

FORMULAÇÃO DE PROBLEMAS EM PL

Ex 1 Formule o seguinte problema:

"Um comerciante pretende obter uma quantidade não superior a 5 toneladas de certo produto. Esta quantidade pode ser encomendada a duas fábricas A e B. A fábrica A garante um lucro de 4 mil Euros por tonelada mas não pode fornecer mais de 3 toneladas. A fábrica B garante um lucro de 3.5 mil Euros por tonelada e pode fornecer qualquer quantidade. Qual o esquema de encomenda que origina um lucro máximo?"

Ex 2 (Exercício 2 proposto, cap. 1 – “Investigação Operacional, vol.2, Exercícios de Programação Linear”, M.M.Hill e M.M.Santos, Ed. Sílabo) Formule o seguinte problema:

"Uma fábrica produz dois bens A e B. O lucro médio que obtém com A é de 40 u.m./tonelada e com B é de 30 u.m./tonelada. A unidade de produção compõe-se de 3 secções: a de corte, a de mistura e a de embalagem, que podem ser utilizadas durante 8 horas por dia. O processo de produção caracteriza-se por:

- O bem A é primeiro cortado e depois embalado. Cada tonelada consome 1/2 hora na secção de corte e 1/3 hora na secção de embalagem.
- O bem B é primeiro misturado e depois embalado. Cada tonelada consome 1 hora na secção de mistura e 2/3 hora na secção de embalagem.

Qual a combinação de produção que a empresa deve realizar diariamente a fim de maximizar o lucro?"

Ex 3 Uma empresa tem uma ocupação descontínua de certa linha de produção e a administração está a estudar a hipótese de destinar esse excesso de capacidade à produção de um ou mais de três produtos designados por A, B e C. A capacidade disponível das máquinas que poderá limitar a produção é a seguinte:

Máquina	Tempo disponível (horas/semana)
1	200
2	150
3	50

O número de horas-máquina necessário para cada tonelada dos referidos produtos é:

Máquina	Produto A	Produto B	Produto C
1	8	2	3
2	4	3	-
3	2	-	1

O departamento de vendas informa que as vendas potenciais dos produtos A e B ultrapassam a capacidade máxima de produção e que a venda potencial do produto C é de 20 toneladas semanais. Os lucros são de 20, 6 e 8 u.m. por tonelada, respectivamente para os produtos A, B e C. Pretende-se determinar o plano óptimo de produção.

Ex 4 (idêntico ao Exercício 1 proposto, cap. 1 – “Investigação Operacional, vol.2, Exercícios de Programação Linear”, M.M.Hill e M.M.Santos, Ed. Sílabo)

A televisão pretende organizar um programa de meia hora e tenciona apresentar um comediante, uma orquestra e anúncios. O comediante exige um mínimo de 200 Euros, à razão de 20 Euros por minuto. Analogamente, a orquestra exige pelo menos 250 Euros, à razão de 50 Euros por minuto. Os anúncios rendem 10 Euros por minuto e não devem absorver menos de 3 minutos nem mais de 10. Organize o programa de modo a minimizar as despesas.

Suponha agora que a orquestra apresenta uma outra proposta baixando o preço para 30 Euros por minuto desde que a actuação seja de pelo menos 10 minutos. Diga se essa proposta vai alterar o programa feito.

Ex 5 Uma fábrica pode desenvolver a produção de um produto através de duas formas distintas. Na primeira utiliza uma máquina de tipo A e outra de tipo C. Na segunda, a máquina de tipo A é substituída por uma de tipo B. Esta diferença não tem consequências na qualidade dos produtos. Os tempos (em minutos) de utilização das máquinas necessários para fabricar um quilograma de produto, assim como o número de horas/máquina semanais disponíveis, encontram-se na tabela seguinte:

		Máquina		
		A	B	C
Forma	1. ^a	15	-	10
	2. ^a	-	12	8
Horas Disponíveis		450	400	500

O produto é fabricado a partir de três matérias-primas: MP1, MP2, e MP3. As quantidades necessárias para produzir um quilograma de produto, assim como as quantidades máximas disponíveis por semana, estão indicadas na tabela seguinte:

		Matérias-primas		
		MP1	MP2	MP3
Forma	1. ^a	3	-	4
	2. ^a	-	2.5	5
Quantidade Disponível		5550	3500	13500

Devido aos compromissos com os clientes é necessário produzir semanalmente, pelo menos, 3000 quilogramas. O preço de aquisição das matérias-primas MP1, MP2 e MP3 é de 0.6, 0.6 e 0.5 u.m., respectivamente e o custo de utilização de uma hora/máquina de tipo A, B e C é de 10, 18 e 12 u.m., respectivamente. Formule em PL, de modo a minimizar os custos totais.

Ex 6 Uma empresa pretende planear a produção de quatro produtos e para o efeito possui três máquinas. Cada um dos produtos pode ser produzido em qualquer uma das máquinas, sendo os tempos requeridos (em horas) e os custos de produção (em u.m.) por tonelada, de cada produto em cada uma das máquinas, os seguintes:

Produto	Tempos Requeridos (h)			Custos Unitários Produção (u.m.)		
	Máquina			Máquina		
	1	2	3	1	2	3
1	0.3	0.2	0.8	4	6	12
2	0.25	0.3	0.6	4	7	10
3	0.2	0.2	0.6	5	5	8
4	0.2	0.25	0.5	7	6	11

Sabendo que a empresa necessita de produzir, pelo menos, 2900, 3200, 2700 e 3400 toneladas dos produtos 1, 2, 3 e 4, respectivamente, e que só tem disponíveis 2300, 2000 e 1900 horas de laboração nas máquinas 1, 2 e 3, respectivamente, formule em PL o modelo que permite determinar o plano óptimo de produção, tendo em conta que cada tonelada de cada um dos quatro produtos é vendida a 15 u.m..

Ex 7 Uma empresa de reciclagem de papel pode adquirir dois tipos de papel, A e B, ao custo de 100 u.m. e 150 u.m por tonelada, respectivamente. Os papéis A e B são utilizados para fabricar três novos tipos de papel, P1, P2 e P3, por meio de duas máquinas. As quantidades de papel A e B, assim como os tempos de máquina necessários para a produção de uma tonelada de cada um dos produtos, encontram-se na tabela seguinte:

Produtos	Quantidades (Ton)		Tempos (Hora/Ton)	
	Papel A	Papel B	Maq. 1	Maq. 2
P1	0.5	0.6	1	2
P2	0.7	0.4	2	1
P3	0.9	0.3	1	1

A empresa só tem disponíveis 100 horas de utilização da máquina 1 e 120 horas da máquina 2. A empresa necessita de produzir, no mínimo, 20 toneladas de cada produto e por limitações de mercado pode adquirir, no máximo, 80 toneladas de papel A e 50 toneladas de papel B. Sabendo que os custos de produção (sem incluir o custo das matérias-primas) de P1, P2 e P3 são 250 u.m. por tonelada e que o preço de venda é de 500, 550 e 490 u.m., respectivamente, formule em PL de modo a maximizar os lucros.

Ex 8 A empresa *CordasMar* pretende planejar a produção de corda para os próximos três meses. Tem em armazém 1000 metros de corda e pretende que no fim do terceiro mês não fique corda em *stock*. A empresa assinou contratos nos quais se comprometeu a fornecer 10000, 12000 e 8000 metros, respectivamente no primeiro, segundo e terceiro meses. Nestes meses a capacidade de produção é de 12000, 10000 e 11000 metros, respectivamente. Sabendo que o lucro é de 500 u.m., por metro, caso não haja custos de armazenamento e que estes são de 75 u.m. por mês e por cada metro, formule em PL o problema que permite determinar o plano ótimo de produção.

Ex 9 Um investidor dispõe de cem mil Euros e pretende planejar os seus investimentos dos próximos cinco anos. Pode investir em quatro tipos de aplicações: A, B, C e D. Os dois primeiros tipos de aplicações podem ser efectuados no início de qualquer um dos anos, enquanto que a aplicação C só poderá ser feita no início do primeiro ano e a aplicação D apenas poderá ser feita no início do segundo ano. A duração de cada um dos investimentos é de 3, 2, 1 e 4 anos, respectivamente. Cada Euro investido nas aplicações A, B C e D proporciona um lucro de 9, 8, 5 e 18 cêntimos, respectivamente. Sabendo que o investidor poderá aplicar, no máximo, sessenta mil Euros no investimento D e que os lucros obtidos podem ser investidos, como devem ser planeados os investimentos de forma a maximizar o capital acumulado no fim dos cinco anos? Formule o problema em Programação Linear.

Ex 10 Uma empresa de refrigerantes pretende elaborar o plano ótimo de produção de sumos naturais e sumos gaseificados, para os próximos 4 meses. A empresa tem contratos a cumprir, conhecendo por isso a procura de sumos durante estes meses. Essa procura, em milhares de litros, é dada na tabela seguinte:

Produtos	Meses			
	1	2	3	4
Sumos Naturais	50	45	55	40
Sumos Gaseificados	45	40	50	35

A capacidade de produção mensal é de 95 milhares de litros. Existe a possibilidade de se armazenarem sumos, mas a um custo mensal de 1.5 u.m., por milhar de litros, para os sumos naturais e de 1.0 u.m. para os sumos gaseificados. No início do mês 1 existem em armazém 10 milhares de litros de sumos naturais. Formule o problema que permite determinar o plano ótimo de produção, sabendo que a margem bruta (sem custos de armazenamento) é de 5 u.m. e 3 u.m. por cada mil litros de sumos naturais e sumos gaseificados, respectivamente. Admita que no final do último mês o *stock* deve ser nulo.

Ex 11 Uma empresa de lacticínios que fabrica queijos utiliza como matéria-prima, entre outras, leite de cabra e de ovelha. A empresa pretende planejar a sua produção semanal de queijos. A oferta de leite e procura de queijos não são constantes e encontram-se na tabela seguinte:

Dias	Oferta de Leite (litros)		Procura de Queijos (kg)	
	Cabra	Ovelha	Cabra	Ovelha
2. ^a F	720	530	40	30
3. ^a F	370	250	45	30
4. ^a F	410	280	45	30
5. ^a F	400	270	45	30
6. ^a F	400	300	80	60

Para fabricar um quilograma de cada um dos queijos são necessários 9 litros do leite respectivo. Devido a problemas de conservação, a empresa não pode guardar o leite de uns dias para os outros. Pode, no entanto, armazenar os queijos a um custo diário de 5 u.m. por kg. Os queijos não podem ser armazenados de uma semana para a outra. Os custos de produção, por kg, são de 150 u.m. e 120 u.m. para os queijos de cabra e de ovelha, respectivamente. Formule o problema em PL de modo a minimizar os custos totais.

Ex 12 Um aviário deseja que a ração dos frangos tenha um certo número mínimo de nutrientes. Tem dois tipos de grão à sua escolha, A e B. Os dados referentes a cada um destes tipos de grão, bem como à quantidade mínima de nutrientes, encontram-se no quadro seguinte:

		Nutriente/kg de Grão			Custo/kg
		Amido	Proteínas	Vitaminas	
Tipo de Grão	A	4	4	2	60
	B	5	7	1	40
Quantidade Mínima		8	14	3	

Como deve ser feita a ração dos frangos de modo a que seja o mais económica possível? Formule o problema em PL.

Ex 13 Uma empresa que produz parafusos pretende planear a produção dos próximos três meses, não existindo, neste momento, unidades em *stock*. De acordo com os contratos existentes, a empresa terá que fornecer, no mínimo, 12 000 quilogramas e, no máximo, 15 000 quilogramas de parafusos, por mês. Os dados relativos à capacidade produtiva mensal (kg) e aos custos de produção mensais (u.m./kg) encontram-se na tabela seguinte:

Mês	1	2	3
Capacidade Produtiva (kg)	20 000	11 000	15 000
Custos (u.m./kg)	1	1.5	2

O preço de venda de cada quilograma de parafusos é de 5 u.m. e os custos de armazenamento são de 0.25 u.m. por kg de parafusos e por mês. Sabendo que o objectivo é maximizar o lucro e que ao fim dos três meses se pretende que não existam parafusos em *stock*, formule o problema em PL.

Ex 14 Um laboratório está a planear a produção de dois produtos, A e B, a partir de dois químicos, 1 e 2. O produto A deverá ser constituído por, pelo menos, 70% do químico 1 enquanto que B deverá ser constituído por, pelo menos, 60% do químico 2. O laboratório pode adquirir um máximo de 45 litros do químico 1 a 6 u.m./litro e um máximo de 40 litros do químico 2 a 4 u.m./litro. Pode ainda vender, no máximo, 40 litros do produto A e 30 litros de B. Cada litro do produto A é vendido a 6 u.m. e cada litro de B é vendido a 5 u.m.. Formule o problema em PL de forma a maximizar o lucro.

Ex 15 Uma fábrica produz três produtos (I, II e III). Para a sua produção a fábrica utiliza dois tipos de material, A e B, dos quais tem disponíveis mensalmente 4000 e 6000 toneladas, respectivamente. O quadro seguinte apresenta a quantidade de material necessário para produzir uma tonelada de cada um dos produtos:

Material	Produto I	Produto II	Produto III
A	2	3	5
B	4	2	7

O tempo necessário para produzir uma tonelada do produto I é duas vezes superior ao tempo necessário para o produto II e três vezes superior ao tempo necessário para o produto III. A capacidade da fábrica permite produzir mensalmente 1500 toneladas do produto I. Um estudo de mercado indica que a procura mensal dos três produtos é, no mínimo, de 200, 200 e 150 toneladas, respectivamente. Contudo, os rácios do número de toneladas produzidas deverá ser 3:2:5. O lucro, por tonelada, dos produtos I, II e III é de 30, 20 e 50 u.m., respectivamente. Formule, em Programação Linear, o problema que permite determinar as quantidades a serem produzidas com vista à maximização do lucro.

Ex 16 Uma pastelaria pretende planear a produção semanal de um dado tipo de bolo. A distribuição da procura, em quilogramas, ao longo da semana é a seguinte:

2. ^a feira	3. ^a feira	4. ^a feira	5. ^a feira	6. ^a feira	Sábado	Domingo
300	200	(*)	400	300	500	500

(*) A pastelaria está fechada ao público, mas pode haver produção

O custo unitário de cada quilograma de bolo é de 30 u.m.. No entanto, dado que à 2.^a feira e à 5.^a feira estes bolos têm que ser produzidos em horário extraordinário, o seu custo unitário é acrescido de 10 u.m., por kg. Ao Sábado e ao Domingo não há produção. Os bolos podem ser conservados durante dois dias (por exemplo, os bolos produzidos na 2.^a feira podem ser vendidos na 3.^a ou na 4.^a feira, mas não na 5.^a feira). O preço de venda deste tipo de bolo é de 100 u.m., por kg. Formule um modelo em Programação Linear que permita planificar a produção semanal de forma a maximizar o lucro.

FORMULAÇÃO DE PROBLEMAS EM PLI

Ex 17 Uma fábrica produtora de aparelhos de rádio e gravadores efectuou uma pesquisa de mercado e verificou que precisava de produzir, pelo menos, 1500 rádios e 3000 gravadores por mês. As necessidades de mão-de-obra para os rádios e gravadores são de 5 e 7 horas/homem, respectivamente, sendo 40000 o número de horas/homem disponíveis por mês na fábrica. O lucro unitário é de 500 e 1000 u.m., respectivamente para os rádios e para os gravadores. Formule em Programação Linear Inteira o modelo que permite determinar o plano de produção óptimo.

Ex 18 Uma empresa comercializa três produtos P_1 , P_2 e P_3 nas seguintes quantidades semanais: 15 unidades de P_1 , 50 de P_2 e 25 de P_3 . Qualquer um destes produtos pode ser fornecido por quatro fábricas F_1 , F_2 , F_3 e F_4 , cujas capacidades semanais de produção são, respectivamente, 10, 20, 30 e 30 unidades (independentemente do tipo de produtos em questão). Os custos unitários de produção de cada produto são indicados no seguinte quadro:

	F_1	F_2	F_3	F_4
P_1	6	4	5	4
P_2	7	6	7	3
P_3	8	7	6	9

Qual o plano óptimo de fornecimento dos produtos? Formule como um problema de transportes.

Ex 19 Uma estação de correios emprega um número diferente de trabalhadores em cada dia da semana:

2. ^a	3. ^a	4. ^a	5. ^a	6. ^a	Sab	Dom
17	13	15	19	14	16	11

O acordo sindical obriga a que cada empregado trabalhe 5 dias consecutivos e depois tenha 2 dias de folga seguidos. Pretende-se saber qual o número mínimo de empregados que satisfaz as necessidades diárias.

Ex 20 Uma fábrica produz vidros e tem de satisfazer uma encomenda de:

- 50 vidros de 80 x 40 cm
- 40 vidros de 80 x 70 cm
- 60 vidros de 80 x 50 cm

A fábrica possui peças de vidro com 80 x 100 cm. Como deve ser efectuado o corte dos vidros de forma a minimizar os desperdícios? Formule em Programação Linear Inteira.

Ex 21 Uma estância recebe chapas de cobre com 1.2 metros de largura e com 2 metros de comprimento. A estância recebeu a seguinte encomenda:

- 100 chapas com 1 metro de largura e 1.2 metros de comprimento
- 150 chapas com 1 metro de largura e 1 metro de comprimento
- 200 chapas com 0.4 metros de largura e 0.8 metros de comprimento

Como devem ser cortadas as chapas de forma a minimizar os desperdícios? Formule o problema em Programação Linear Inteira.

Ex 22 Um excursionista planeia fazer uma viagem acampando. Deseja levar 6 objectos consigo, que em conjunto excedem o limite de 17 kg que ele supõe ser capaz de carregar. Para se ajudar a si próprio no processo de selecção, atribui valores por ordem crescente de importância a cada um dos objectos, segundo a tabela:

Objectos	1	2	3	4	5	6
Peso (kg)	10	3	4	3	2	6
Valor	20	15	16	9	7	6

Formule o problema, em Programação Linear Inteira, de forma a maximizar o valor total dos objectos seleccionados.

Ex 23 A associação de estudantes de uma escola resolveu participar num torneio inter-escolas. Este torneio será constituído por três provas – P1, P2 e P3 – a realizar em três dias distintos sendo que a prova P3 exige a participação de dois concorrentes. Cada concorrente realiza apenas uma prova. Após um período de selecção foram apurados quatro candidatos para participar neste torneio. Na tabela que se segue, encontram-se os tempos médios, em minutos, que cada candidato demorou a executar cada prova.

	P1	P2	P3
Candidato 1	5	3	9
Candidato 2	3	6	10
Candidato 3	9	2	6
Candidato 4	7	3	1

Se a escola vencedora deste torneio for aquela que realizar todas as provas no menor tempo possível, que candidatos devem ser seleccionados, por esta associação de estudantes, para realizar cada uma das provas? Formule como um problema de afectação.

Ex 24 Uma Empresa pode realizar os seguintes investimentos:

	NPV	Custo do Investimento
Investimento 1	16×10^3 u.m.	5×10^3 u.m.
Investimento 2	22×10^3 u.m.	7×10^3 u.m.
Investimento 3	12×10^3 u.m.	4×10^3 u.m.
Investimento 4	8×10^3 u.m.	3×10^3 u.m.

(NPV é o valor actualizado líquido, i.e., o que vale neste momento o retorno que se recebe no futuro.) Sabendo que o montante disponível para investir é de 14×10^3 u.m., formule em Programação Linear Inteira de forma a maximizar o NPV obtido pelos investimentos.

Ex 25 Considere o enunciado do exercício anterior e suponha que:

- a) Só é possível realizar, no máximo, três investimentos. Formule em PLI.
- b) Se for efectuado o investimento 3 então também será seleccionado o investimento 1. Formule em PLI.
- c) Se for efectuado o investimento 2 então não pode ser efectuado o investimento 3. Formule em PLI.

Ex 26 Quatro centros populacionais têm que efectuar os despejos dos seus lixos numa das três lixeiras disponíveis. O custo associado ao transporte do lixo, desde cada centro para cada lixeira, é apresentado na seguinte tabela:

	Lixeira 1	Lixeira 2	Lixeira 3
Centro Pop. 1	50	30	80
Centro Pop. 2	50	30	75
Centro Pop. 3	80	50	100
Centro Pop. 4	60	70	90

Cada lixeira pode receber o lixo de mais do que um centro populacional, excepto no caso da lixeira 1: se a lixeira 1 receber o lixo do centro populacional 1 então não pode receber lixo de outro centro. Formule o problema em Programação Linear Inteira de forma a minimizar os custos de transporte.

Ex 27 O responsável por um empreendimento de exploração de petróleo deve escolher, entre dez possíveis, os cinco locais de exploração de menor custo total. Os custos de exploração são c_j , $j = 1, \dots, 10$. A escolha dos locais deve respeitar as seguintes condições:

- a) dos locais 5, 6, 7 e 8 apenas pode escolher dois;
- b) a escolha do local 1 é incompatível com a escolha do local 2;
- c) a escolha dos locais 1 e 7 impede a escolha do local 8;
- d) a escolha dos locais 3 ou 4 impede a escolha do local 5;
- e) o local 9 só poderá ser escolhido se 2 for escolhido;
- f) a cada local corresponde um lucro l_j , $j = 1, \dots, 10$. O lucro total não deve ser inferior a L.

Formule em Programação Linear Inteira o problema que permite minimizar o custo total de exploração.

Ex 28 Considere o seguinte problema:

$$\begin{aligned} \text{Max } Z &= x + y \\ \text{s. a: } \quad x + 2y &\leq 20 \\ \quad \quad x + y &\geq 5 \\ \quad \quad x &\in \{1, 2, 4, 9\} \\ \quad \quad y &\geq 0 \text{ e inteira} \end{aligned}$$

Reformule o problema em Programação Linear Inteira.

Ex 29 Uma empresa pretende planear a produção de um bem para os próximos 6 meses. A empresa tem que satisfazer as seguintes encomendas:

Mês	1	2	3	4	5	6
Quantidade (t)	55	40	58	20	20	60

A produção em qualquer mês requer a instalação de um equipamento cujo custo é de 60 Euros e está limitada a 100 toneladas. Como a empresa dispõe de um grande armazém, qualquer quantidade tem a garantia de armazenamento de um mês para os seguintes, ao preço de 1 Euro por tonelada por mês. Em que meses deve ser instalado o equipamento? Que quantidades devem ser produzidas nos meses em que é instalado o equipamento? Formule o problema de modo a minimizar os custos totais (produção e armazenamento).

Ex 30 Uma fábrica de confecções produz três tipos de vestuário: camisas, calções e calças. Para produzir estas peças de vestuário é necessário dispor de maquinaria específica, a qual pode ser alugada, de acordo com a seguinte tabela:

Maquinaria para	Custo de aluguer (semana)
Camisas	200 u.m.
Calções	150 u.m.
Calças	100 u.m.

Para o fabrico das peças é também necessário tecido e mão-de-obra, como se regista no quadro seguinte (por cada peça):

	Mão-de-obra (horas)	Tecido (m ²)
Camisa	3	3
Calções	2	2
Calças	6	4

O preço unitário de venda dos produtos bem como os custos unitários de produção são apresentados no quadro seguinte:

	Preço de venda	Custo de produção
Camisas	12 u.m.	6 u.m.
Calções	8 u.m.	4 u.m.
Calças	15 u.m.	8 u.m.

Sabe-se que, em cada semana existem 150 horas disponíveis de mão-de-obra e que a quantidade de tecido destinado à confecção é de 160 m². Formule o problema em Programação Linear Inteira de forma a maximizar o lucro total.

Ex 31 Um investidor pretende seleccionar os investimentos que irá realizar e determinar que quantias irá aplicar em cada um dos investimentos. Cada unidade monetária investida em I1, I2 e I3 proporciona um lucro de 0.15 u.m., 0.1 u.m. e 0.08 u.m., respectivamente. Poderá investir, no máximo, 800 u.m. em cada um dos investimentos. No entanto, se optar por I3 terá que investir, pelo menos, 600 u.m. O investidor dispõe de 2000 u.m. para investir. Formule o problema em Programação Linear Inteira de forma a maximizar o lucro.

Ex 32 Uma empresa pretende planear a sua produção mensal. Os lucros (u.m.) associados a cada produto e o consumo de matérias-primas (por unidade) encontram-se na tabela seguinte:

	Produto 1	Produto 2	Produto 3	Produto 4
Lucro	10	3	6	7
Matéria-prima 1	4	1	2	3
Matéria-prima 2	3	1	3	2

A empresa poderá adquirir, no máximo, 3000 unidades de matéria-prima 1 e 2000 unidades de matéria-prima 2. Por outro lado, poderá produzir, no máximo, 500 unidades do produto 1 ou, no máximo, 600 unidades do produto 2. Além disso, terá que produzir, pelo menos, 500 unidades do

produto 2 ou 400 unidades do produto 3. Formule o problema em Programação Linear Inteira que permite maximizar o lucro.

Ex 33 Uma empresa pretende decidir a quantidade de um produto que deve produzir. A quantidade produzida determina a forma de produção escolhida. Cada uma das formas de produção implica a instalação de um equipamento e reflecte-se no custo unitário de produção. Caso pretenda produzir até 1500 unidades, terá que ser considerada a primeira forma. Caso contrário, deverá ser escolhida a segunda forma. Os restantes dados, referentes a cada forma de produção, encontram-se na tabela seguinte:

	Custo de Instalação	Custo de Produção
Forma 1	1000	3
Forma 2	1200	2

O preço de venda de cada unidade é de 10 u.m. Formule o problema em Programação Linear Inteira de forma a maximizar o lucro.

Ex 34 Uma empresa está a estudar a possibilidade de produzir novos produtos, entre dois possíveis. A produção obriga à instalação de equipamento. No caso do produto 1, só poderá haver produção se for instalado um e apenas um dos três equipamentos possíveis (A, B, C), o que condiciona a quantidade a produzir e o custo de produção. No caso do produto 2, só poderá ser produzido se for instalado o equipamento D. Os dados relativos aos custos (em u.m.) e aos limites à produção (em unidades) encontram-se na tabela seguinte:

		Custo Inst.	Custo Prod.	Quant. Mín.	Quant. Máx.
Prod. 1	Equip. A	1000	4	0	1000
	Equip. B	1500	3	1001	2000
	Equip. C	3000	2.5	2001	Sem Limite
Prod. 2	Equip. D	2000	3	0	Sem Limite

Sabe-se ainda que o total de vendas não excede as 10 000 unidades e que o preço de venda de cada um dos produtos é de 12 u.m.. Formule o problema em Programação Linear Inteira de forma a maximizar o lucro.

Ex 35 Uma empresa tem que entregar oito encomendas. Para efectuar as entregas terá que utilizar camiões com capacidade máxima de 12 m³. A empresa tem disponíveis sete camiões para efectuar as entregas. Os volumes das encomendas, em m³, são indicados na tabela:

Encomendas	1	2	3	4	5	6	7	8
Volumes	6	6	8	5	3	3	3	6

Qual o número mínimo de camiões necessários para efectuar as entregas? Formule o problema em Programação Linear Inteira. Mencione o significado das variáveis, da função objectivo e das restrições.

Ex 36 Suponha que vai viajar com duas malas. Após ter seleccionado o conjunto de objectos necessários para a viagem tem ainda disponíveis 4 quilogramas em cada mala. Poderá escolher alguns objectos para lazer e ocupação de tempos livres. Para seleccionar os objectos atribuiu um valor a cada um, tanto mais elevado quanto maior for o grau de satisfação proporcionado. Na tabela seguinte indicam-se os pesos e os valores atribuídos aos objectos:

Objecto	1	2	3	4	5	6
Peso (kg)	3	1.5	3	0.7	0.6	0.5
Valor	10	4	8	3	3	1

Suponha ainda que só deverá levar o sexto objecto se levar também o quinto objecto. Que objectos devem ser seleccionados de forma a maximizar o valor dos objectos escolhidos? Formule em Programação Linear Inteira.

Ex 37 Uma empresa (A) dispõe de duas máquinas para processar um conjunto de tarefas. Cada máquina labora 7 horas por dia. As tarefas que não podem ser processadas na empresa A (por falta de tempo disponível) terão que ser realizadas por outra empresa. O custo de processamento na outra empresa e a duração (em horas) da realização dos trabalhos nas máquinas da empresa A são indicados na tabela seguinte:

Tarefas	1	2	3	4	5	6	7
Duração (d_j)	5	3	4	2	2	4	2
Custo (c_j)	3	2	4	2	2	4	1

Sabe-se ainda que o processamento de cada tarefa terá que ser realizado numa única máquina (não poderá ser realizado parcialmente numa máquina e completado noutra) e que se pretende minimizar os custos. Por outro lado, a tarefa 3 só pode ser processada numa máquina da empresa A se a tarefa 2 for processada na mesma máquina. Que tarefas devem ser realizadas pela outra empresa e como devem ser utilizadas as máquinas da empresa A? Formule o problema em Programação Linear Inteira. Não se esqueça de mencionar o significado das variáveis, das restrições e da função objectivo.

Ex 38 Numa fábrica é necessário processar, num certo tipo de máquina, 135 trabalhos com duração de 4 horas/trabalho, 125 trabalhos com duração de 3 horas/trabalho e 100 trabalhos com duração de 2 horas/trabalho. Sabendo que o processamento de cada trabalho não deve sofrer interrupções, que cada máquina labora oito horas por dia e que não é necessário alterar a configuração da máquina quando se processam diferentes tipos de trabalho, formule em Programação Linear Inteira o modelo que permite determinar o número de máquinas necessárias para processar os trabalhos com um mínimo de tempo de laboração não utilizado.

Ex 39 Uma Empresa produz três tipos de carros: A, B e C. No quadro seguinte indicam-se as quantidades de matéria-prima e de mão-de-obra necessárias para produzir cada um dos carros, assim como o lucro associado a cada tipo de carro:

	Carro Tipo A	Carro Tipo B	Carro Tipo C
Matéria-prima (por carro)	1.5 t	3 t	5 t
Mão-de-obra (por carro)	30 h	25 h	40 h
Lucro Unitário	200 u.m.	300 u.m.	400 u.m.

Sabe-se que a mão-de-obra disponível é de 60 000 horas e que a quantidade de matéria-prima destinada à produção é de 6 000 toneladas. Formule o problema, em Programação Linear Inteira, de forma a que, para cada tipo de carro, ou não se produz, ou se produz pelo menos 1000 unidades.

Ex 40 Uma empresa recentemente constituída pretende adquirir equipamento informático. Tendo contactado alguns fornecedores, tem como opção três tipos de equipamento, dos quais pretende escolher no máximo dois. A Administração propôs às diferentes direcções que classificassem (de 0 a 10) os vários tipos de equipamento de acordo com as suas preferências (com classificação tanto mais alta quanto maior a preferência pelo equipamento), para que, com base nesta informação, seja tomada uma decisão. Os resultados desta classificação estão apresentados na tabela seguinte:

	Dir. Financeira	Dir. Comercial	Dir. Marketing	Dir. Produção
Equip. 1	4	8	9	6
Equip. 2	6	5	8	4
Equip. 3	7	5	4	8

A Administração pretende ainda que, por razões de organização interna, as direcções “Comercial” e “Marketing” disponham do mesmo tipo de equipamento. Apresente a formulação em Programação Linear Inteira que a Administração deve usar, de modo a que os equipamentos sejam atribuídos às direcções maximizando as suas preferências.

Ex 41 Uma empresa de comércio internacional contratou recentemente um vendedor que colocou na sua região de vendas “Grande Lisboa”. A Direcção Comercial, após ter reunido com ele, disponibilizou-lhe amostras dos produtos, com os quais o vendedor já se está a familiarizar. O vendedor decidiu propor à Direcção Comercial não transportar alguns deles, já que o seu peso conjunto será excessivo e ele acha razoável transportar até 10 kg. Os dados são os seguintes:

Produtos	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Peso (kg)	3.2	2.3	1.8	1.7	2.6	1.5	0.4	4.1	3.1	0.8
Índice Utilidade (0-10)	80	60	70	50	30	40	25	30	50	20

Formule em Programação Linear Inteira de modo a otimizar o índice de utilidade dos produtos seleccionados, sabendo que:

- O vendedor quer levar os produtos 2 e 3 por achar que a sua presença física é imprescindível na venda;
- Uma vez que os produtos 4 e 5 pertencem à mesma família de produtos, bastará levar apenas um deles;
- Se levar o produto 4 torna-se conveniente levar o produto 10 e vice-versa;
- Se levar o produto 8, a empresa poderá adquirir um expositor específico que pesa 1 kg, que fará aumentar em 30% a utilidade associada ao produto 8;
- Só valerá a pena levar o produto 1 se também levar os produtos 6, 7 e 9;
- Se levar o produto 5 não valerá a pena levar os produtos 1 e 10.

Ex 42 Uma empresa pretende planear a produção do próximo mês. Se decidir produzir o produto 1 terá que instalar um equipamento cujo custo de instalação mensal é de 800 u.m.. A produção do produto 2 não requer a instalação de qualquer equipamento. O custo de produzir uma tonelada é de 2 u.m. para o produto 1 e 5 u.m. para o produto 2. A empresa deve produzir um mínimo de 500 toneladas. O objectivo da empresa é minimizar os custos totais. Formule o problema em Programação Linear Inteira.

Ex 43: Considere o problema do exercício 42 e indique as alterações necessárias nas situações seguintes:

- a) O equipamento instalado para produzir o produto 1 permite a produção máxima de 400 toneladas;
- b) Se decidir produzir o produto 2, terá de produzir, pelo menos, 150 toneladas;
- c) Se decidir produzir o produto 2, terá de produzir, pelo menos, 150 toneladas e, no máximo, 350 toneladas;
- d) Terá de produzir, pelo menos, 200 toneladas do produto 1 ou 350 toneladas do produto 2;
- e) Poderá produzir, no máximo, 300 toneladas do produto 1 ou, no máximo, 400 toneladas do produto 2.

Ex 44 Uma empresa pretende reestruturar a sua actividade substituindo a sua produção actual por novos produtos. Para tal necessita de adquirir duas matérias-primas – MP1 e MP2 – e de utilizar uma máquina. Poderá adquirir diariamente, no máximo, 5000 e 7000 unidades de MP1 e MP2, respectivamente, enquanto que o tempo de maquinaria disponível diariamente é de 20 horas. O consumo de matérias-primas e o tempo necessário (em minutos) para produzir uma unidade de cada um dos produtos, assim como o lucro associado, encontram-se na tabela seguinte:

		Produtos			
		1	2	3	4
Recursos	MP1	6	8	7	4
	MP2	10	8	9	6
	Máquina (min.)	1.5	2	1.2	1
Lucro		14	15	20	16

Sabe-se ainda que a produção do quarto produto não pode exceder 1000 unidades, enquanto que a produção do terceiro produto não pode ser superior a 600 unidades. No entanto, se se produzir o quarto produto a produção do terceiro produto não pode exceder 300 unidades. Formule em Programação Linear Inteira o problema que permite maximizar o lucro. Não se esqueça de mencionar o significado das variáveis, das restrições e da função objectivo.

Ex 45 A fábrica WW produz 2 tipos de whisky, Glorious Blend e Super Blend, a partir de 3 maltes importados: Sir Roses, Highland Wind e Old Frenzy. Os fornecedores só conseguem garantir, no máximo, 2000 litros de Sir Roses, 2500 litros de Highland Wind e 1200 litros de Old Frenzy, ao preço de 350, 250 e 200 Euros por barril de 100 litros. Um barril de Glorious Blend é vendido por 340 Euros, enquanto que para um barril de Super Blend esse valor é de 300 Euros. Por questões de sabor e qualidade, é necessário que o Glorious Blend contenha pelo menos 60% de Sir Roses e no máximo 20% de Old Frenzy. Do mesmo modo, o Super Blend terá que conter pelo menos 15% de Sir Roses e no máximo 60% de Highland Wind. Admitindo que não existem outros custos de produção, pretendem conhecer-se as quantidades a produzir de cada uma das misturas por forma a maximizar o lucro líquido. Formule em Programação Linear Inteira.

ANÁLISE DE OUTPUTS

Ex 46 O planeamento diário da Simplex, Lda. é efectuado a partir dos resultados apurados através do modelo de PL apresentado em seguida. As variáveis de decisão representam o nível de produção de 4 produtos, sendo o objectivo maximizar o lucro. As duas primeiras restrições dizem respeito à capacidade em horas/máquina das secções I e II e as duas últimas restrições resultam de compromissos com clientes.

$$\begin{aligned} \text{Max Lucro} &= 40 x_1 + 30 x_2 + 100 x_3 + 50 x_4 \\ \text{s.a:} \quad & 0.2 x_1 + 0.1 x_2 + 0 x_3 + 0.3 x_4 \leq 100 \\ & 0.3 x_1 + 0 x_2 + 0.4 x_3 + 0 x_4 \leq 150 \\ & x_1 \geq 200 \\ & x_3 \geq 100 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 \end{aligned}$$

Utilizando a folha de cálculo EXCEL obtiveram-se os seguintes resultados:

Microsoft Excel 11.0 Answer Report
Worksheet: [PLExercicios.xls]Sheet1
Report Created: 28-11-2006 15:30:21

Target Cell
 (Max)

Cell	Name	Original Value	Final Value
F.Obj.		0	48500

Microsoft Excel 11.0 Sensitivity Report
 Worksheet: [PLExercicios.xls]Sheet1
 Report Created: 28-11-2006 15:30:21
 Adjustable Cells

Cell	Name	Final Value	Reduced Cost	Objective Coefficient	Allowable Increase	Allowable Decrease
\$C\$37	x1	200	0	40	95	1E+30
\$D\$37	x2	600	0	30	1E+30	13.33333333
\$E\$37	x3	225	0	100	1E+30	100
\$F\$37	x4	0	-40	50	40	1E+30

Constraints

Cell	Name	Final Value	Shadow Price	Constraint R.H. Side	Allowable Increase	Allowable Decrease
\$H\$39		100	300	100	1E+30	60
\$H\$40		150	250	150	1E+30	50
\$H\$41		200	-95	200	166.6666667	200
\$H\$42		225	0	100	125	1E+30

- a) Qual é o plano óptimo de produção? Mencione as quantidades a produzir, os recursos utilizados, as folgas das restrições e o lucro obtido.
- b) Suponha que do 1.º recurso passa a dispor de mais 50 unidades. Pode prever qual a variação sofrida pela função objectivo? Complemente as suas respostas com os cálculos necessários.
- c) Suponha que os seus contratos são renovados na condição de conseguir fornecer mais 50 unidades do 3.º produto. Que alterações se verificarão? Justifique.
- d) Do departamento de vendas informam-no que o 4.º produto passou a ter uma procura muito maior e que ao mesmo tempo isso lhe permite aumentar o lucro associado para 90 u.m.. Quais as alterações verificadas?
- e) Foram descobertos alguns efeitos secundários, não previstos, no 3.º produto, afectando por isso a sua procura. Isto significa que o lucro associado passa a ser de 20 u.m.. Haverá repercussões no problema? Se sim, quais?

Ex 47 Considere o modelo de Programação Linear apresentado em seguida, que se refere a um problema de planeamento da produção. As variáveis de decisão representam o nível de produção de três produtos e o objectivo é maximizar o lucro diário. As duas primeiras restrições dizem respeito à quantidade disponível de matérias-primas enquanto que a terceira é relativa a um compromisso assumido com os clientes.

$$\begin{aligned}
 \text{Max } Z &= 4x_1 + 6x_2 + 3x_3 \\
 \text{s.a:} \quad &x_1 + 3x_2 + x_3 \leq 2000 \\
 &4x_1 + 6x_2 + 3x_3 \leq 5000 \\
 &x_2 \geq 200 \\
 &x_1, x_2, x_3 \geq 0
 \end{aligned}$$

Utilizando a folha de cálculo EXCEL obtiveram-se os seguintes resultados:

Microsoft Excel 11.0 Answer Report
 Worksheet: [PLExercicios.xls]Sheet1
 Report Created: 28-11-2006 15:13:07
 Target Cell (Max)

Cell	Name	Original Value	Final Value
F.Obj		0	5000

Microsoft Excel 11.0 Sensitivity Report

Worksheet: [PLEexercicios.xls]Sheet1

Report Created: 28-11-2006 15:13:07

Adjustable Cells

Cell	Name	Final Value	Reduced Cost	Objective Coefficient	Allowable Increase	Allowable Decrease
\$C\$9	x1	500	0	4	0	0
\$D\$9	x2	500	0	6	6	0
\$E\$9	x3	0	0	3	0	1E+30

Constraints

Cell	Name	Final Value	Shadow Price	Constraint R.H. Side	Allowable Increase	Allowable Decrease
\$G\$11		2000	0	2000	500	450
\$G\$12		5000	1	5000	1800	1000
\$G\$13		500	0	200	300	1E+30

- a) Qual o plano óptimo de produção? Indique as quantidades produzidas, o lucro diário, o nível de consumo dos recursos e o cumprimento dos contratos.
- b) Suponha que o custo de aquisição de cada unidade da segunda matéria-prima, no mercado interno, é de 4.5 u.m. e que é possível adquirir 1000 unidades desta matéria-prima, no mercado externo, a 5 u.m. por unidade. Considera esta aquisição vantajosa? Justifique a sua resposta.
- c) Comente a seguinte afirmação: “A empresa fornece o segundo produto aos clientes em quantidades superiores ao mínimo acordado, logo este mínimo pode ser aumentado sem qualquer prejuízo para a empresa”.

Ex 48 Considere o modelo de Programação Linear apresentado em seguida, que se refere a um problema de planeamento da produção. As variáveis de decisão representam o nível de produção semanal de quatro produtos e o objectivo é maximizar o lucro semanal. As duas últimas restrições dizem respeito à quantidade disponível de matérias-primas enquanto que a primeira é relativa à utilização (em horas) de uma máquina.

$$\begin{aligned}
 \text{Max } Z &= 3x_1 + 12x_2 + 2x_3 + x_4 \\
 \text{s.a: } & 3x_1 + x_2 + 4x_3 + 2x_4 \leq 100 \\
 & 2x_1 + 2x_2 + 5x_3 \leq 130 \\
 & x_1 + x_4 \leq 200 \\
 & x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0
 \end{aligned}$$

Utilizando a folha de cálculo EXCEL obtiveram-se os seguintes resultados:

Microsoft Excel 11.0 Answer Report

Worksheet: [PLEexercicios.xls]Sheet1

Report Created: 28-11-2006 15:17:57

Target Cell (Max)

Cell	Name	Original Value	Final Value
F.Obj.		0	797.5

Microsoft Excel 11.0 Sensitivity Report
Worksheet: [PLeexercicios.xls]Sheet1
Report Created: 28-11-2006 15:17:57

Adjustable Cells

Cell	Name	Final Value	Reduced Cost	Objective Coefficient	Allowable Increase	Allowable Decrease
\$C\$19	x1	0	-10	3	10	1E+30
\$D\$19	x2	65	0	12	1E+30	10
\$E\$19	x3	0	-28.75	2	28.75	1E+30
\$F\$19	x4	17.5	0	1	23	1

Constraints

Cell	Name	Final Value	Shadow Price	Constraint R.H. Side	Allowable Increase	Allowable Decrease
\$H\$21		100	0.5	100	365	35
\$H\$22		130	5.75	130	70	130
\$H\$23		17.5	0	200	1E+30	182.5

- a) Qual o plano óptimo de produção? Indique quais são as quantidades produzidas, o nível de utilização dos recursos e o lucro óptimo.
- b) Considera vantajoso poder dispor de mais 100 horas/máquina? Quais seriam as consequências desta alteração?
- c) Comente a seguinte afirmação: “Se a empresa deixasse de dispor da primeira matéria-prima tornar-se-ia impossível produzir qualquer um dos produtos”.

Ex 49 Considere o problema de Programação Linear apresentado em seguida, referente a um problema de planeamento da produção. As variáveis de decisão representam o nível de produção de três produtos. O objectivo é maximizar o lucro diário. As duas primeiras restrições dizem respeito à quantidade disponível de matérias-primas enquanto que a terceira é relativa à utilização (em horas) das máquinas.

$$\begin{aligned} \text{Max } Z &= 30 x_1 + 25 x_2 + 27 x_3 \\ \text{s.a:} \quad & 3 x_1 + 2 x_2 + 2 x_3 \leq 1000 \\ & 4 x_1 + 5 x_2 + 4 x_3 \leq 2000 \\ & 1.5 x_1 + 1.5 x_2 + 2 x_3 \leq 500 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

Utilizando a folha de cálculo EXCEL obtiveram-se os seguintes resultados:

Microsoft Excel 11.0 Answer Report
Worksheet: [PLeexercicios.xls]Sheet1
Report Created: 28-11-2006 15:20:58

Target Cell(Max)

Cell	Name	Original Value	Final Value
F.Obj		0	10000

Microsoft Excel 11.0 Sensitivity Report
Worksheet: [PLeexercicios.xls]Sheet1
Report Created: 28-11-2006 15:20:58

Adjustable Cells

Cell	Name	Final Value	Reduced Cost	Objective Coefficient	Allowable Increase	Allowable Decrease
\$C\$28	x1	333.3333333	0	30	4.5	5
\$D\$28	x2	0	0	25	5	1.5
\$E\$28	x3	0	-3	27	3	1E+30

Constraints

Cell	Name	Final Value	Shadow Price	Constraint R.H. Side	Allowable Increase	Allowable Decrease
\$G\$30		1000	5	1000	0	333.3333333
\$G\$31		1333.333333	0	2000	1E+30	666.6666667
\$G\$32		500	10	500	142.8571429	0

- a) Qual será o plano óptimo de produção?
- b) Será vantajoso aumentar a capacidade de maquinação em 100 horas? Quais seriam as consequências deste aumento?
- c) Quais seriam as consequências de uma redução do lucro do primeiro produto para 27 u.m.?

Ex 50 Considere o modelo de Programação Linear apresentado em seguida, referente a um problema de planeamento sequencial de produção para dois meses. As variáveis de decisão x_{ij} , $i, j = 1, 2, i \leq j$, representam a quantidade produzida no mês i e vendida no mês j . O objectivo é maximizar o lucro. As duas primeiras restrições dizem respeito à capacidade produtiva em cada mês, enquanto que a última restrição é relativa a um compromisso com os clientes.

$$\begin{aligned}
 \text{Max } Z &= 60 x_{11} + 50 x_{12} + 45 x_{22} \\
 \text{s. a:} \quad & x_{11} + x_{12} \leq 150 \\
 & x_{22} \leq 80 \\
 & x_{12} + x_{22} \geq 90 \\
 & x_{11}, x_{12}, x_{22} \geq 0
 \end{aligned}$$

Utilizando a folha de cálculo EXCEL obtiveram-se os seguintes resultados:

Microsoft Excel 9.0 Answer Report

Worksheet: [freq.xls]Sheet1

Report Created: 6/3/03 2:54:27 PM

Target Cell (Max)

Name	Original Value	Final Value
F. O.	0	12500

Microsoft Excel 9.0 Sensitivity Report

Worksheet: [freq.xls]Sheet1

Report Created: 6/3/03 2:54:27 PM

Adjustable Cells

Cell	Name	Final Value	Reduced Cost	Objective Coefficient	Allowable Increase	Allowable Decrease
\$B\$9	Var. x11	140	0	60	1.00E+30	10
\$C\$9	Var. x12	10	0	50	10	1.00E+30
\$D\$9	Var. x22	80	0	45	1.00E+30	55

Constraints

Cell	Name	Final Value	Shadow Price	Constraint R.H. Side	Allowable Increase	Allowable Decrease
\$F\$4	1. ^a R.	150	60	150	1.00E+30	140
\$F\$5	2. ^a R.	80	55	80	10	80
\$F\$6	3. ^a R.	90	-10	90	140	10

- a) Qual será o plano óptimo de produção, vendas e de armazenamento? Indique as quantidades produzidas, vendidas e armazenadas, o lucro obtido e analise cada uma das restrições.
- b) Suponha que a empresa teve que renegociar os contratos com os clientes, aumentando a quantidade mínima fornecida no segundo mês para 120 unidades. Esta renegociação foi feita para manter os contratos relativos ao primeiro mês. Quais as consequências desta alteração?

c) Suponha que o preço de venda do produto terá que diminuir 10 u.m. no primeiro mês e que, no segundo mês, poderá aumentar 5 u.m.. Quais as consequências destas alterações? Qual será o novo plano ótimo?

Ex 51 Considere o modelo de Programação Linear apresentado em seguida, referente a um problema de misturas. As variáveis de decisão representam as quantidades, em litros, de cada um dos químicos utilizados para produzir um novo produto. O objectivo é minimizar o custo total de produção do novo produto. A primeira restrição garante que o produto é constituído por, pelo menos, 40% do primeiro químico. A segunda restrição assegura que são produzidos, pelo menos, 50 litros do novo produto, enquanto que a terceira restrição diz respeito à quantidade disponível do segundo químico.

$$\begin{aligned} \text{Min } Z &= 5x_1 + 3x_2 + 4x_3 \\ \text{s. a: } & 3/5x_1 - 2/5x_2 - 2/5x_3 \geq 0 \\ & x_1 + x_2 + x_3 \geq 50 \\ & x_2 \leq 20 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

Utilizando a folha de cálculo EXCEL obtiveram-se os seguintes resultados:

Microsoft Excel 9.0 Answer Report

Worksheet: [exam.xls]Sheet1

Report Created: 6/24/03 5:02:07 PM

Target Cell (Min)

Cell	Name	Original Value	Final Value
\$F\$2	F.O.	0	200

Microsoft Excel 9.0 Sensitivity Report

Worksheet:

[exam.xls]Sheet1

Report Created: 6/24/03 5:03:21 PM

Adjustable Cells

Cell	Name	Final Value	Reduced Cost	Objective Coefficient	Allowable Increase	Allowable Decrease
\$B\$8	Variáveis	20	0	5	1E+30	1
\$C\$8	Variáveis	20	0	3	1	1E+30
\$D\$8	Variáveis	10	0	4	1	1

Constraints

Cell	Name	Final Value	Shadow Price	Constraint R.H. Side	Allowable Increase	Allowable Decrease
\$E\$4	1.ª Restrição	0	1	0	10	20
\$E\$5	2.ª Restrição	50	4.4	50	1E+30	16.66666667
\$E\$6	3.ª Restrição	20	-1	20	10	20

- a) Qual será o plano ótimo de mistura? Indique as quantidades utilizadas, o custo do produto e analise cada uma das restrições.
- b) Suponha que o custo de cada litro do primeiro químico aumentou para 5.5 u.m.. Quais as consequências deste aumento?
- c) Suponha agora que é possível dispor de mais 5 litros do segundo químico. Quais as consequências desta alteração?

Ex 52 Considere o modelo de Programação Linear apresentado em seguida, que se refere a um problema de planeamento de produção. As variáveis de decisão representam o nível de produção de três produtos. O objectivo é maximizar o lucro diário. As duas primeiras restrições referem-se ao consumo de duas matérias-primas. A terceira e a quarta restrições são relativas a compromissos com os clientes.

$$\begin{aligned}
 \text{Max } Z &= 10x_1 + 12x_2 + 16x_3 \\
 \text{s. a: } & 2x_1 + 3x_2 + 3x_3 \leq 4000 \\
 & x_1 + 2x_2 + 2x_3 \leq 3000 \\
 & x_3 \leq 1000 \\
 & x_2 \geq 200 \\
 & x_1, x_2, x_3 \geq 0
 \end{aligned}$$

Utilizando a folha de cálculo EXCEL obtiveram-se os seguintes resultados:

Microsoft Excel 9.0 Answer Report

Worksheet: [exam2]Sheet1

Report Created: 6/27/03 4:47:11 PM

Target Cell

(Max)

Cell	Name	Original Value	Final Value
\$F\$2	F.O.	0	20400

Microsoft Excel 9.0 Sensitivity Report

Worksheet:[exam2]Sheet1

Report Created: 6/27/03 4:47:38 PM

Adjustable Cells

Cell	Name	Final Value	Reduced Cost	Objective Coefficient	Allowable Increase	Allowable Decrease
\$B\$9	Variável x_1	200	0	10	0.666666667	2
\$C\$9	Variável x_2	200	0	12	3	1E+30
\$D\$9	Variável x_3	1000	0	16	1E+30	1

Constraints

Cell	Name	Final Value	Shadow Price	Constraint R.H. Side	Allowable Increase	Allowable Decrease
\$E\$4	1. ^a Restrição	4000	5	4000	800	400
\$E\$5	2. ^a Restrição	2600	0	3000	1E+30	400
\$E\$6	3. ^a Restrição	1000	1	1000	133.3333333	1000
\$E\$7	4. ^a Restrição	200	-3	200	133.3333333	200

- Qual será o plano óptimo de produção? Indique as quantidades produzidas, o lucro obtido e analise cada uma das restrições.
- Suponha que o custo de produção do terceiro produto diminuiu 1 u.m.. Quais as consequências desta redução?
- Suponha que o custo de produção do primeiro produto aumentou 3 u.m.. Quais as consequências desta alteração?
- Suponha que a empresa terá que renegociar os contratos. O principal cliente da empresa aceita manter a quantidade adquirida do terceiro produto se a quantidade fornecida do segundo produto aumentar em 50 unidades. No caso da empresa não aceitar o aumento desta quantidade, o principal cliente da empresa adquirirá menos 100 unidades do terceiro produto. O que será menos desvantajoso para a empresa? Justifique a sua resposta apresentando todos os cálculos necessários.
- Suponha agora que a empresa poderá adquirir mais 1000 unidades da primeira matéria-prima. Quais as consequências deste aumento?

- f) O custo de aquisição de cada unidade da primeira matéria-prima foi de 0.5 u.m. Suponha que é possível adquirir 500 unidades adicionais desta matéria prima, mas que o seu preço unitário passou a ser de 2.5 u.m. A aquisição será vantajosa?
- g) Suponha que houve um engano no fornecimento da matéria prima 1 e que só estão disponíveis 3700 unidades. Simultaneamente, ficou a saber-se que é possível vender até 1100 unidades de produto 3. Quais as consequências desta alteração?