



**Gestão e Gestão e Engenharia  
Industrial**

**Investigação Operacional**

**Exame de época de Recurso**

2011/ 2012

**Dia:** Quarta-Feira, 20 de Junho de 2012

**Duração:** 2h30 min.

---

**Instruções:**

1 – Justifique as suas respostas;

2 – A pontuação de cada questão encontra-se em parêntesis, junto à mesma

---

**Nome:**

**Número:**

**Turma:**

---

**Ex1.** Uma empresa que fabrica compostos químicos está interessada em planejar a produção semanal dos artigos A, B e C. A produção destes artigos é feita a partir de vários produtos, entre eles o produto P, que é escasso no mercado. Os artigos A e B têm de ser inspecionados por um técnico especializado que trabalha até 40 horas semanais. Além disso, dadas as suas características, os artigos A e C requerem a utilização de uma máquina, aqui designada por M, e cuja disponibilidade semanal é de 80h. Na tabela abaixo são indicadas as disponibilidades semanais, bem como, por cada tonelada de artigo, a quantidade de produto P necessária à sua produção (em toneladas), o tempo de processamento na máquina M (em minutos), o tempo necessário de inspecção (em horas) e o lucro (em u.m.).

	Artigo			Disponibilidade semanal
	A	B	C	
Produto P	0,1 ton.	0,5 ton.	0,3 ton.	35 ton.
Máquina M	15 min.	–	20 min.	80 h
Tempo inspecção	0,5 h	1 h	–	40 h
Lucro	4 u.m.	3 u.m.	2 u.m.	

Admita que toda a produção pode ser vendida e que os contratos com os clientes obrigam a fornecer, pelo menos, 10 toneladas de produto A.

a) Formule o problema em programação linear, de modo a atingir o maior lucro semanal. Não se esqueça de indicar o significado das variáveis, da função objectivo e das restrições **[2.0]**

b) A empresa pretende estudar a possibilidade de adquirir uma máquina adicional que, caso venha a ser instalada, substituirá o técnico especializado que aufere 2 u.m. por semana independentemente do tempo que trabalhe. A máquina tem um custo de utilização semanal de 10 u.m., poderá laborar até um limite de 60 horas semanais e processar uma tonelada a cada meia hora, quer se trate do artigo A ou B. Indique as alterações ao modelo apresentado em a), sabendo que se pretende maximizar o lucro semanal.

**[1.5]**

c) Suponha que surgiu no mercado um novo fornecedor de produto P, cuja capacidade de fornecimento está limitada a 10 toneladas. Para a empresa adquirir produto P deste novo fornecedor terá que estabelecer um contrato, que obriga ao pagamento semanal de 20 u.m., e em que se compromete a adquirir semanalmente, pelo menos, 5 toneladas de produto P. Para além disso, este fornecedor garante um preço de aquisição de produto P que irá permitir à empresa aumentar o lucro associado a cada produto, por tonelada vendida, em 0.1 u.m., 0.3 u.m. e 0.5 u.m, respectivamente, para os produtos A, B e C. Note-se que ainda que este contrato seja efectuado, a empresa poderá continuar, caso esteja interessada, a adquirir produto P dos restantes fornecedores. Admitindo que o objectivo da empresa continua a ser a maximização do lucro semanal, como alteraria a formulação apresentada em a) de modo a incluir esta nova possibilidade? **[2.0]**

**Ex2.** O modelo em programação linear apresentado abaixo refere-se ao planeamento de entregas mensal de três produtos, em que se pretende minimizar o custo de transporte. As variáveis  $X_1$ ,  $X_2$  e  $X_3$  representam, respectivamente, as toneladas de produtos P1, P2 e P3 a serem transportadas. A primeira restrição refere-se à quantidade total mínima (em toneladas) a transportar e a segunda representa o limite de disponibilidade de P2. A terceira restrição diz respeito à relação entre as quantidades a transportar dos produtos P1 e P2. Finalmente, a quarta restrição assegura um contrato estabelecido com um cliente.

$$\begin{aligned}
 \text{Min } Z = & \quad 2 X_1 + \quad 7 X_2 + \quad 6 X_3 \\
 \text{s. a:} & \quad X_1 + \quad X_2 + \quad X_3 \geq 500 \\
 & \quad \quad X_2 \leq 40 \\
 & \quad X_1 - \quad 3 X_2 = 0 \\
 & \quad \quad \quad X_3 \geq 350 \\
 & \quad X_1, X_2, X_3 \geq 0
 \end{aligned}$$

Utilizando o Solver, obtiveram-se os seguintes resultados:

Name	Original Value	Final Value
F.O.	0	2587,5

Name	Final Value	Reduced Cost	Objective Coefficient	Allowable Increase	Allowable Decrease
Var. X1	112,5	0	2	3,666666667	4,333333333
Var. X2	37,5	0	7	11	13
Var. X3	350	0	6	1E+30	2,75

Name	Final Value	Shadow Price	Constraint R.H. Side	Allowable Increase	Allowable Decrease
Rest.1	500	3,25	500	10	150
Rest.2	37,5	0	40	1E+30	2,5
Rest.3	0	-1,25	0	150	10
Rest.4	350	2,75	350	150	10

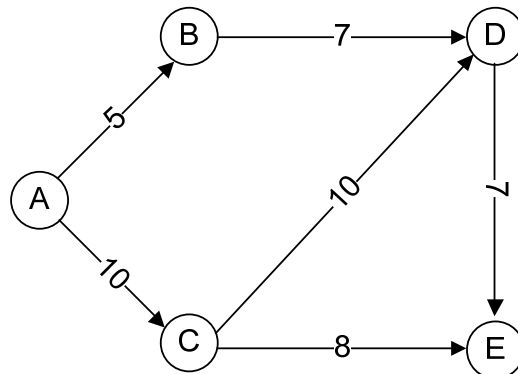
a) Descreva o plano óptimo de transporte mensal, referindo as quantidades a transportar, o custo e a análise de cada restrição. Justifique. [1.0]

b) O custo por tonelada de transporte do produto P2 sofreu um aumento de 10 u.m. Indique, justificando, quais as alterações no plano ótimo e no custo. **[1.0]**

c) No próximo mês, a empresa terá de transportar uma quantidade total mínima de 400 toneladas de produtos. Indique, justificando, quais as alterações que ocorrerão no custo. **[1.0]**

d) No próximo mês, o cliente pretende um fornecimento adicional de 10 toneladas de P3. Indique qual o valor adicional mínimo a cobrar ao cliente pelo transporte, de modo a que esta proposta não seja desvantajosa para a empresa. Justifique. **[1.5]**

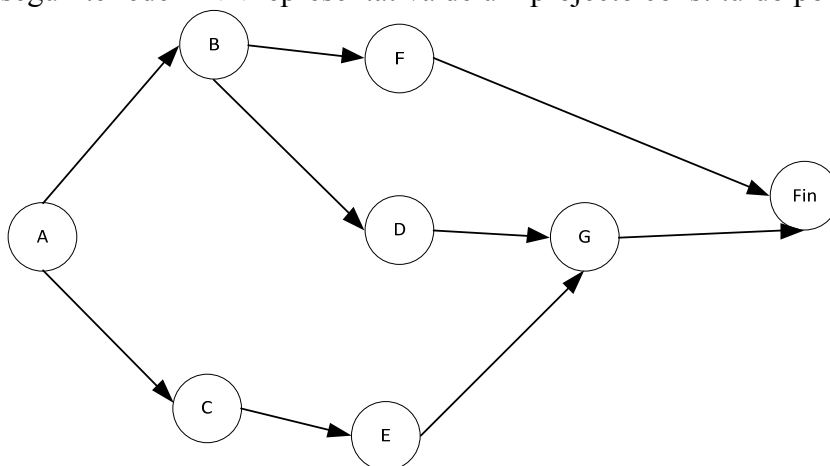
**Ex3.** Uma fábrica, localizada em A, tem um contrato com uma empresa de transportes para distribuição de paletes. para os locais B, C, D e E. A rede de transportes utilizada pela referida empresa encontra-se abaixo, na qual os locais estão representados pelos vértices e as ligações possíveis pelos arcos. O contrato estabelecido entre a fábrica e a empresa transportadora permite que, diariamente, possa ser transportado, em cada ligação, o número de paletes indicado sobre o respectivo arco.



a) Amanhã, a fábrica pretende enviar 7 paletes para o local E e, para o efeito, a empresa de transporte irá utilizar as ligações (A,C), (C,D) e (D,E). Tendo em conta a rede acima apresentada, será possível aumentar o número de paletes que podem ser enviadas amanhã até ao local E? Resolva considerando o problema de redes adequado, indicando o algoritmo usado, bem como todas as justificações necessárias. [3.0]

b) Depois de amanhã, a fábrica pretende enviar 5 paletes para o local D e 6 paletes para o local E. Indique como resolveria este problema de redes, apresentando todas as justificações necessárias (não necessita de resolver). **[1.5]**

**Ex4.** Considere a seguinte rede ANN representativa de um projecto constituído por nove actividades:



Na tabela que se segue estão listadas, para cada actividade, as durações, expressas em dias, bem como os custos directos, normais e reduzidos.

Actividade	Predecessores	Duração		Custo directo	
		Normal	Reduzida	Normal	Reduzido
A	-	2	2	2400	2400
B	A	10	8	5000	5100
C	A	12	7	3000	3500
D	B	5	2	5000	6500
E	C	5	2	1000	1600
F	B	9	9	4500	4500
G	D,E	5	5	6000	6000

Tendo em conta os dados apresentados na tabela anterior:

a) Qual a duração mínima do projecto? Justifique.

[1.0]

**b)** Que actividades não podem sofrer nenhum atraso para que o projecto possa ser concluído na sua duração mínima? **[1.5]**

**c)** Qual o custo directo do projecto? **[0.5]**

**d)** Qual o valor adicional que terá que ser pago, caso se pretenda reduzir a duração do projecto em 4 dias? **[2.5]**



## RASCUNHO