e Lieberman)