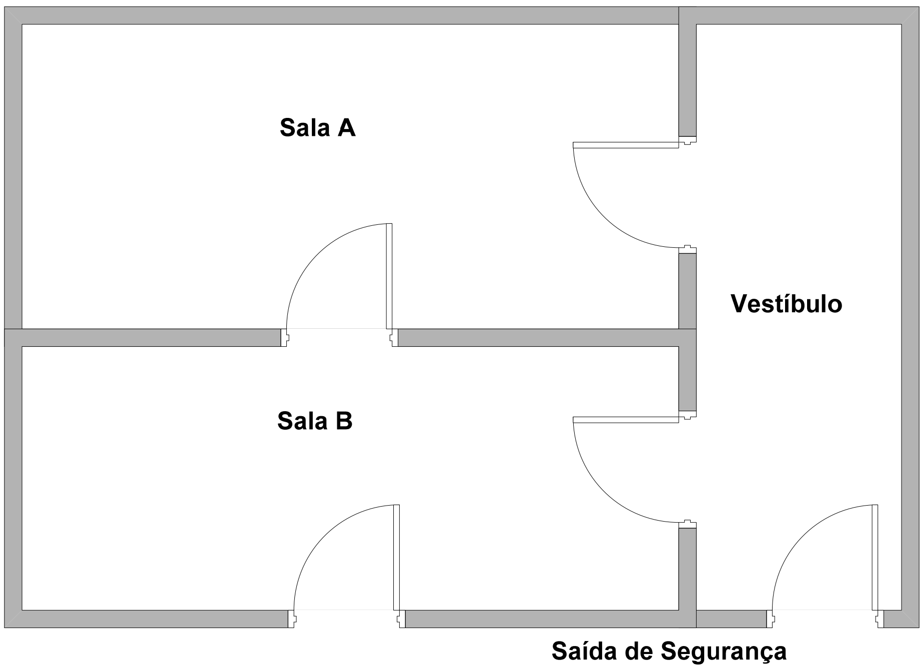
M1

Caso 3

- DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

  Uma empresa de segurança pretende determinar um plano de evacuação para um edifício público (*). A planta do edifício é a seguinte:



(*) Pode definir-se evacuação como a acção de abandonar uma zona em perigo ou risco o mais rapidamente possível e de forma ordeira.

M1 sfsdfgsd
MaMiCaZe; 08-05-2011

Caso 3 (cont.)

- O tempo de evacuação é o tempo necessário para completar o processo de evacuação e é constituído por três componentes principais:
  - O tempo necessário aos ocupantes da zona em perigo ou risco para identificarem que se encontram em situação de perigo;
  - O tempo necessário aos ocupantes da zona em perigo ou risco para decidirem como vão proceder;
  - O tempo necessário aos ocupantes da zona em perigo ou risco para se deslocarem para um local seguro. Este tempo será designado por Tempo de Saída.
- Os dois primeiros tempos são resultados de factores de natureza comportamental e organizacional.
- A maior parte dos modelos de evacuação enfatizam a estimação do tempo de saída e pretendem determinar um limite inferior ao tempo real de evacuação.

Caso 3 (cont.)

- Em geral, consideram-se dois tipos de abordagens para modelar problemas de evacuação:
  - Modelos macroscópicos: **os ocupantes da zona em perigo são tratados como um grupo homogéneo e só se consideram as características comuns;** Esta abordagem é utilizada para determinar limites inferiores (a ferramenta principal é a optimização)
  - Modelos microscópicos: **é enfatizado o movimento individual dos ocupantes da zona em perigo** (são considerados parâmetros como a velocidade de deslocação, condições físicas, interacção entre os ocupantes); Esta abordagem é utilizada para determinar limites superiores (a ferramenta principal é a simulação)

Vamos centrar-nos nos Modelos Macroscópicos.

Caso 3 (continuação)

- MODELOS MACROSCÓPICOS
  - O Tempo é um parâmetro decisivo no Problema de Evacuação e a maioria dos modelos macroscópicos baseiam-se em redes de fluxo dinâmicas.
  - A ideia consiste em
    - Representar o edifício e os seus atributos numa rede estática R;
    - Para modelar o problema de evacuação, ao longo do tempo, utiliza-se uma rede dinâmica R_T que consiste numa representação da rede R ao longo do tempo.
  - A rede estática R= (N,A,C) é utilizada para modelar as origens, os destinos e as ligações utilizadas para transferir os ocupantes da zona em perigo
    - **N** – conjunto de nodos que representam locais (salas, vestíbulos, átrios, …);
    - **A** – conjunto de arcos que representam ligações (corredores, escadas,…) ;
    - **C** – atributos dos arcos tais como capacidades (número máximo de pessoas que podem percorrer o arco por unidade de tempo) e tempos de percurso (tempo necessário para a deslocação entre os extremos do arco).
  - Observações importantes:
    - Alguns nodos podem ter capacidades que representam o número máximo de pessoas que podem estar, em simultâneo, no local representado pelo nodo;
    - As saídas ou os locais seguros que correspondem ao fim do processo de evacuação são os nodos destinos. Neste problema vamos considerar que existe apenas um nodo destino. Assim, se existirem vários nodos destino acrescenta-se à rede um nodo fictício – **supernodo destino**. Este nodo fictício será ligado a todos os nodos que representam saídas e locais seguros e a sua procura será igual ao número total de pessoas a evacuar (que pode ser considerado infinito).

Caso 3 (cont.)

- EXEMPLO (continuação)

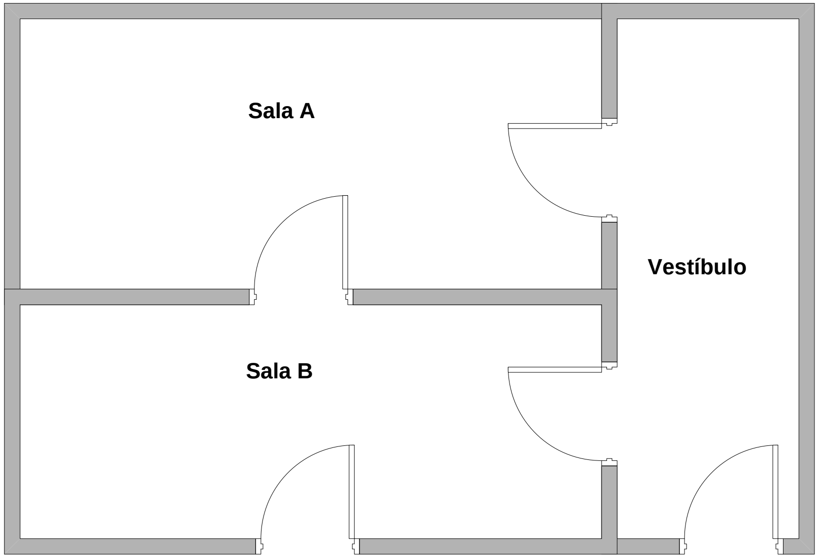
	Nº Inicial de Ocupantes	**Capacidade Máxima**
Sala A	3	5
Sala B	4	8
Vestíbulo	3	20

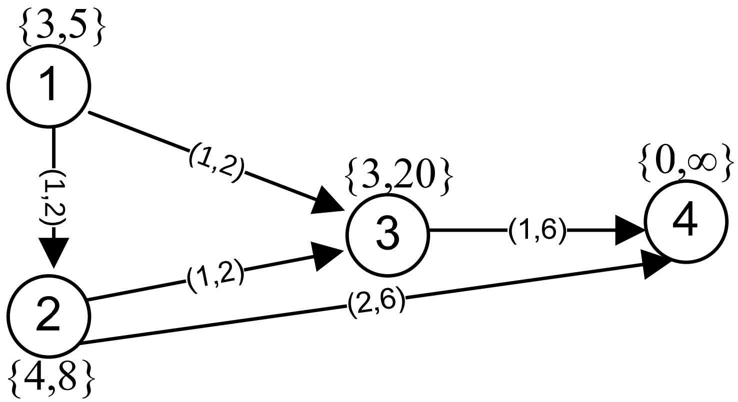
	Tipo de Deslocação				
	De A para B	**De A para Vestíbulo**	**De B para Vestíbulo**	**De B para Saída de Seg.**	**De Vestíbulo para Saída de Seg.**
Tempo de Percurso (min.)	1	1	1	2	1
Nº Máximo de Pessoas que fazem o percurso em simultâneo	2	2	2	6	6

Caso 3 (cont.)

- EXEMPLO (continuação)

A planta do edifício e a rede estática:





LEGENDA

- Nodos:
  {a,b}=(conteúdo inicial, capacidade)
- Arcos:
  (a,b)=(Tempo de percurso, capacidade)

Caso 3 (cont.)

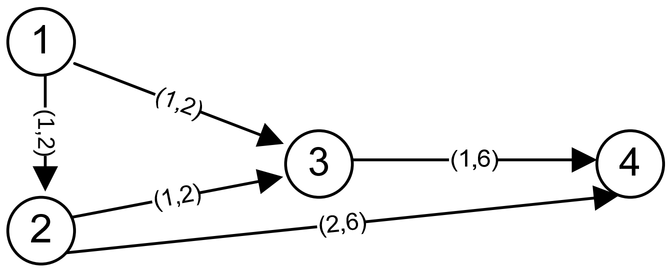
- Durante o processo de evacuação algumas ligações podem tornar-se inacessíveis, depois de decorrido algum tempo, devido à propagação do incêndio, fumo ou fuga de gás. Neste caso, a capacidade dos arcos correspondentes diminui ao longo do tempo, podendo mesmo tornar-se nula;
- Restrições de tempo, como as precedentes, não podem ser modeladas adequadamente por uma rede estática;
- As restrições de tempo podem ser modeladas utilizando uma representação discreta ou contínua do tempo. Vamos focar-nos na representação discreta;
- Nos Problemas de Fluxo em redes dinâmicas, alguns modelos assumem atributos constantes, por exemplo, o tempo e as capacidades de percurso;

Caso 3 (cont.)

- <u>Modelos para Problemas de Fluxos em Redes Dinâmicas com Representação Discreta do Factor Tempo</u>
  - Um problema de fluxos numa rede dinâmica, com representação discreta do factor tempo, é uma generalização do problema de fluxos numa rede estática que considera a evolução ao longo do tempo e a representação discreta do tempo. Neste caso, o fluxo é distribuído num conjunto pré-definido de períodos de tempo t=1,2,…,T;
  - O período de tempo t depende da unidade básica de tempo considerada para os tempos de percurso. Por exemplo, se a unidade básica de tempo for 2 minutos então t=2 corresponde a 4 minutos;
  - O número de períodos de tempo T é obtido dividindo o horizonte de tempo, relevante para o processo de evacuação, pela unidade básica de tempo;
  - No processo de evacuação podem considerar-se dois casos:
    - Conhecem-se *a priori* o número de pessoas e a sua localização no edifício -> Problema de Desocupação (Network Clearing Problem)
    - Não se conhecem nem o número de pessoas nem a sua localização no edifício -> Problema de Fluxo Máximo numa Rede Dinâmica

Caso 3 (cont.)

- **A. <u>Problema de Desocupação</u> (Network Clearing Problem)**
  - O objectivo é desocupar a rede, ou seja, evacuar todas as pessoas que lá se encontram
  - **Situação A.1**: Existe uma única pessoa dentro do edifício
    - Exemplo: Vamos assumir, sem perda de generalidade, que existe uma pessoa na sala 1 para ser evacuada. As capacidades dos arcos bem como os tempos de percurso são dados na rede estática representativa do problema, que se segue:



LEGENDA

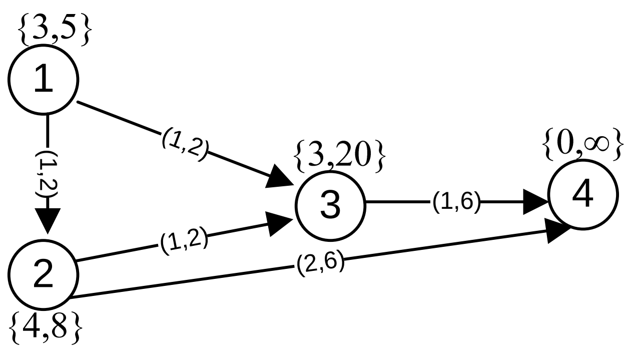
- Arcos:
  (a,b)=(Tempo de percurso, capacidade)

    - Neste caso não é necessário utilizar a rede dinâmica. Para resolver o problema basta determinar o caminho mais curto entre os nodos 1 e 4, utilizando o algoritmo de Dijkstra, por exemplo.

Caso 3 (cont.)

- **Situação A.2**: Existem várias pessoas para serem evacuadas, que podem estar localizadas em diferentes pontos, sendo conhecido o número de pessoas em cada ponto:
  - Primeiramente, representa-se o problema através duma rede estática:

    EXEMPLO:



LEGENDA

- Nodos:
  {a,b}=(conteúdo inicial, capacidade)
- Arcos:
  (a,b)=(Tempo de percurso, capacidade)

Neste exemplo, existem 10 pessoas para serem evacuadas: **três** no nodo1, **quatro** no nodo 2 e **três** no nodo 3.

  - Seguidamente, define-se o horizonte temporal T
    - consideremos T=4: em termos práticos, significa que cada pessoa tem que ser evacuada em, no máximo, 4 unidades de tempo.

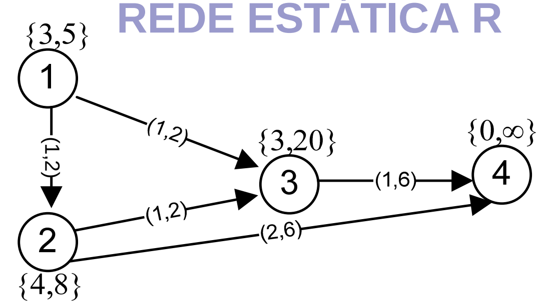
Caso 3 (cont.)

- Em terceiro lugar, desenhar a rede dinâmica:
  - Para cada unidade de tempo t=0,1,…, T, fazer uma cópia de cada nodo;
  - Os espaços (salas, vestíbulos, etc) que estão inicialmente ocupados são considerados nodos origem;
  - As saídas ou os locais seguros são considerados nodos destino;
  - Nodos que não sejam nem de origem nem de destino, são nodos que podem ser usados para a movimentação das pessoas e são designados por nodos de transferência;
  - De forma a garantir uma única origem e um único destino, caso seja necessário, introduz-se um super nodo origem <u>I</u> e um super nodo destino <u>F</u>;
  - O super nodo <u>I</u> será ligado apenas às cópias dos nodos origem, referentes ao instante zero, por meio de arcos. Esses arcos tem tempos de percurso nulos e capacidades iguais ao número de ocupantes iniciais;
  - Vamos assumir que os tempos de percurso e as capacidades dos arcos se mantêm ao longo do horizonte temporal T.

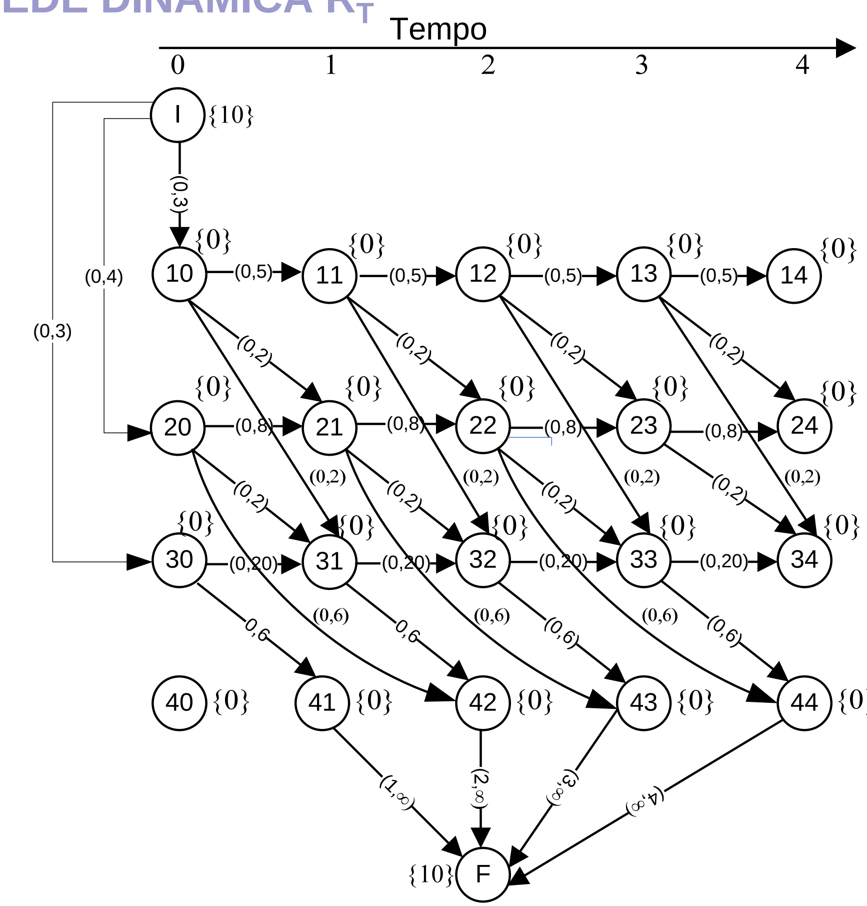
Caso 3 (cont.)

- Horizonte temporal: de 0 a 4 (T)
- Para cada período, fazer uma cópia de cada nodo;
- Introduzir os super nodos (I e F);
- Ligar o nodo inicial I aos nodos origem referentes ao instante 0 por meio de um arco com custo zero e capacidade igual à capacidade do nodo;
- Ligar os nodos destino (41,42,43,44) ao super nodo F por um arco com custo igual ao período de tempo e capacidade igual a infinito (o nodo 4 representa a saída e não tem restrições de capacidade);
- Ligar cada nodo à sua cópia no período seguinte por um arco com custo zero e capacidade igual à capacidade do nodo;
- Todos os outros arcos são desenhados de acordo com os arcos presentes na rede estática, tomando em consideração as capacidades e os tempos de percurso. Por exemplo, existe um arco entre o nodo 10 e o nodo 31 com (0,2), porque existe um arco entre os nodos 1 e 3, na rede estática, com tempo de percurso 1 e capacidade 2.

REDE ESTÁTICA R



REDE DINÂMICA R_T



LEGENDA

- (a,b)=(tempo percurso, capacidade);
- {0}= nodo de transferência;
- I - super nodo inicial com disponibilidade 10;
- F - super nodo final com procura 10

Caso 3 (cont.)

- Como resolver o problema?
  - A idea é estabeler como objectivo a minimização do tempo médio de saída de uma pessoa (sabendo que, no total, o número de pessoas a deslocar é $\theta = \sum_{i \in S} q_i$)
  - Considerando as seguintes variáveis de decisão
    - $X_{ij}(t)$: o número de pessoas que deixam o nodo i no instante t para chegarem ao nodo j, no instante $t+d_{ij}$
  - o tempo médio para evacuação de uma pessoa é dado por

$$\frac{\sum_{t=0}^{T} \sum_{i \in D} t x_{iF}(t)}{\sum_{i \in S} q_i}$$

    em que D é o conjunto dos nodos destino, F é o super nodo final, S o conjunto de nodos origem, e q_i a ocupação inicial do nodo i
  - Dado que o numero total de ocupantes iniciais é uma constante basta minimizar

$$\sum_{t=0}^{T} \sum_{i \in D} t x_{iF}(t)$$

Caso 3 (cont.)

- O objectivo do problema é determinar como devem ser evacuadas um conjunto de pessoas, de modo a minimizar o tempo médio de saída.
- Tendo em conta a função objectivo

$$\sum_{t=0}^{T} \sum_{i \in D} t x_{iF}(t)$$

o problema pode ser resolvido determinando, na rede dinâmica, o fluxo de custo mínimo de valor

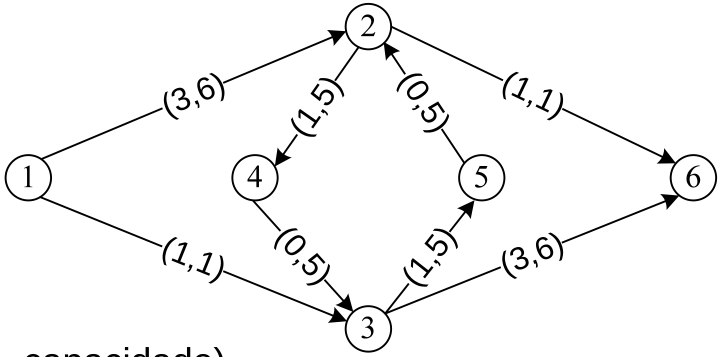
$$\theta = \sum_{i \in S} q_i$$

Caso 3 (cont.)

- **B. <u>Problema de Fluxo Máximo numa Rede Dinâmica</u>**
  - Este problema pode ser utilizado em modelos de evacuação nos quais não haja informação acerca dos número de pessoas que se pretende evacuar;
  - Neste caso, o objectivo é determinar **o número máximo de pessoas que podem ser evacuadas num determinado horizonte temporal T**;
  - Para resolver o problema, é necessário admitir que todas as pessoas se encontram situadas no mesmo local;
  - O problema pode ser modelado numa rede dinâmica, semelhante à que foi apresentada para o problema anterior;
  - Contudo, neste caso, o problema pode ser resolvido utilizando apenas a rede estática.

Caso 3 (cont.)

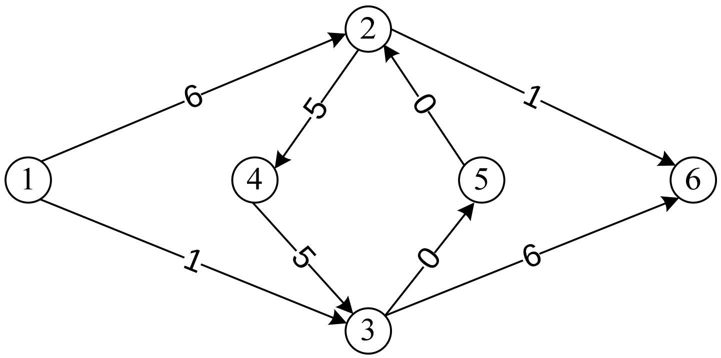
- O problema de fluxo máximo numa rede dinâmica pode ser resolvido através da rede estática do seguinte modo:
  - Calcular o fluxo de custo mínimo de valor igual ao valor do fluxo máximo que pode circular na rede estática. Depois, decompor o fluxo óptimo nos vários caminhos de passagem de fluxo;
  - Para cada caminho de passagem de fluxo, calcular o tempo de saída
  - Finalmente, de acordo com o horizonte temporal T, é necessário verificar que caminhos podem ser utilizados e, caso se aplique, quantas vezes pode cada um deles ser utilizado;
  - EXEMPLO: Considere a seguinte rede estática. Suponha que todas as pessoas estão localizadas no nodo 1, e que o nodo 6 é o nodo de saída



LEGENDA
- Arcos:
  (a,b)=(Tempo de percurso, capacidade)

Caso 3 (cont.)

- Resolvendo o fluxo de custo mínimo entre 1 e 6 de valor igual ao fluxo máximo (*), neste caso 7, obtêm-se a seguinte solução óptima:



- (*) K=min {soma das capacidades dos arcos que saem de 1, soma das capacidades dos arcos que chegam a 6} é um limite superior ao valor do fluxo máximo. Sendo assim, em vez de se determinar o fluxo máximo, pode acrescentar-se um arco adicional, ligando o nodo origem ao nodo destino, com custo infinito e capacidade K

- É possível identificar 3 caminhos de passagem de fluxo :
  - Caminho 1: 1-2-6 com fluxo 1
  - Caminho 2: 1-2-4-3-6 com fluxo 5
  - Caminho 3: 1-3-6 com fluxo 1

Caso 3 (cont.)

- Cada um destes caminhos tem um tempo de saída:
  - Caminho 1 (1-2-6): 4 unidades temporais;
  - Caminho 2 (1-2-4-3-6): 7 unidades temporais;
  - Caminho 3 (1-3-6): 4 unidades temporais.
- O número máximo de pessoas que podem ser evacuadas depende agora do horizonte temporal T;
- Por exemplo, se T for inferior a 7 o caminho 2 não poderá ser usado. Pelo contrário, se T for superior ou igual a 7 todos os caminhos podem ser utilizados para a evacuação das pessoas;
- Vamos supor que T=7. Agora é necessário verificar quantas vezes cada caminho pode ser repetido ao longo do horizonte temporal.

Caso 3 (cont.)

- Caminho 1: o seu tempo de saída é 4 $<$ T=7, logo este caminho pode ser repetido. Mas quantas vezes?
  - Se começar em t= 0 termina em t=4
  - Se começar em t= 1 termina em t=5
  - Se começar em t= 2 termina em t=6
  - Se começar em t= 3 termina em t=7
  - Concluindo: pode ser repetido 4 vezes, nos períodos t=0,1,2 e 3;
- Caminho 2: o seu tempo de saída é 7 = T, logo este caminho não pode ser repetido;
- Caminho 3: sendo o seu tempo de saida também 4, tal como acontece com o caminho 1, então pode ser repetido 4 vezes, nos períodos t=0,1,2 e 3.

Caso 3 (cont.)

- Nota: cada caminho pode ser repetido em t=0,1,…, K, em que
  K=T-tempo de saída do caminho
- Para determinar o número máximo de pessoas que podem ser evacuadas basta agora multiplicar o fluxo de cada caminho pelo número de vezes que este pode ser repetido:
- Neste caso,
  - o caminho 1 tem fluxo 1 e pode ser repetido 4 vezes, então pelo caminho 1 podem ser evacuadas 4*1=4 pessoas;
  - o caminho 2 tem fluxo 5 e não pode ser repetido, então pelo caminho 2 podem ser evacuadas 1*5=5 pessoas;
  - o caminho 3 tem fluxo 1 e pode ser repetido 4 vezes, então pelo caminho 3 podem ser evacuadas 4*1=4 pessoas.
- Concluindo, num horizonte temporal de 7 unidades de tempo, podem ser evacuadas 4+5+4=13 pessoas, no máximo.