

04.

TESTES

Materiais disponíveis em formato editável em

20 AULA DIGITAL
PROFESSOR

Índice de conteúdos

Teste de Diagnóstico ----- 20

Teste 1 ----- 27

Tema 1 – Introdução à lógica bivalente e à teoria dos conjuntos

- Proposições
- Condições e conjuntos

Tema 2 – Álgebra

- Radicais
- Potências de expoente racional

Teste 2 ----- 33

Tema 1 – Introdução à lógica bivalente e à teoria dos conjuntos

- Proposições
- Condições e conjuntos

Tema 2 – Álgebra

- Radicais
- Potências de expoente racional
- Polinómios

Tema 3 – Geometria analítica

- Geometria analítica no plano

Teste 3 ----- 41

Tema 2 – Álgebra

- Polinómios

Tema 3 – Geometria analítica

- Geometria analítica no plano
- Cálculo vetorial no plano
- Geometria analítica no espaço
- Cálculo vetorial no espaço

Teste 4 ----- 49

Tema 3 – Geometria analítica

- Geometria analítica no plano
- Cálculo vetorial no plano
- Geometria analítica no espaço
- Cálculo vetorial no espaço

Tema 4 – Funções reais de variável real

- Generalidades acerca de funções
- Generalidades acerca de funções reais de variável real
- Monotonia, extremos e concavidade

Teste 5 ----- 57

Tema 4 – Funções reais de variável real

- Generalidades acerca de funções
- Generalidades acerca de funções reais de variável real
- Monotonia, extremos e concavidade
- Estudo elementar das funções quadráticas, raiz quadrada, raiz cúbica e módulo e de funções definidas por ramos
- Resolução de problemas

Teste 6 ----- 64

Tema 4 – Funções reais de variável real

- Estudo elementar das funções quadráticas, raiz quadrada, raiz cúbica e módulo, e de funções definidas por ramos
- Resolução de problemas

Tema 5 – Estatística

- Características amostrais

Teste Global ----- 71

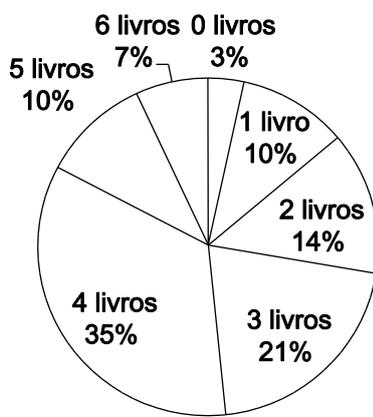
Matriz Teste de Diagnóstico

Itens	Domínios	Conteúdos / Metas Curriculares
1.	OTD5 OTD6 OTD7	Tratar conjuntos de dados. Organizar e representar dados. Medidas de localização.
2.	ALG9 NO9	Resolver inequações do 1.º grau. Definir intervalos de números reais.
3.	ALG9	Proporcionalidade inversa.
4.1.	GM7 FSS7 FSS9	Calcular medidas de quadriláteros. Definir funções. Interpretar graficamente soluções de equações do 2.º grau.
4.2.	GM9	Identificar lugares geométricos.
5.1.	GM6 GM8	Relacionar circunferências com ângulos, retas e polígonos. Teorema de Pitágoras.
5.2.	GM8	Vetores, translações e isometrias.
6.	ALG7	Operar com raízes quadradas e raízes cúbicas racionais.
7.	ALG8 ALG9	Reconhecer e operar com polinômios. Equações do 2.º grau.
8.	ALG7 ALG8	Expressões algébricas. Potências de expoente inteiro.
9.1.	GM9	Paralelismo e perpendicularidade de retas e planos.
9.2.	GM9	Definir distâncias entre pontos e planos, retas e planos e entre planos paralelos.
9.3.	GM9 NO9	Comparar e calcular áreas e volumes. Definir e utilizar razões trigonométricas de ângulos agudos. Operar com valores aproximados de números reais.
10.	ALG8	Resolver sistemas de duas equações do 1.º grau a duas incógnitas.
11.	NO9	Definir intervalos de números reais.
12.	GM9	Definir e utilizar razões trigonométricas de ângulos agudos.
13.1.	GM9	Conhecer propriedades de ângulos, cordas e arcos definidos numa circunferência.
13.2.	GM7	Identificar e construir figuras congruentes e semelhantes.
13.3.	OTD9	Probabilidade.

Na resposta aos itens de escolha múltipla, seleciona a opção correta. Escreve na folha de respostas o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

1. O número de livros lidos nas férias de verão pelos alunos de uma turma de 10.^o ano distribui-se de acordo com o gráfico circular seguinte.

Número de livros lidos nas férias de verão



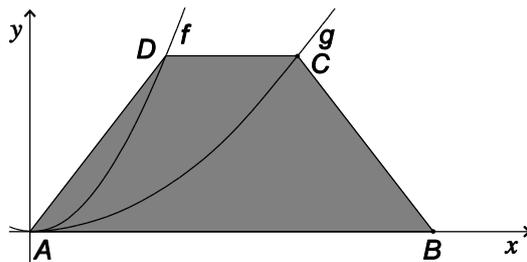
Sabe-se que o número de alunos dessa turma é um número ímpar. Quais são, respetivamente, a média e a mediana do número de livros lidos nas férias de verão pelos alunos dessa turma?

- (A) 3,33 e 3 (B) 3,33 e 4 (C) 3 e 3 (D) 3 e 4
2. Resolve em \mathbb{R} a inequação seguinte. Apresenta o conjunto-solução na forma de intervalo de números reais. Apresenta todos os cálculos que efetuares.

$$2x - 3 \left(\frac{x}{2} - \frac{3}{5} \right) \leq 2$$

3. A mãe da Helena resolveu fazer queques para o aniversário da sua filha. Para confeccionar todos os queques que precisava, colocando 12 de cada vez no forno, demorou 7 horas. Quantos queques teria de meter no forno, de cada vez, se quisesse demorar apenas 3 horas?
- (A) 18 (B) 24 (C) 28 (D) 36

4. No referencial cartesiano da figura estão representadas partes dos gráficos de duas funções, f e g , e um trapézio isósceles $[ABCD]$.



Sabe-se que:

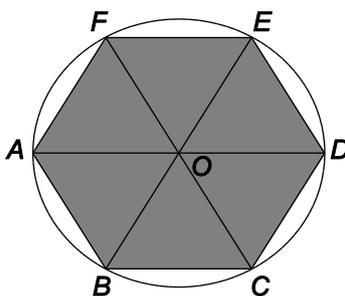
- a função f é definida por $f(x) = 4x^2$;
- a função g é definida por $g(x) = x^2$;
- os pontos A e B pertencem ao eixo das abcissas;
- o ponto A coincide com a origem do referencial;
- os pontos A e D pertencem ao gráfico da função f ;
- os pontos A e C pertencem ao gráfico da função g ;
- o ponto D tem abcissa 1.

4.1. Determina a medida da área do trapézio $[ABCD]$. Mostra como chegaste à tua resposta.

4.2. Qual é o lugar geométrico dos pontos do plano que distam igualmente de A e de D ?

- (A) Mediatriz do segmento de reta $[AD]$. (B) Circunferência de centro A e raio \overline{AD} .
 (C) Círculo de centro A e raio \overline{AD} . (D) Bissetriz do ângulo ABD .

5. Na figura está representado um hexágono regular inscrito numa circunferência de centro O e raio \overline{AO} . Sabe-se que a medida do lado do hexágono é 8 cm.



5.1. Determina o comprimento do apótema do hexágono.

5.2. Completa de forma a obteres uma afirmação verdadeira.

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{FE} = \underline{\hspace{2cm}}$$

10. Resolva o sistema seguinte. Apresenta todos os cálculos que efetuares.

$$\begin{cases} 3x - 4 = -2y \\ x - \frac{1-y}{2} = 5 \end{cases}$$

11. Considera os conjuntos $A =]-\infty, 2\pi[$ e $B = [\sqrt{5}, 8[$. Qual é o maior número inteiro pertencente ao conjunto $A \cap B$?

(A) 3

(B) 4

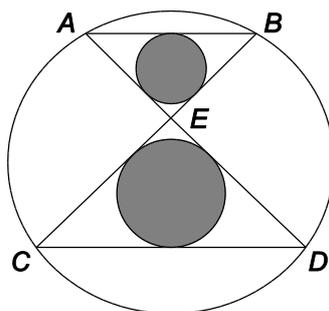
(C) 5

(D) 6

12. Sabe-se que $\tan \alpha = \frac{5}{2}$, sendo α a amplitude de um ângulo agudo. Mostra que:

$$\text{sen } \alpha \times \text{cos } \alpha = \frac{10}{29}$$

13. Na figura estão representados uma circunferência, os triângulos $[ABE]$ e $[EDC]$ e dois círculos inscritos nestes triângulos.



Sabe-se que:

- $[AB]$ e $[CD]$ são cordas paralelas de uma mesma circunferência, de raio 14 cm;
- AD e BC interseccionam-se no ponto E ;
- os círculos sombreados estão inscritos nos triângulos $[ABE]$ e $[EDC]$, sendo que os seus diâmetros medem, respetivamente, 4 cm e 12 cm.

13.1. Justifica que a amplitude do arco de circunferência AC é igual à amplitude do arco de circunferência BD .

13.2. Justifica que os triângulos $[ABE]$ e $[EDC]$ são semelhantes.

13.3. Escolhendo ao acaso um ponto da figura, determina a probabilidade de o ponto escolhido pertencer à zona sombreada da figura. Apresenta o resultado na forma de fração irredutível.

- FIM -

Cotações

1.	5 pontos
2.	15 pontos
3.	5 pontos
4.	20 pontos
4.1.	15 pontos
4.2.	5 pontos
5.	20 pontos
5.1.	15 pontos
5.2.	5 pontos
6.	5 pontos
7.	15 pontos
8.	15 pontos
9.	30 pontos
9.1.	5 pontos
9.2.	10 pontos
9.3.	15 pontos
10.	15 pontos
11.	5 pontos
12.	15 pontos
13.	35 pontos
13.1.	10 pontos
13.2.	10 pontos
13.3.	15 pontos
TOTAL	200
..		pontos

Soluções

1. Opção (B)

2. C.S. = $\left] -\infty, \frac{2}{5} \right]$

3. Opção (C)

4.

4.1. 8 u.a.

4.2. Opção (A)

5.

5.1. $4\sqrt{3}$ cm

5.2. Por exemplo, \overline{AC} .

6. Opção (C)

7. C.S. = $\left\{ -1, \frac{7}{3} \right\}$

8. $-\frac{49}{108}$

9.

9.1. Por exemplo, EH .

9.2. 7 cm

9.3. $70,8 \text{ cm}^3$

10. $(18, -25)$

11. Opção (D)

12. Ao cuidado do aluno.

13.

13.1. Ao cuidado do aluno.

13.2. Ao cuidado do aluno.

13.3. $\frac{10}{49}$

Matriz Teste 1

Domínios	Conteúdos
LTC10	<p>Proposições</p> <p>Valor lógico de uma proposição.</p> <p>Princípio de não contradição.</p> <p>Operações sobre proposições: negação, conjunção, disjunção, implicação e equivalência.</p> <p>Prioridades das operações lógicas. Relações lógicas entre as diferentes operações.</p> <p>Propriedade da dupla negação. Princípio do terceiro excluído. Princípio da dupla implicação.</p> <p>Propriedades comutativa e associativa, da disjunção e da conjunção, e propriedades distributivas da conjunção em relação à disjunção e da disjunção em relação à conjunção.</p> <p>Leis de De Morgan.</p> <p>Implicação contrarrecíproca.</p> <p>Resolução de problemas envolvendo operações lógicas sobre proposições.</p> <p>Condições e conjuntos</p> <p>Expressão proposicional ou condição; quantificador universal, quantificador existencial e segundas Leis de De Morgan; contraexemplos.</p> <p>Conjunto definido por uma condição.</p> <p>Igualdade entre conjuntos; conjuntos definidos em extensão.</p> <p>União (ou reunião), interseção e diferença de conjuntos e conjunto complementar.</p> <p>Inclusão de conjuntos.</p> <p>Relação entre operações lógicas sobre condições e operações sobre os conjuntos que definem.</p> <p>Princípio de dupla inclusão e demonstração de equivalências por dupla implicação.</p> <p>Negação de uma implicação universal; demonstração por contrarrecíproco.</p> <p>Resolução de problemas envolvendo operações sobre condições e sobre conjuntos.</p>

ALG10	<p>Radicais</p> <p>Monotonia da potenciação; raízes de índice $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$.</p> <p>Propriedades algébricas dos radicais: produto e quociente de raízes com o mesmo índice, potências de raízes e composição de raízes.</p> <p>Racionalização de denominadores.</p> <p>Resolução de problemas envolvendo operações com radicais.</p> <p>Potências de expoente racional</p> <p>Definição e propriedades algébricas das potências de base positiva e expoente racional: produto e quociente de potências com a mesma base, produto e quociente de potências com o mesmo expoente e potência de potência.</p> <p>Resolução de problemas envolvendo operações com potências.</p>
-------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

GRUPO I

- Os cinco itens deste grupo são de escolha múltipla. Em cada um deles, são indicadas quatro opções, das quais só uma está correta.
- Escreve, na tua folha de respostas, apenas o número de cada item e a letra correspondente à opção que seleccionares para responder a esse item.
- Não presentes cálculos nem justificações.
- Se apresentares mais do que uma opção, a resposta será classificada com zero pontos, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.

1. Sabendo que $p \Leftrightarrow q$ é uma proposição verdadeira, qual das seguintes proposições é necessariamente verdadeira?

- (A) $p \vee (\sim q)$ (B) $(\sim p) \wedge q$ (C) $(\sim p) \wedge (\sim q)$ (D) $(\sim p) \vee (\sim q)$

2. Considera a proposição $\forall x, p(x) \Rightarrow q(x)$. Qual das seguintes proposições é equivalente à negação desta proposição?

- (A) $\exists x: p(x) \wedge [\sim q(x)]$ (B) $\exists x: [\sim p(x)] \Rightarrow [\sim q(x)]$

- (C) $\forall x, [\sim p(x)] \Rightarrow [\sim q(x)]$ (D) $\forall x, p(x) \wedge [\sim q(x)]$

3. Considera a condição:

Se um triângulo é isósceles, então não tem ângulos internos retos.

Indica qual das seguintes proposições é equivalente à contrarrecíproca da proposição anterior.

(A) Se um triângulo não tem ângulos internos retos, então não é isósceles.

(B) Se um triângulo tem ângulos internos retos, então não é isósceles.

(C) Se um triângulo tem ângulos internos retos, então é isósceles.

(D) Se um triângulo não tem ângulos internos retos, então é isósceles.

4. Sejam a e b números reais positivos. Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

- (A) $\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{a+b}$ (B) $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a+b}$ (C) $\sqrt{\sqrt{a}} = \sqrt{a} \times \sqrt{a}$ (D) $\sqrt{\sqrt{a}} = \sqrt[4]{a}$

5. Considera a expressão $\frac{(2x^2y^{-1})^{-\frac{1}{4}}}{(8x^{-1}y^2)^{-\frac{1}{2}}}$. Uma expressão equivalente à dada é:

- (A) $2^{-\frac{5}{4}}x^1y^{-\frac{3}{4}}$ (B) $2^{-\frac{7}{4}}x^1y^{-\frac{3}{4}}$ (C) $2^{\frac{5}{4}}x^{-1}y^{\frac{5}{4}}$ (D) $2^{\frac{1}{2}}x^1y^{\frac{3}{2}}$

GRUPO II

Na resposta a cada um dos itens deste grupo, apresenta todos os cálculos que tiveres de efetuar e todas as justificações necessárias.

Atenção: Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresenta sempre o **valor exato**.

1. Considera as proposições p , q e r :

p : a Margarida leu o "Memorial do Convento";

q : a Margarida leu a "Mensagem";

r : a Margarida leu "Os Lusíadas".

- 1.1. Traduz, em linguagem simbólica, as seguintes proposições.

1.1.1. A Margarida não leu o "Memorial do Convento" ou leu a "Mensagem".

1.1.2. Se a Margarida leu a "Mensagem", então leu "Os Lusíadas" ou o "Memorial do Convento".

- 1.2. Traduz em linguagem corrente a negação de $p \vee q$.

- 1.3. Determina quais são os livros que a Margarida leu, sabendo que é verdadeira a proposição $(\sim(p \Rightarrow q)) \wedge (\sim(\sim r))$.

2. Considera o conjunto $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ e sejam $p(x)$ e $q(x)$ as seguintes condições:

$$p(x): x - 2 \geq 0$$

$$q(x): 3 < x \leq 4$$

- 2.1. Determina o valor lógico das seguintes proposições.

2.1.1. $\forall x \in A, p(x)$

2.1.2. $\exists x \in A: q(x)$

- 2.2. Prova que $p \vee (\sim q)$ é uma condição universal em A .

- 2.3. Sejam P e Q os conjuntos-solução das condições p e q , respetivamente, em \mathbb{R} . Determina:

2.3.1. $P \cap Q$

2.3.2. $\bar{P} \cup \bar{Q}$

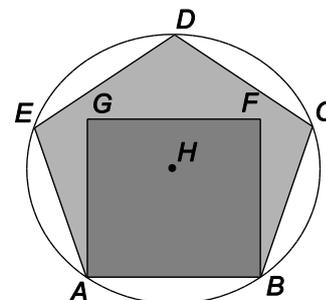
2.3.3. $P \setminus Q$

3. Averigua se $\sqrt{20}$ é solução da equação $x(3\sqrt{5} - x) = 10$.

4. Simplifica a expressão $\frac{5\sqrt{6} - 2\sqrt{54}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$.

5. Representa a expressão $2^{-\frac{3}{2}} + 2^{-\frac{1}{2}} + 2^{\frac{1}{2}} + 2^{\frac{3}{2}}$ na forma $k\sqrt{2}$, sendo $k \in \mathbb{R}$.

6. Na figura estão representados um pentágono regular $[ABCDE]$, inscrito numa circunferência de centro H e de raio $\sqrt{2}$ cm, e um quadrado $[ABFG]$. Sabe-se que a medida do comprimento da diagonal do quadrado $[ABFG]$ é $\sqrt{6}$ cm. Determina a medida da área do pentágono.



- FIM -

Cotações

GRUPO I	50 pontos
Cada resposta certa	10 pontos
Cada resposta errada	0 pontos
Cada questão não respondida ou anulada	0 pontos

GRUPO II	150 pontos
1.	40 pontos
1.1.	10 pontos
1.1.1.	5 pontos
1.1.2.	5 pontos
1.2.	15 pontos
1.3.	15 pontos
2.	50 pontos
2.1.	10 pontos
2.1.1.	5 pontos
2.1.2.	5 pontos
2.2.	10 pontos
2.3.	30 pontos
2.3.1.	10 pontos
2.3.2.	10 pontos
2.3.3.	10 pontos
3.	10 pontos
4.	15 pontos
5.	15 pontos
6.	20 pontos
TOTAL	200 pontos

GRUPO I

1. Opção (A)
2. Opção (A)
3. Opção (B)
4. Opção (D)
5. Opção (C)

GRUPO II

1.

1.1.

1.1.1. $\sim p \vee q$

1.1.2. $q \Rightarrow (r \vee p)$

1.2. A Margarida não leu o "Memorial do Convento" nem a "Mensagem".

1.3. A Margarida leu o "Memorial do Convento" e "Os Lusíadas".

2.

2.1.

2.1.1. Proposição falsa.

2.1.2. Proposição verdadeira.

2.2. Ao cuidado do aluno.

2.3.

2.3.1. $P \cap Q =]3, 4]$

2.3.2. $\overline{P} \cup \overline{Q} =]-\infty, 3] \cup]4, +\infty[$

2.3.3. $P \setminus Q = [2, 3] \cup]4, +\infty[$

3. É solução.

4. $-3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}$

5. $\frac{15}{4}\sqrt{2}$

6. $\frac{5}{4}\sqrt{15} \text{ cm}^2$

Matriz Teste 2

Domínios	Conteúdos
----------	-----------

LTC10	<p>Proposições</p> <p>Valor lógico de uma proposição.</p> <p>Princípio de não contradição.</p> <p>Operações sobre proposições: negação, conjunção, disjunção, implicação e equivalência.</p> <p>Prioridades das operações lógicas. Relações lógicas entre as diferentes operações.</p> <p>Propriedade da dupla negação. Princípio do terceiro excluído.</p> <p>Princípio da dupla implicação.</p> <p>Propriedades comutativa e associativa, da disjunção e da conjunção, e propriedades distributivas da conjunção em relação à disjunção e da disjunção em relação à conjunção.</p> <p>Leis de De Morgan.</p> <p>Implicação contrarrecíproca.</p> <p>Resolução de problemas envolvendo operações lógicas sobre proposições.</p> <p>Condições e conjuntos</p> <p>Expressão proposicional ou condição; quantificador universal, quantificador existencial e segundas Leis de De Morgan; contraexemplos.</p> <p>Conjunto definido por uma condição.</p> <p>Igualdade entre conjuntos; conjuntos definidos em extensão.</p> <p>União (ou reunião), interseção e diferença de conjuntos e conjunto complementar.</p> <p>Inclusão de conjuntos.</p> <p>Relação entre operações lógicas sobre condições e operações sobre os conjuntos que definem.</p> <p>Princípio de dupla inclusão e demonstração de equivalências por dupla implicação.</p> <p>Negação de uma implicação universal; demonstração por contrarrecíproco.</p> <p>Resolução de problemas envolvendo operações sobre condições e sobre conjuntos.</p>
ALG10	<p>Radicais</p> <p>Monotonia da potenciação; raízes de índice $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$.</p>

	<p>Propriedades algébricas dos radicais: produto e quociente de raízes com o mesmo índice, potências de raízes e composição de raízes. Racionalização de denominadores. Resolução de problemas envolvendo operações com radicais.</p> <p>Potências de expoente racional</p> <p>Definição e propriedades algébricas das potências de base positiva e expoente racional: produto e quociente de potências com a mesma base, produto e quociente de potências com o mesmo expoente e potência de potência.</p> <p>Resolução de problemas envolvendo operações com potências.</p> <p>Polinômios</p> <p>Divisão euclidiana de polinômios e regra de Ruffini. Divisibilidade de polinômios. Teorema do Resto. Multiplicidade da raiz de um polinômio e respectivas propriedades. Resolução de problemas envolvendo a divisão euclidiana de polinômios, o Teorema do Resto e a fatorização de polinômios. Resolução de problemas envolvendo a determinação do sinal e dos zeros de polinômios.</p>
GA10	<p>Geometria analítica no plano</p> <p>Referenciais ortonormados. Fórmula da medida da distância entre dois pontos no plano em função das respectivas coordenadas. Coordenadas do ponto médio de um dado segmento de reta. Equação cartesiana da mediatriz de um segmento de reta. Equações e inequações cartesianas de um conjunto de pontos. Equação cartesiana reduzida da circunferência. Definição de elipse e respectiva equação cartesiana reduzida; relação entre eixo maior, eixo menor e distância focal. Inequações cartesianas de semiplanos. Inequações cartesianas de círculos. Resolução de problemas envolvendo a noção de distância entre pontos do plano. Resolução de problemas envolvendo equações e inequações cartesianas de subconjuntos do plano.</p>

Teste 2

Neste teste não é permitido o uso de calculadora.

GRUPO I

- Os cinco itens deste grupo são de escolha múltipla. Em cada um deles, são indicadas quatro opções, das quais só uma está correta.
 - Escreve, na tua folha de respostas, apenas o número de cada item e a letra correspondente à opção que seleccionares para responder a esse item.
 - Não apresentes cálculos nem justificações.
 - Se apresentares mais do que uma opção, a resposta será classificada com zero pontos, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.
-

1. Considera que A é um subconjunto de B e que B é um subconjunto de C . Considera também que $1 \notin A$, $2 \notin B$, $3 \notin C$, $4 \in A$, $5 \in B$ e $6 \in C$. Qual das seguintes afirmações é necessariamente verdadeira?

- (A) $1 \notin B$ (B) $2 \in A$ (C) $3 \notin B$ (D) $4 \in C$

2. De um triângulo $[ABC]$ sabe-se que:

- é retângulo em B ;
- $\overline{AB} = (6 - 2\sqrt{2})$ cm;
- $\overline{BC} = (6 + 2\sqrt{2})$ cm.

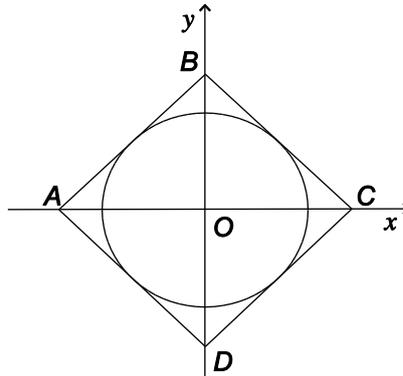
Qual é a medida do comprimento do segmento de reta $[AC]$?

- (A) $2\sqrt{22}$ cm
(B) $88 + 48\sqrt{2}$ cm
(C) 88 cm
(D) 72 cm

3. Na divisão de um polinómio $P(x)$ pelo binómio $x - 3$ obtém-se o quociente $8x^4 - 2ax^3 + 2x^2 + 4x + 6$ e o resto 1. Então, na divisão de $P(x)$ pelo binómio $2x - 6$, obtém-se:

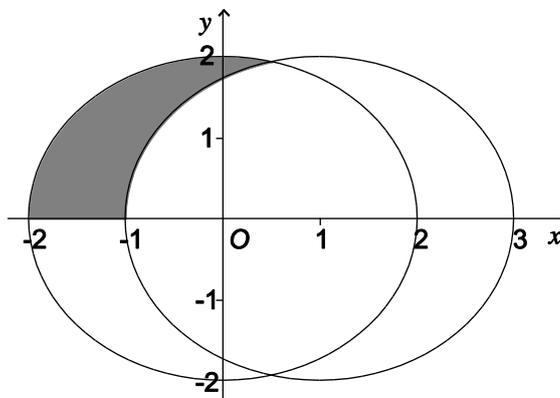
- (A) quociente $8x^4 - 2ax^3 + 2x^2 + 4x + 6$ e resto $\frac{1}{2}$.
(B) quociente $4x^4 - ax^3 + x^2 + 2x + 3$ e resto $\frac{1}{2}$.
(C) quociente $16x^4 - 4ax^3 + 4x^2 + 8x + 12$ e resto 1.
(D) quociente $4x^4 - ax^3 + x^2 + 2x + 3$ e resto 1.

4. Considera, num referencial o.m. xOy , a circunferência de centro $(0,0)$ e área 9π , inscrita num quadrado $[ABCD]$, cujos vértices se situam nos eixos coordenados, como está representado na figura.



Quais são as coordenadas dos vértices do quadrado?

- (A) $A(-3\sqrt{2}, 0), B(0, 3\sqrt{2}), C(3\sqrt{2}, 0)$ e $D(0, -3\sqrt{2})$
 (B) $A(-6, 0), B(0, 6), C(6, 0)$ e $D(0, -6)$
 (C) $A(-3, 0), B(0, 3), C(3, 0)$ e $D(0, -3)$
 (D) $A(-3\sqrt{3}, 0), B(0, 3\sqrt{3}), C(3\sqrt{3}, 0)$ e $D(0, -3\sqrt{3})$
5. Considera a região a sombreado na figura.



A condição que define esse conjunto de pontos é:

- (A) $x^2 + y^2 \geq 4 \wedge (x - 1)^2 + y^2 \leq 4 \wedge y \geq 0$
 (B) $x^2 + y^2 \leq 4 \wedge (x - 1)^2 + y^2 \geq 4 \wedge x \geq 0$
 (C) $x^2 + y^2 \leq 4 \wedge (x - 1)^2 + y^2 \geq 4 \wedge y \geq 0$
 (D) $x^2 + y^2 \geq 4 \wedge (x - 1)^2 + y^2 \geq 4 \wedge x \geq 0$

GRUPO II

Na resposta a cada um dos itens deste grupo, apresenta todos os cálculos que tiveres de efetuar e todas as justificações necessárias.

Atenção: Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresenta sempre o **valor exato**.

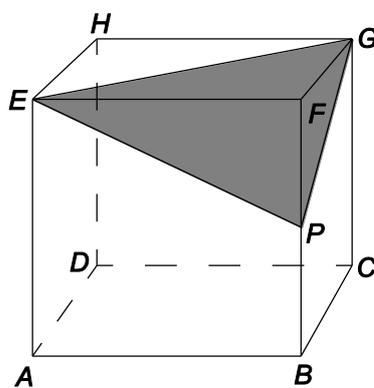
1. Considera a proposição:

$$p: \sim a \vee (b \Rightarrow \sim a)$$

1.1. Sabendo que a proposição p é falsa, determina os valores lógicos de a e de b .

1.2. Escreve $\sim p$ na forma mais simplificada possível.

2. Na figura está representado um cubo $[ABCDEFGH]$, com 1000 cm^3 de volume.



Sabe-se que P é o ponto médio da aresta a que pertence.

2.1. Mostra que $\overline{EG} = 10\sqrt{2} \text{ cm}$ e que $\overline{EP} = 5\sqrt{5} \text{ cm}$.

2.2. Calcula a medida da área do triângulo $[EGP]$. Apresenta o resultado na forma ab^p , onde a e b são números naturais e p é um número racional.

3. Considera o polinómio $P(x) = 2x^3 + ax^2 + bx + 2$, onde $a, b \in \mathbb{R}$.

3.1. Determina os valores de a e de b de modo que o polinómio $P(x)$ seja divisível por $x - 1$ e quando dividido por $x + 1$ dê resto -3 .

3.2. Supõe que $a = -5$ e $b = 1$.

3.2.1. Sabendo que $P(1) = 0$, decompõe o polinómio $P(x)$ num produto de fatores de grau não superior ao primeiro.

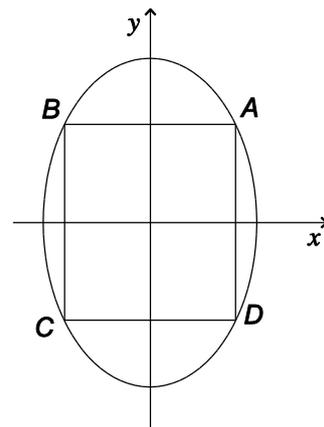
3.2.2. Resolve a inequação $P(x) \leq 0$. Apresenta o conjunto-solução na forma de intervalo ou união de intervalos de números reais.

4. Determina o polinómio $A(x)$, de quarto grau, que admita os zeros simples $-2, -\frac{1}{2}, 1$ e 3 e cujo resto da divisão por $x + 1$ é igual a 8 .

5. Na figura está representada, num referencial o.m. xOy , a elipse definida pela equação $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$.

Sabe-se que:

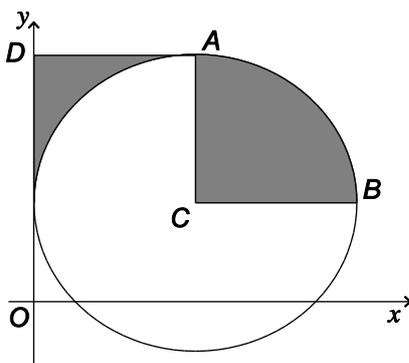
- os vértices do retângulo $[ABCD]$ pertencem à elipse;
- a reta AB tem equação $y = 3$.



5.1. Determina as coordenadas dos focos da elipse.

5.2. Determina as coordenadas de todos os vértices do rectângulo $[ABCD]$.

6. Na figura está representada, num referencial o.m. xOy , a circunferência de centro $C(3, 2)$ e raio 3 .



Os segmentos de reta $[AD]$ e $[BC]$ são paralelos ao eixo Ox e o segmento de reta $[AC]$ é paralelo ao eixo Oy . Escreve uma condição que defina a região representada a sombreado, incluindo a fronteira.

7. Considera, num plano munido de um referencial o.m. xOy , os pontos de coordenadas $A(-1, 2)$, $B(-3, 6)$ e $C(2, -3)$.

7.1. Determina uma equação da mediatriz de $[AC]$. Apresenta a resposta na forma $y = ax + b$, com $a, b \in \mathbb{R}$.

7.2. Escreve uma equação da circunferência de centro no ponto médio de $[AB]$ e que passa pelo ponto C .

- FIM -

Cotações

GRUPO I **50 pontos**

Cada resposta certa 10 pontos

Cada resposta errada 0 pontos

Cada questão não respondida ou anulada 0 pontos

GRUPO II **150 pontos**

1. 20 pontos

1.1. 10 pontos

1.2. 10 pontos

2. 25 pontos

2.1. 10 pontos

2.2. 15 pontos

3. 30 pontos

3.1. 10 pontos

3.2. 20 pontos

3.2.1. 10 pontos

3.2.2. 10 pontos

4. 15 pontos

5. 25 pontos

5.1. 10 pontos

5.2. 15 pontos

6. 15 pontos

7. 20 pontos

7.1. 10 pontos

7.2. 10 pontos

TOTAL **200 pontos**

Soluções

GRUPO I

1. Opção (D)
2. Opção (A)
3. Opção (D)
4. Opção (A)
5. Opção (C)

GRUPO II

1.

1.1. a e b são verdadeiras.1.2. $a \wedge b$

2.

2.1. Ao cuidado do aluno.

2.2. $25 \times 6^{\frac{1}{2}} \text{ cm}^2$

3.

3.1. $a = -\frac{7}{2}$ e $b = -\frac{1}{2}$

3.2.

3.2.1. $P(x) = (2x + 1)(x - 1)(x - 2)$ 3.2.2. $\left] -\infty, -\frac{1}{2} \right] \cup [1, 2]$ 4. $A(x) = -2x^4 + 3x^3 + 12x^2 - 7x - 6$

5.

5.1. $(0, 4)$ e $(0, -4)$ 5.2. $A\left(\frac{12}{5}, 3\right)$, $B\left(-\frac{12}{5}, 3\right)$, $C\left(-\frac{12}{5}, -3\right)$ e $D\left(\frac{12}{5}, -3\right)$ 6. $[(x - 3)^2 + (y - 2)^2 \leq 9 \wedge x \geq 3 \wedge y \geq 2] \vee [(x - 3)^2 + (y - 2)^2 \geq 9 \wedge 0 \leq x \leq 3 \wedge 2 \leq y \leq 5]$

7.

7.1. $y = \frac{3}{5}x - \frac{4}{5}$ 7.2. $(x + 2)^2 + (y - 4)^2 = 65$

Matriz Teste 3

Domínios	Conteúdos
ALG10	<p>Polinómios</p> <p>Divisão euclidiana de polinómios e regra de Ruffini.</p> <p>Divisibilidade de polinómios. Teorema do Resto.</p> <p>Multiplicidade da raiz de um polinómio e respetivas propriedades.</p> <p>Resolução de problemas envolvendo a divisão euclidiana de polinómios, o Teorema do Resto e a fatorização de polinómios.</p> <p>Resolução de problemas envolvendo a determinação do sinal e dos zeros de polinómios.</p>

GA10	<p>Geometria analítica no plano</p> <p>Referenciais ortonormados.</p> <p>Fórmula da medida da distância entre dois pontos no plano em função das respectivas coordenadas.</p> <p>Coordenadas do ponto médio de um dado segmento de reta.</p> <p>Equação cartesiana da mediatriz de um segmento de reta.</p> <p>Equações e inequações cartesianas de um conjunto de pontos.</p> <p>Equação cartesiana reduzida da circunferência.</p> <p>Definição de elipse e respectiva equação cartesiana reduzida; relação entre eixo maior, eixo menor e distância focal.</p> <p>Inequações cartesianas de semiplanos.</p> <p>Inequações cartesianas de círculos.</p> <p>Resolução de problemas envolvendo a noção de distância entre pontos do plano.</p> <p>Resolução de problemas envolvendo equações e inequações cartesianas de subconjuntos do plano.</p> <p>Cálculo vetorial no plano</p> <p>Norma de um vetor.</p> <p>Multiplicação por um escalar de um vetor; relação com a colinearidade e o vetor simétrico.</p> <p>Diferença entre vetores.</p> <p>Propriedades algébricas das operações com vetores.</p> <p>Coordenadas de um vetor.</p>
------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

	<p>Vetor posição de um ponto e respectivas coordenadas.</p> <p>Coordenadas da soma e da diferença de vetores; coordenadas do produto de um vetor por um escalar e do simétrico de um vetor; relação entre as coordenadas de vetores colineares.</p> <p>Vetor diferença de dois pontos; cálculo das respectivas coordenadas; coordenadas do ponto soma de um ponto com um vetor.</p> <p>Cálculo da norma de um vetor em função das respectivas coordenadas.</p> <p>Vetor diretor de uma reta; relação entre as respectivas coordenadas e o declive da reta.</p> <p>Paralelismo de retas e igualdade do declive.</p> <p>Equação vetorial de um reta.</p> <p>Sistema de equações paramétricas de uma reta.</p> <p>Resolução de problemas envolvendo a determinação de coordenadas de vetores no plano, a colinearidade de vetores e o paralelismo de retas do plano.</p> <p>Geometria analítica no espaço</p> <p>Referenciais cartesianos ortonormados do espaço.</p> <p>Equações de planos paralelos aos planos coordenados.</p> <p>Equações cartesianas de retas paralelas a um dos eixos.</p> <p>Distância entre dois pontos no espaço.</p> <p>Equação do plano mediador de um segmento de reta.</p> <p>Equação cartesiana reduzida da superfície esférica. Inequação cartesiana reduzida da esfera.</p> <p>Resolução de problemas envolvendo a noção de distância entre pontos do espaço.</p> <p>Resolução de problemas envolvendo equações e inequações cartesianas de subconjuntos do espaço.</p> <p>Cálculo vetorial no espaço</p> <p>Generalização ao espaço dos conceitos e propriedades básicas do cálculo vetorial.</p> <p>Equação vetorial da reta no espaço.</p> <p>Resolução de problemas envolvendo cálculo vetorial no espaço.</p>
--	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

GRUPO I

- Os cinco itens deste grupo são de escolha múltipla. Em cada um deles, são indicadas quatro opções, das quais só uma está correta.
- Escreve, na tua folha de respostas, apenas o número de cada item e a letra correspondente à opção que seleccionares para responder a esse item.
- Não apresentes cálculos nem justificações.
- Se apresentares mais do que uma opção, a resposta será classificada com zero pontos, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.

1. Sejam $D(x)$ um polinómio de grau 3 e $P(x)$ um polinómio do grau 5. Sejam $Q(x)$ e $R(x)$ dois polinómios tais que $P(x) = Q(x) \times D(x) + R(x)$. Qual das seguintes afirmações é necessariamente verdadeira?

- (A) $Q(x)$ e $R(x)$ são ambos polinómios de grau 1.
- (B) $Q(x)$ é um polinómio de grau 2 e $R(x)$ é um polinómio de grau 1.
- (C) $Q(x)$ é um polinómio de grau 2 e $R(x)$ é um polinómio de grau inferior a 3.
- (D) $Q(x)$ é um polinómio de grau 1 e $R(x)$ é o polinómio nulo.

2. Considera, num referencial o.m. xOy , o ponto $P(k, k - 1)$, $k \in \mathbb{R}$. Sejam $A(1, 2)$ e $B(-2, -2)$. Qual é o valor de k de modo que a distância entre A e P seja igual à distância entre B e P ?

- (A) $\frac{5}{14}$
- (B) $-\frac{5}{14}$
- (C) $-\frac{1}{2}$
- (D) $\frac{1}{2}$

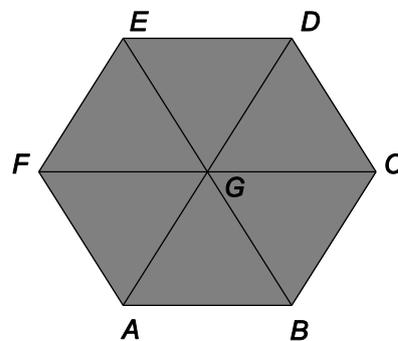
3. Na figura está representado um hexágono regular $[ABCDEF]$.

Considera as seguintes afirmações:

- I. $A + \overrightarrow{FE} = E$
- II. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{FE}$
- III. $F - 2\overrightarrow{DE} = C$

Acerca destas afirmações, pode dizer-se que:

- (A) são todas verdadeiras.
- (B) apenas II e III são verdadeiras.
- (C) apenas I e II são verdadeiras.
- (D) apenas I e III são verdadeiras.



4. Considera as retas r e s definidas no plano por:

$$r: (x, y) = (1, 2) + k(2, 4), k \in \mathbb{R}$$

$$s: 2x - y = 3$$

Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

- (A) As retas r e s são concorrentes.
- (B) O ponto $(3, 2)$ pertence à reta r .
- (C) As retas r e s são paralelas.
- (D) O ponto $(3, 2)$ pertence à reta s .

5. Considera, num referencial o.n. xOy , os pontos $A(1, 2, -1)$ e $B(2, 1, 1)$ e o vetor $\vec{u}(a, b, 1)$. Quais deverão ser os valores de a e de b de forma que os vetores \overrightarrow{AB} e \vec{u} sejam colineares?

- (A) $a = -\frac{1}{2}$ e $b = \frac{1}{2}$
- (B) $a = \frac{1}{2}$ e $b = -\frac{1}{2}$
- (C) $a = 2$ e $b = -2$
- (D) $a = -2$ e $b = 2$

GRUPO II

Na resposta a cada um dos itens deste grupo, apresenta todos os cálculos que tiveres de efetuar e todas as justificações necessárias.

Atenção: Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresenta sempre o **valor exato**.

1. Considera os polinómios:

$$P(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6 \text{ e } Q(x) = x^5 - 2x^4 + x^3$$

1.1. Determina, usando o Teorema do Resto, o resto da divisão de $P(x)$ por $x - 1$.

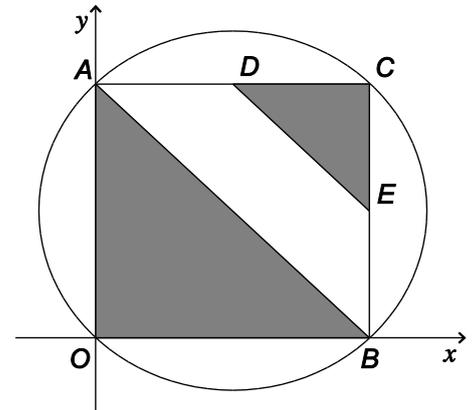
1.2. Determina as raízes de $P(x)$ e fatoriza este polinómio.

1.3. Fatoriza o polinómio $Q(x)$ e resolve a inequação $Q(x) > 0$. Apresenta o conjunto-solução usando a notação de intervalos de números reais.

2. Na figura está representada, num referencial o.n. xOy , a circunferência definida pela equação $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 8$, circunscrita ao quadrado $[AOBC]$.

Sabe-se que:

- os vértices A e B do quadrado pertencem aos eixos coordenados;
- a reta AB é paralela à bissetriz dos quadrantes pares e passa pelo centro da circunferência;
- $[ADEB]$ é um trapézio isósceles;
- D é o ponto médio de $[AC]$.



2.1. Determina as coordenadas de todos os vértices do quadrado.

2.2. Determina uma equação vetorial da reta AB .

2.3. Escreve uma condição que defina a região do plano a sombreado, incluindo a fronteira.

3. Na figura está representado, em referencial o.n. $Oxyz$, um prisma quadrangular $[ABCDEFGH]$, cuja base é um retângulo.

Sabe-se ainda que:

- os pontos $A(3, 0, 0)$ e $B(0, 2, 0)$ são dois dos vértices da base;
- o centro da base é a origem do referencial;
- a altura do prisma é 8.

3.1. Define por uma condição:

3.1.1. o plano ACE ;

3.1.2. a aresta $[FB]$.

3.2. Identifica e indica as coordenadas de:

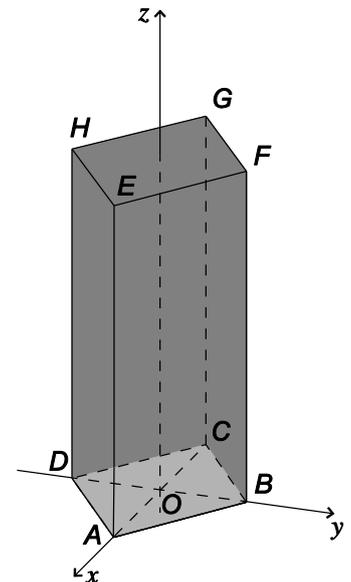
3.2.1. $B + \overrightarrow{CH}$

3.2.2. $\overrightarrow{HC} - \overrightarrow{EF}$

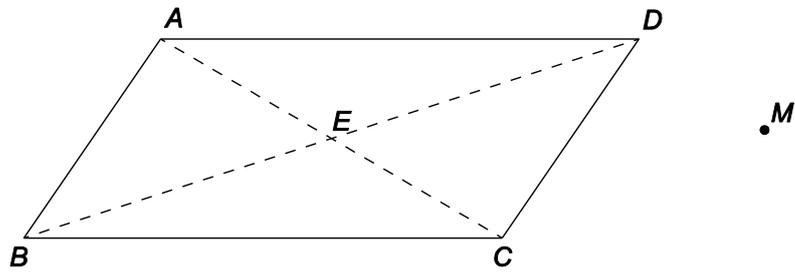
3.3. Determina uma equação do plano medidor do segmento de reta $[AF]$. Apresenta a resposta na forma $ax + by + cz + d = 0$, com $a, b, c, d \in \mathbb{R}$.

3.4. Define analiticamente o conjunto dos pontos cuja distância ao ponto E é igual a $\|\overrightarrow{AJ}\|$, sendo

$$J = A + (\overrightarrow{AF} - \overrightarrow{HG}).$$



4. Na figura está representado um paralelogramo $[ABCD]$. O ponto E é o ponto de encontro das diagonais do paralelogramo. O ponto M é um ponto qualquer do plano.



Prova que:

$$\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} + \vec{MD} = 4\vec{ME}$$

- FIM -

Cotações

GRUPO I	50 pontos
Cada resposta certa	10 pontos
Cada resposta errada	0 pontos
Cada questão não respondida ou anulada	0 pontos
GRUPO II	150 pontos
1.	40 pontos
1.1.	10 pontos
1.2.	15 pontos
1.3.	15 pontos
2.	35 pontos
2.1.	10 pontos
2.2.	10 pontos
2.3.	15 pontos
3.	55 pontos
3.1.	15 pontos
3.1.1.	5 pontos
3.1.2.	10 pontos
3.2.	10 pontos
3.2.1.	5 pontos
3.2.2.	5 pontos
3.3.	15 pontos
3.4.	15 pontos
4.	20 pontos
TOTAL	200 pontos

GRUPO I

1. Opção (C)
2. Opção (A)
3. Opção (B)
4. Opção (C)
5. Opção (B)

GRUPO II

1.

1.1. Resto = 0

1.2. $P(x) = (x - 1)(x - 2)(x - 3)$

1.3. $]0, 1[\cup]1, +\infty[$

2.

2.1. $A(0, 4)$, $O(0, 0)$, $B(4, 0)$ e $C(4, 4)$

2.2. $(x, y) = (0, 4) + k(4, -4)$, $k \in \mathbb{R}$

2.3. $(x \geq 0 \wedge y \geq 0 \wedge y \leq -x + 4) \vee (x \leq 4 \wedge y \leq 4 \wedge y \geq -x + 6)$

3.

3.1.

3.1.1. $y = 0$

3.1.2. $x = 0 \wedge y = 2 \wedge 0 \leq z \leq 8$

3.2.

3.2.1. $E(3, 0, 8)$

3.2.2. $\overline{HD}(0, 0, -8)$

3.3. $-6x + 4y + 16z - 59 = 0$

3.4. $(x - 3)^2 + y^2 + (z - 8)^2 = 65$

4. Ao cuidado do aluno.

Matriz Teste 4

Domínios	Conteúdos
GA10	<p>Geometria analítica no plano</p> <p>Referenciais ortonormados.</p> <p>Fórmula da medida da distância entre dois pontos no plano em função das respectivas coordenadas.</p> <p>Coordenadas do ponto médio de um dado segmento de reta.</p> <p>Equação cartesiana da mediatriz de um segmento de reta.</p> <p>Equações e inequações cartesianas de um conjunto de pontos.</p> <p>Equação cartesiana reduzida da circunferência.</p> <p>Definição de elipse e respetiva equação cartesiana reduzida; relação entre eixo maior, eixo menor e distância focal.</p> <p>Inequações cartesianas de semiplanos.</p> <p>Inequações cartesianas de círculos.</p> <p>Resolução de problemas envolvendo a noção de distância entre pontos do plano.</p> <p>Resolução de problemas envolvendo equações e inequações cartesianas de subconjuntos do plano.</p> <p>Cálculo vetorial no plano</p> <p>Norma de um vetor.</p> <p>Multiplicação por um escalar de um vetor; relação com a colinearidade e o vetor simétrico.</p> <p>Diferença entre vetores.</p> <p>Propriedades algébricas das operações com vetores.</p> <p>Coordenadas de um vetor.</p> <p>Vetor posição de um ponto e respetivas coordenadas.</p> <p>Coordenadas da soma e da diferença de vetores; coordenadas do produto de um vetor por um escalar e do simétrico de um vetor; relação entre as coordenadas de vetores colineares.</p> <p>Vetor diferença de dois pontos; cálculo das respetivas coordenadas; coordenadas do ponto soma de um ponto com um vetor.</p> <p>Cálculo da norma de um vetor em função das respetivas coordenadas.</p> <p>Vetor diretor de uma reta; relação entre as respetivas coordenadas e o declive da reta.</p> <p>Paralelismo de retas e igualdade do declive.</p>

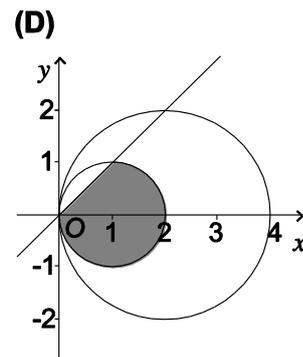
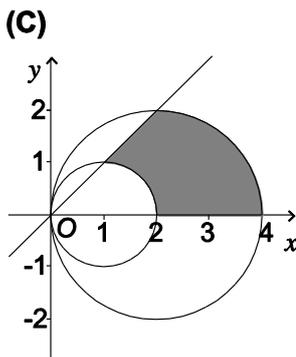
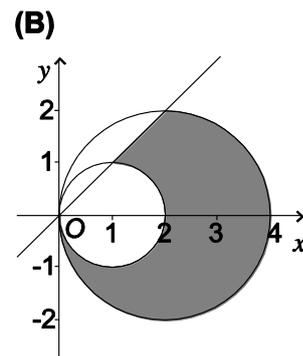
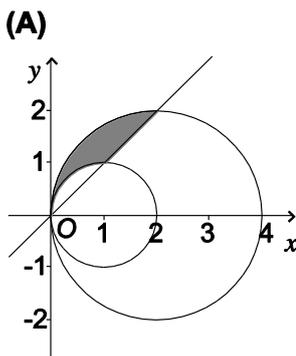
	<p>Equação vetorial de um reta.</p> <p>Sistema de equações paramétricas de uma reta.</p> <p>Resolução de problemas envolvendo a determinação de coordenadas de vetores no plano, a colinearidade de vetores e o paralelismo de retas do plano.</p>
	<p>Geometria analítica no espaço</p> <p>Referenciais cartesianos ortonormados do espaço.</p> <p>Equações de planos paralelos aos planos coordenados.</p> <p>Equações cartesianas de retas paralelas a um dos eixos.</p> <p>Distância entre dois pontos no espaço.</p> <p>Equação do plano mediador de um segmento de reta.</p> <p>Equação cartesiana reduzida da superfície esférica. Inequação cartesiana reduzida da esfera.</p> <p>Resolução de problemas envolvendo a noção de distância entre pontos do espaço.</p> <p>Resolução de problemas envolvendo equações e inequações cartesianas de subconjuntos do espaço.</p> <p>Cálculo vetorial no espaço</p> <p>Generalização ao espaço dos conceitos e propriedades básicas do cálculo vetorial.</p> <p>Equação vetorial da reta no espaço.</p> <p>Resolução de problemas envolvendo cálculo vetorial no espaço.</p>

FRVR10	<p>Generalidades acerca de funções</p> <p>Produtos cartesianos de conjuntos.</p> <p>Gráficos de funções.</p> <p>Restrições de uma função.</p> <p>Imagem de um conjunto por uma função.</p> <p>Funções injetivas, sobrejetivas e bijetivas.</p> <p>Composição de funções.</p> <p>Função inversa de uma função bijetiva.</p> <p>Generalidades acerca de funções reais de variável real</p> <p>Funções reais de variável real; funções definidas por expressões analíticas.</p> <p>Propriedades geométricas dos gráficos de funções.</p> <p>Paridade; simetrias dos gráficos das funções pares e das funções ímpares.</p> <p>Relação geométrica entre o gráfico de uma função e o da respectiva inversa.</p> <p>Relação entre o gráfico de uma função f e os gráficos das funções $af(x)$, $f(bx)$, $f(x + c)$ e $f(x) + d$, com a, b, c, d números reais, a e b não nulos.</p> <p>Monotonia, extremos e concavidade</p> <p>Intervalos de monotonia de uma função real de variável real; caso das funções afins e caso das funções quadráticas.</p> <p>Vizinhança de um ponto da reta numérica; extremos relativos e absolutos.</p> <p>Sentido da concavidade do gráfico de uma função real de variável real.</p>
--------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

GRUPO I

- Os cinco itens deste grupo são de escolha múltipla. Em cada um deles, são indicadas quatro opções, das quais só uma está correta.
- Escreve, na tua folha de respostas, apenas o número de cada item e a letra correspondente à opção que seleccionares para responder a esse item.
- Não apresentes cálculos nem justificações.
- Se apresentares mais do que uma opção, a resposta será classificada com zero pontos, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.

1. Qual dos seguintes conjuntos de pontos do plano (indicados a sombreado) pode ser definido pela condição $(x - 2)^2 + y^2 \leq 4 \wedge (x - 1)^2 + y^2 \geq 1 \wedge y \leq x$?



2. Considera, num referencial o.n. $Oxyz$, a esfera de diâmetro $[AB]$, em que $A(-1, 2, 3)$ e $B(2, 3, 5)$. Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

(A) O centro da esfera é o ponto $(-1, 2, 4)$ e o seu raio $\frac{\sqrt{14}}{2}$.

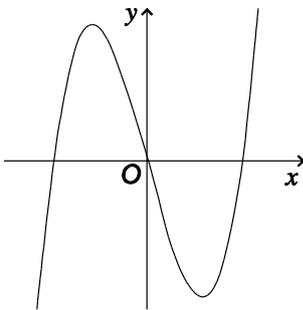
(B) O centro da esfera é o ponto $(\frac{1}{2}, \frac{5}{2}, 4)$ e o seu raio $\frac{\sqrt{14}}{2}$.

(C) O centro da esfera é o ponto $(-1, 2, 4)$ e o seu raio $3\sqrt{10}$.

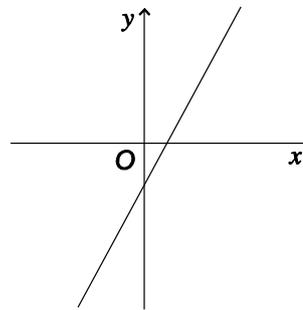
(D) O centro da esfera é o ponto $(\frac{1}{2}, \frac{5}{2}, 4)$ e o seu raio $3\sqrt{10}$.

3. Indica qual dos seguintes gráficos pode ser o de uma função ímpar e bijetiva.

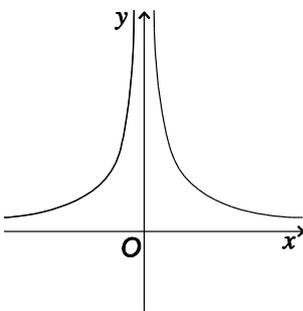
(A)



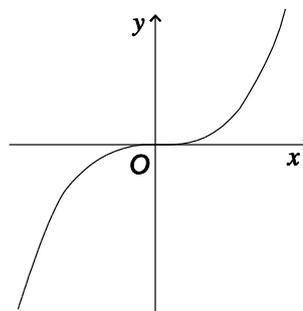
(B)



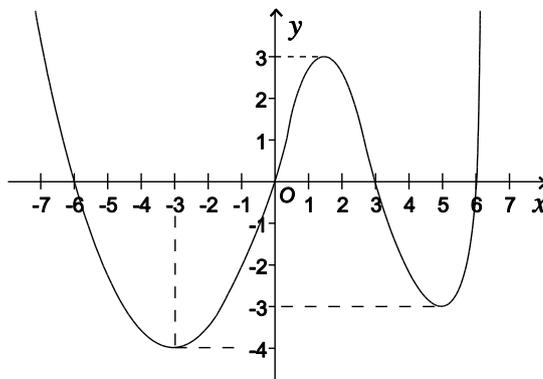
(C)



(D)



4. Considera a função f representada abaixo.



Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

(A) A função f tem um máximo absoluto igual a 3 e um mínimo absoluto igual a -3 .

(B) A função f tem um máximo absoluto igual a 3 e um mínimo absoluto igual a -4 .

(C) A função f não tem máximo absoluto e tem um mínimo absoluto igual a -4 .

(D) A função f não tem máximo absoluto e tem um mínimo absoluto igual a -3 .

5. Seja f a função de domínio \mathbb{R} definida por $f(x) = x^2 - 3x$. Qual deverá ser a expressão analítica da função g de modo que $(g \circ f)(1) = 5$?

(A) $g(x) = -3x + 3$

(B) $g(x) = 3x - 1$

(C) $g(x) = 2x + 3$

(D) $g(x) = -2x + 1$

GRUPO II

Na resposta a cada um dos itens deste grupo, apresenta todos os cálculos que tiveres de efetuar e todas as justificações necessárias.

Atenção: Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresenta sempre o **valor exato**.

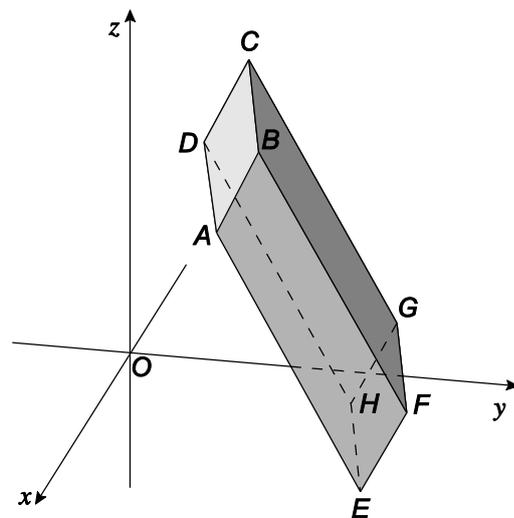
1. Num referencial o.n. xOy , considera os pontos $A(1, 3)$ e $B(2, -1)$ e o vetor $\vec{u}(-2, 6)$.
 - 1.1. Escreve as equações paramétricas da reta r que passa em A e é paralela a \vec{u} .
 - 1.2. Determina k de modo que o vetor $\vec{v}(-2k, 4k - 2)$ seja colinear com o vetor \overrightarrow{AB} .
 - 1.3. Identifica e define analiticamente o conjunto dos pontos do plano cuja soma das medidas das distâncias aos pontos $(-4, 0)$ e $(4, 0)$ é igual a $\|\overrightarrow{AB}\|^2 - 7$.

2. Na figura está representado, em referencial o.n. $Oxyz$, um prisma quadrangular não regular $[ABCDEFGH]$.

Sabe-se que:

- o ponto A tem coordenadas $(1, 5, 8)$;
- o ponto B tem coordenadas $(3, 8, 14)$;
- o ponto D tem coordenadas $(-5, 3, 11)$;
- o vetor \overrightarrow{AE} tem coordenadas $(-1, -4, -8)$.

- 2.1. Define analiticamente o plano que contém o ponto A e é paralelo ao plano xOz .
- 2.2. Escreve uma equação vetorial da reta FB .
- 2.3. Determina as coordenadas dos pontos E e C .



3. Considera a função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = 2x - 3$ e a função $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $g(x) = x^2 - 4$.
 - 3.1. Justifica que f é bijetiva e determina uma expressão para $f^{-1}(x)$.
 - 3.2. Mostra que g é uma função par.
 - 3.3. Define a função $g \circ f$.
 - 3.4. Sabe-se que o ponto $A(1, -3)$ pertence ao gráfico da função g . Determina as coordenadas de A' , imagem de A pela translação segundo o vetor $\vec{u}(-1, 2)$.

3.5. Indica uma expressão analítica da função h , cujo gráfico é simétrico do gráfico de f relativamente à origem do referencial.

4. De uma função real de variável real f , de domínio \mathbb{R} , sabe-se que:

- $f(0) = 0$;
- f é par;
- f é estritamente decrescente em $[0, 10]$;
- f é estritamente crescente em $[10, +\infty[$.

Das seguintes afirmações apenas uma é necessariamente verdadeira. Indica qual e apresenta uma razão para rejeitar cada uma das outras afirmações.

- I. f tem um máximo absoluto em $x = 0$.
- II. f não tem zeros.
- III. f é estritamente decrescente em $[-10, 0]$;
- IV. f é estritamente decrescente em $] -\infty, -10]$.

- FIM -

Cotações

GRUPO I	50 pontos
Cada resposta certa	10 pontos
Cada resposta errada	0 pontos
Cada questão não respondida ou anulada	0 pontos
GRUPO II	150 pontos
1.	35 pontos
1.1.	10 pontos
1.2.	10 pontos
1.3.	15 pontos
2.	35 pontos
2.1.	10 pontos
2.2.	10 pontos
2.3.	15 pontos
3.	60 pontos
3.1.	15 pontos
3.2.	10 pontos
3.3.	15 pontos
3.4.	10 pontos
3.5.	10 pontos
4.	20 pontos
TOTAL	200 pontos

GRUPO I

1. Opção (B)
2. Opção (B)
3. Opção (D)
4. Opção (C)
5. Opção (D)

GRUPO II

1.

1.1. $\begin{cases} x = 1 - 2k \\ y = 3 + 6k \end{cases}, k \in \mathbb{R}$

1.2. $k = -\frac{1}{2}$

1.3. Elipse, $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$

2.

2.1. $y = 5$

2.2. $(x, y, z) = (3, 8, 14) + k(1, 4, 8), k \in \mathbb{R}$

2.3. $E(0, 1, 0), C(-3, 6, 17)$

3.

3.1. $f^{-1}(x) = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$

3.2. Ao cuidado do aluno.

3.3. $D = \mathbb{R}, (g \circ f)(x) = 4x^2 - 12x + 5$

3.4. $A'(0, -1)$

3.5. $h(x) = 2x + 3$

4. Afirmação IV.

Matriz Teste 5

Domínios	Conteúdos
FRVR10	<p>Generalidades acerca de funções</p> <p>Produtos cartesianos de conjuntos.</p> <p>Gráficos de funções.</p> <p>Restrições de uma função.</p> <p>Imagem de um conjunto por uma função.</p> <p>Funções injetivas, sobrejetivas e bijetivas.</p> <p>Composição de funções.</p> <p>Função inversa de uma função bijetiva.</p> <p>Generalidades acerca de funções reais de variável real</p> <p>Funções reais de variável real; funções definidas por expressões analíticas.</p> <p>Propriedades geométricas dos gráficos de funções.</p> <p>Paridade; simetrias dos gráficos das funções pares e das funções ímpares.</p> <p>Relação geométrica entre o gráfico de uma função e o da respetiva inversa.</p> <p>Relação entre o gráfico de uma função f e os gráficos das funções $af(x)$, $f(bx)$, $f(x + c)$ e $f(x) + d$, com a, b, c, d números reais, a e b não nulos.</p> <p>Monotonia, extremos e concavidade</p> <p>Intervalos de monotonia de uma função real de variável real; caso das funções afins e caso das funções quadráticas.</p> <p>Vizinhança de um ponto da reta numérica; extremos relativos e absolutos.</p> <p>Sentido da concavidade do gráfico de uma função real de variável real.</p> <p>Estudo elementar das funções quadráticas, raiz quadrada, raiz cúbica e módulo de funções definidas por ramos</p> <p>Extremos, sentido das concavidades, raízes e representação gráfica de funções quadráticas.</p> <p>Funções definidas por ramos.</p> <p>Estudo da função $x \rightarrow a x - b + c$, $a \neq 0$.</p>

	<p>As funções $x \rightarrow \sqrt{x}$ e $x \rightarrow \sqrt[3]{x}$ enquanto funções inversas.</p> <p>Domínio e representação gráfica das funções definidas analiticamente por $f(x) = a\sqrt{x-b} + c, a \neq 0$ e $a\sqrt[3]{x-b} + c, a \neq 0$.</p>
--	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

	<p>Estudo de funções definidas por ramos envolvendo funções polinomiais, módulos e radicais.</p> <p>Resolução de problemas</p> <p>Equações e inequações envolvendo as funções polinomiais, raiz quadrada e raiz cúbica e a composição da função módulo com funções afins e com funções quadráticas.</p> <p>Resolução de problemas envolvendo as propriedades geométricas dos gráficos de funções reais de variável real.</p> <p>Resolução de problemas envolvendo as funções afins, quadráticas, raiz quadrada, raiz cúbica, módulo, funções definidas por ramos e a modelação de fenómenos reais.</p>
--	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

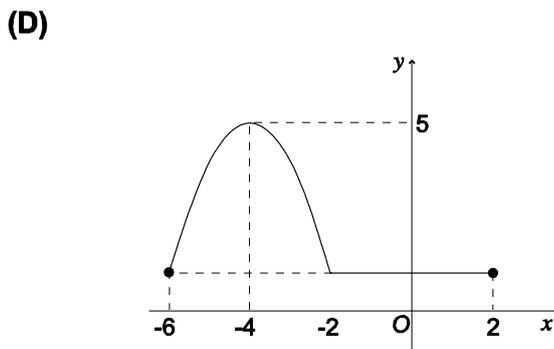
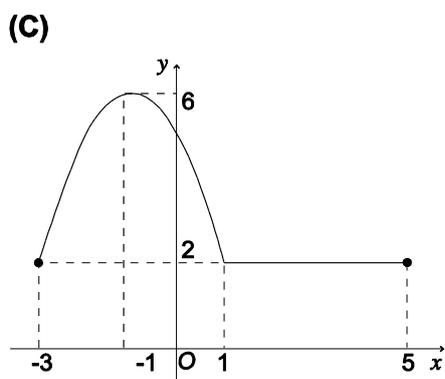
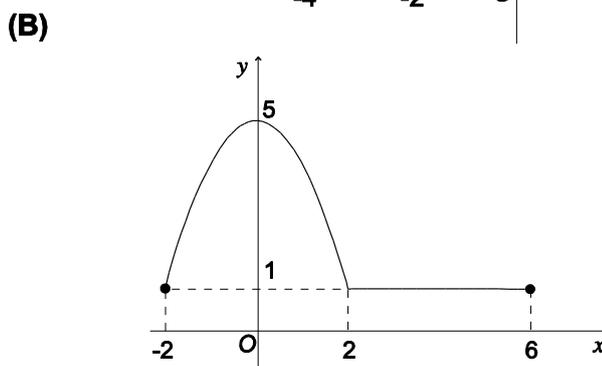
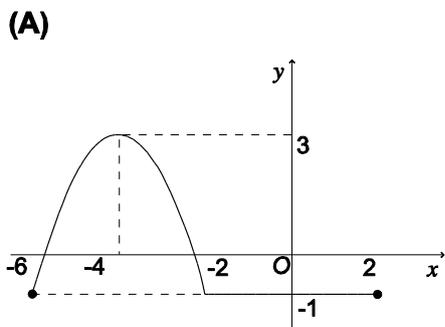
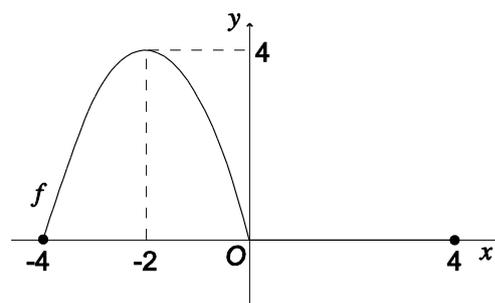
GRUPO I

- Os cinco itens deste grupo são de escolha múltipla. Em cada um deles, são indicadas quatro opções, das quais só uma está correta.
- Escreve, na tua folha de respostas, apenas o número de cada item e a letra correspondente à opção que seleccionares para responder a esse item.
- Não presentes cálculos nem justificações.
- Se apresentares mais do que uma opção, a resposta será classificada com zero pontos, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.

1. Considera, em \mathbb{R} , as funções f e g definidas por $f(x) = x^2$ e $g(x) = 3x - 2$. Quais poderão ser os valores de a , b e c de modo que $(f \circ g)(a) = 25$, $f^{-1}(b) = 9$ e $g^{-1}(c) = 10$?

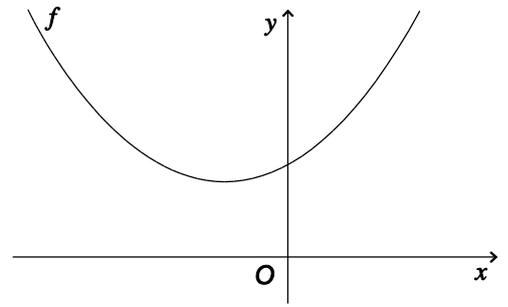
- (A) $a = -1, b = 81$ e $c = 28$ (B) $a = -5, b = 3$ e $c = 4$
 (C) $a = -5, b = 81$ e $c = 28$ (D) $a = -1, b = 8$ e $c = 4$

2. Considera a função f , de domínio $[-4, 4]$ e contradomínio $[0, 4]$, representada graficamente na figura. Qual dos seguintes gráficos pode ser o da função g definida por $g(x) = f(x - 2) + 1$?



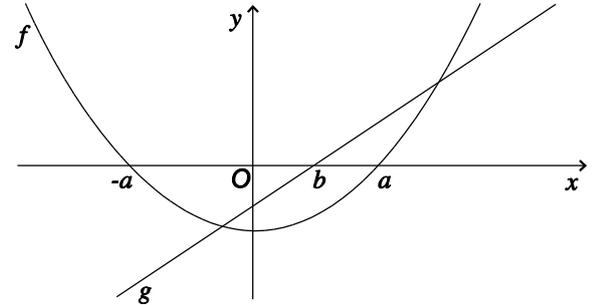
3. Na figura está representado o gráfico de uma função quadrática f , de domínio \mathbb{R} . Qual das seguintes expressões pode definir a função f ?

- (A) $f(x) = x^2 - 2x + 5$ (B) $f(x) = -x^2 - 2x + 5$
 (C) $f(x) = x^2 + 2x + 5$ (D) $f(x) = -x^2 + 2x + 5$



4. Considera as funções f e g representadas graficamente por uma parábola e por uma reta, respetivamente. Qual das seguintes afirmações é falsa?

- (A) $\forall x \in]-a, b[, (f \times g)(x) > 0$
 (B) $\exists x \in]-a, a[: \left(\frac{f}{g}\right)(x) = 1$
 (C) $\exists x \in]a, +\infty[: (f - g)(x) = 0$
 (D) $\forall x \in]-a, a[, g(x) \geq f(x)$



5. Sendo x um número real, qual das seguintes afirmações é verdadeira?

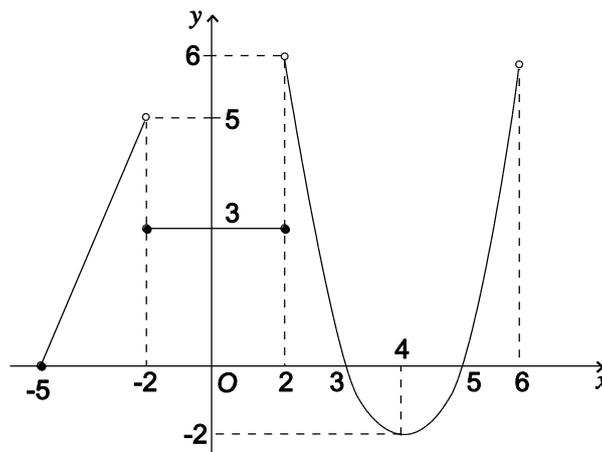
- (A) Se $x > 0$, então $\sqrt{x^2} = -|x|$. (B) Se $x > 0$, então $\sqrt{x^2} = -x$.
 (C) Se $x < 0$, então $\sqrt{x^2} = x$. (D) Se $x < 0$, então $\sqrt{x^2} = -x$.

GRUPO II

Na resposta a cada um dos itens deste grupo, apresenta todos os cálculos que tiveres de efetuar e todas as justificações necessárias.

Atenção: Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresenta sempre o **valor exato**.

1. Considera uma função f , de domínio $[-5, 6]$, cujo gráfico é o representado na figura.



- 1.1. Indica um intervalo onde a função seja crescente e negativa.
 1.2. Comenta a afirmação: "A função f é injetiva no intervalo $[2, 4]$ ".
 1.3. Indica os valores de k de modo que $f(x) = k$ tenha exatamente três soluções.
 1.4. Sabendo que f é uma função definida por ramos, escreve uma sua expressão analítica.

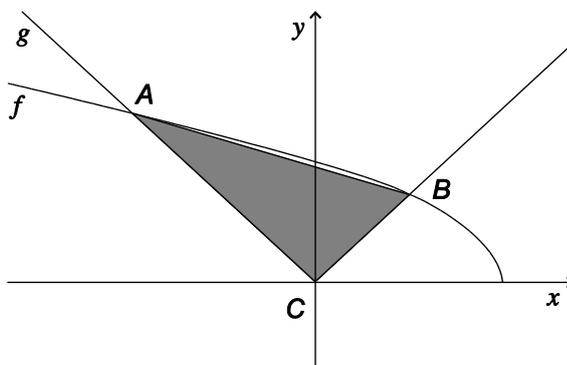
2. Um modelo de um foguetão é lançado verticalmente do cimo de um prédio e a sua altura h , em metros acima do solo, é dada, em função de t , tempo em segundos após o lançamento, por:

$$h(t) = -5t^2 + 20t + 25$$

- 2.1. Qual é a altura do modelo no instante em que foi lançado?
2.2. Escreve a expressão dada na forma $h(t) = a(t - b)^2 + c$ e indica a altura máxima atingida pelo modelo.
2.3. Quanto tempo esteve o modelo a uma altura superior a 25 metros?
2.4. Ao fim de quanto tempo o modelo atingiu o solo?

3. Na figura estão representadas, em referencial o.n. xOy :

- parte do gráfico da função f , de domínio $]-\infty, 2]$, definida por $f(x) = \sqrt{2-x}$;
- parte do gráfico da função g , de domínio \mathbb{R} , definida por $g(x) = |x|$;
- os pontos A e B são os pontos de interseção das duas funções e o ponto C é o vértice da função g .



- 3.1. Determina a área do triângulo $[ABC]$.
3.2. Resolve analiticamente a inequação $f(x) > 3$ e apresenta o conjunto-solução na forma de intervalo ou união de intervalos de números reais.
3.3. Considera a função h , de domínio \mathbb{R} , definida por $h(x) = g(x + 1) - 2$.
3.3.1. Indica o domínio e o contradomínio de h .
3.3.2. Determina os zeros de h .
3.3.3. Define h sem usar o símbolo de módulo.
4. Mostra que se uma função f , de domínio \mathbb{R} , é par, então não tem inversa.

- FIM -

Cotações

GRUPO I	50 pontos
Cada resposta certa	10 pontos
Cada resposta errada	0 pontos
Cada questão não respondida ou anulada	0 pontos
GRUPO II	150 pontos
1.	45 pontos
1.1.	5 pontos
1.2.	10 pontos
1.3.	10 pontos
1.4.	20 pontos
2.	40 pontos
2.1.	5 pontos
2.2.	15 pontos
2.3.	10 pontos
2.4.	10 pontos
3.	55 pontos
3.1.	15 pontos
3.2.	10 pontos
3.3.	30 pontos
3.3.1.	10 pontos
3.3.2.	10 pontos
3.3.3.	10 pontos
4.	10 pontos
TOTAL	200 pontos

GRUPO I

1. Opção (A)
2. Opção (B)
3. Opção (C)
4. Opção (D)
5. Opção (D)

GRUPO II

1.

1.1. $[4, 5[$, por exemplo.

1.2. Afirmação falsa.

1.3. $[0, 3[\cup]3, 5[$

$$1.4. f(x) = \begin{cases} \frac{5}{3}x + \frac{25}{3} & \text{se } x \in [-5, -2[\\ 3 & \text{se } x \in [-2, 2] \\ 2x^2 - 16x + 30 & \text{se } x \in]2, 6[\end{cases}$$

2.

2.1. 25 metros

2.2. $h(t) = -5(t - 2)^2 + 45$; 45 metros

2.3. 4 segundos

2.4. 5 segundos

3.

3.1. 2 u. a.

3.2. $]-\infty, -7[$

3.3.

3.3.1. $D = \mathbb{R}$ e $D' = [-2, +\infty[$

3.3.2. $\{-3, 1\}$

$$3.3.3. h(x) = \begin{cases} x - 1 & \text{se } x \geq -1 \\ -x - 3 & \text{se } x < -1 \end{cases}$$

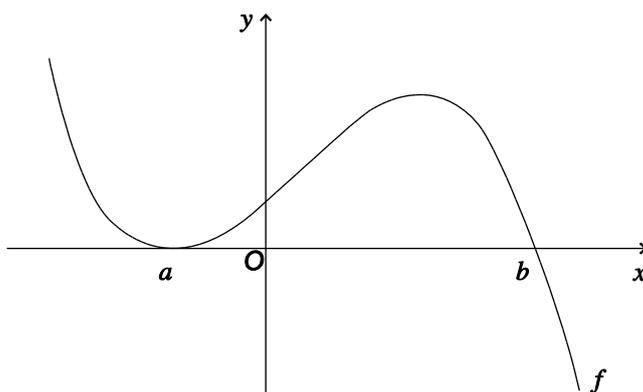
4. Ao cuidado do aluno.

Domínios	Conteúdos
FRVR10	<p>Estudo elementar das funções quadráticas, raiz quadrada, raiz cúbica e módulo de funções definidas por ramos</p> <p>Extremos, sentido das concavidades, raízes e representação gráfica de funções quadráticas.</p> <p>Funções definidas por ramos.</p> <p>Estudo da função $x \rightarrow a x - b + c, a \neq 0$.</p> <p>As funções $x \rightarrow \sqrt{x}$ e $x \rightarrow \sqrt[3]{x}$ enquanto funções inversas.</p> <p>Domínio e representação gráfica das funções definidas analiticamente por $f(x) = a\sqrt{x - b} + c, a \neq 0$ e $a\sqrt[3]{x - b} + c, a \neq 0$.</p> <p>Estudo de funções definidas por ramos envolvendo funções polinomiais, módulos e radicais.</p> <p>Resolução de problemas</p> <p>Equações e inequações envolvendo as funções polinomiais, raiz quadrada e raiz cúbica e composição da função módulo com funções afins e com funções quadráticas.</p> <p>Resolução de problemas envolvendo as propriedades geométricas dos gráficos de funções reais de variável real.</p> <p>Resolução de problemas envolvendo as funções afins, quadráticas, raiz quadrada, raiz cúbica, módulo, funções definidas por ramos e a modelação de fenómenos reais.</p>
EST10	<p>Características amostrais</p> <p>Sinal de somatório; tradução no formalismo dos somatórios das propriedades associativa e comutativa generalizadas da adição e distributiva generalizada da multiplicação em relação à adição.</p> <p>Variável estatística quantitativa como função numérica definida numa população e amostra de uma variável estatística.</p> <p>Média de uma amostra; propriedades da média de uma amostra.</p> <p>Variância e desvio-padrão de uma amostra; propriedades da variância e do desvio-padrão de uma amostra.</p> <p>Percentil de ordem k; propriedades do percentil de ordem k.</p> <p>Resolução de problemas envolvendo a média e o desvio-padrão de uma amostra.</p> <p>Resolução de problemas envolvendo os percentis de uma amostra.</p>

GRUPO I

- Os cinco itens deste grupo são de escolha múltipla. Em cada um deles, são indicadas quatro opções, das quais só uma está correta.
- Escreve, na tua folha de respostas, apenas o número de cada item e a letra correspondente à opção que seleccionares para responder a esse item.
- Não apresentes cálculos nem justificações.
- Se apresentares mais do que uma opção, a resposta será classificada com zero pontos, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.

1. Na figura está representada parte do gráfico de uma função polinomial f de domínio \mathbb{R} .
A função f tem apenas dois zeros: a e b .



Seja g a função definida por $g(x) = \sqrt{f(x)}$. Qual dos seguintes conjuntos pode ser o domínio da função g ?

- (A) $]-\infty, b]$ (B) $]-\infty, a]$
(C) $[a, b]$ (D) $\mathbb{R} \setminus \{a, b\}$

2. Sabe-se que o ponto $P(-7, -1)$ pertence ao gráfico da função f definida por:

$$f(x) = 2\sqrt[3]{x+a} + 3, \text{ onde } a \in \mathbb{R}$$

Qual é o valor de a ?

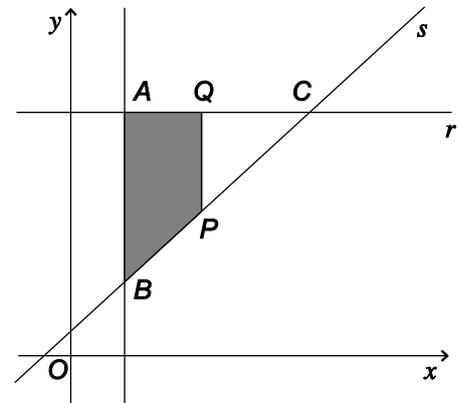
- (A) -2 (B) 2 (C) -1 (D) 1

1.2. Resolve, em $]2, +\infty[$, a condição $f(x) \geq 2$. Apresenta o conjunto-solução usando a notação de intervalos de números reais.

2. Na figura estão representadas, num referencial o.n. xOy , as retas r , s e t . Os pontos A e B são, respetivamente, os pontos de interseção das retas r e s com a reta t e o ponto C é o ponto de interseção das retas r e s .

Sabe-se que:

- a reta r é definida pela equação $y = 10$;
- a reta s é definida pela equação $y = x + 1$;
- a reta t é definida pela equação $x = 2$.



Considera que um ponto P se desloca ao longo do segmento de reta $[BC]$, nunca coincidindo com o ponto B nem com o ponto C , e que um ponto Q se desloca ao longo do segmento de reta $[AC]$, acompanhando o movimento do ponto P , de forma que a abcissa do ponto Q seja sempre igual à abcissa do ponto P . Seja x a abcissa do ponto P .

2.1. Mostra que a área do trapézio $[ABPQ]$ é dada, em função de x , por:

$$A(x) = -\frac{x^2}{2} + 9x - 16 \quad (x \in]2, 9])$$

2.2. Sem recorrer à calculadora, determina os valores de x para os quais a área do trapézio $[ABPQ]$ é superior a 12. Apresenta a tua resposta usando a notação de intervalos de números reais.

2.3. Considera a função f , de domínio \mathbb{R} , definida por:

$$f(x) = -\frac{x^2}{2} + 9x - 16$$

A função f pode ser definida por uma expressão do tipo $f(x) = a(x - h)^2 + k$, onde a , h e k são números reais. Determina os valores de a , h e k .

3. Para uma certa amostra $\tilde{x} = (x_1, x_2, \dots, x_{10})$, sabe-se que $d_1 = 1$, $d_2 = -3$, $d_4 = -5$, $d_6 = -4$, $d_8 = -5$, $d_{10} = 0$, $d_5 = d_9 = 2d_3$ e $d_7 = 3d_3$, onde $d_i = x_i - \bar{x}$.

3.1. Determina os valores de d_3 , d_5 , d_7 e d_9 .

3.2. Admite que $d_3 = 3$, $d_5 = 3$, $d_7 = 4$ e $d_9 = 6$.

3.2.1. Sem recorrer à calculadora, a não ser para efetuar cálculos numéricos, calcula o desvio-padrão da amostra. Apresenta o resultado arredondado às unidades.

3.2.2. Sabendo que $x_1 = 20$, identifica os três primeiros elementos da amostra \tilde{x} e calcula o valor da respetiva média.

4. Um pediatra registou numa tabela a idade, em meses, em que surgiu o primeiro dente a 30 dos seus pacientes.

Idade (meses)	Número de crianças
3	3
4	4
5	2
6	4
7	1
8	7
9	1
10	4
11	1
12	3

- 4.1. Para este conjunto de dados, sem recorrer à calculadora, a não ser para efetuar cálculos numéricos, determina:
- 4.1.1. a média (apresenta o resultado aproximado às décimas);
 - 4.1.2. o desvio-padrão (apresenta o resultado aproximado às décimas);
 - 4.1.3. o percentil 30.
- 4.2. Determina a que percentil pertence uma criança cujo primeiro dente tenha surgido aos 11 meses.

- FIM -

Cotações

GRUPO I	50 pontos
Cada resposta certa	10 pontos
Cada resposta errada	0 pontos
Cada questão não respondida ou anulada	0 pontos
GRUPO II	150 pontos
1.	35 pontos
1.1.	20 pontos
1.2.	15 pontos
2.	45 pontos
2.1.	15 pontos
2.2.	15 pontos
2.3.	15 pontos
3.	30 pontos
3.1.	10 pontos
3.2.	20 pontos
3.2.1.	10 pontos
3.2.2.	10 pontos
4.	40 pontos
4.1.	30 pontos
4.1.1.	10 pontos
4.1.2.	15 pontos
4.1.3.	5 pontos
4.2.	10 pontos
TOTAL	200 pontos

Soluções

GRUPO I

1. Opção (A)
2. Opção (C)
3. Opção (D)
4. Opção (A)
5. Opção (D)

GRUPO II

1.

1.1. $\{-6, \sqrt{2}, 4\}$

1.2. $]2, 3] \cup [5, +\infty[$

2.

2.1. Ao cuidado do aluno.

2.2. $]4, 9[$

2.3. $a = -\frac{1}{2}, h = 9, k = \frac{49}{2}$

3.

3.1. $d_3 = 2, d_5 = 4, d_7 = 6, d_9 = 4$

3.2.

3.2.1. $s_x \approx 4$

3.2.2. $x_1 = 20, x_2 = 16, x_3 = 22, \bar{x} = 19$

4.

4.1.

4.1.1. $\bar{x} \approx 7,3$

4.1.2. $s_x \approx 2,8$

4.1.3. $P_{30} = 5,5$

4.2. P_{87}, P_{88} e P_{89}

Matriz Teste Global

Itens	Domínios	Objetivos
I. 1	LTC10_10.1	Operar com proposições.
I. 2	ALG10_10.2	Definir e efetuar operações com potências de expoente racional.
I. 3	ALG10_10.4 ALG10_10.5	Efetuar operações com polinômios. Resolver problemas.
I. 4	FRVR10_10.1	Definir a composição de funções e a função inversa de uma função bijetiva.
I. 5	EST10_10.2 EST10_10.3 EST10_10.4	Utilizar as propriedades da média de uma amostra. Definir e conhecer propriedades da variância e do desvio-padrão de uma amostra. Definir e conhecer propriedades do percentil de ordem k .
II. 1	LTC10_10.1	Operar com proposições.
II. 2	ALG10_10.1 ALG10_10.3 GA10_10.1 GA10_10.2 GA10_10.3 GA10_10.5 GA10_10.6	Definir e efetuar operações com radicais. Resolver problemas. Definir analiticamente conjuntos elementares de pontos do plano. Resolver problemas. Operar com vetores. Conhecer propriedades dos vetores diretores de retas do plano. Resolver problemas.
II. 3	ALG10_10.1 ALG10_10.3 GA10_10.7 GA10_10.8 GA10_10.9 GA10_10.10 GA10_10.11	Definir e efetuar operações com radicais. Resolver problemas. Definir referenciais cartesianos no espaço. Definir analiticamente conjuntos elementares de pontos do espaço. Definir vetores do espaço. Operar com coordenadas de vetores no espaço. Resolver problemas.

II. 4	LTC10_10.2 LTC10_10.3 FRVR10_10.2 FRVR10_10.5 FRVR10_10.6	Relacionar condições e conjuntos. Resolver problemas. Relacionar propriedades geométricas dos gráficos com propriedades das respectivas funções. Estudar funções elementares e operações algébricas sobre funções. Resolver problemas.
II. 5	EST10_10.2 EST10_10.3 EST10_10.4 EST10_10.5	Utilizar as propriedades da média de uma amostra. Definir e conhecer as propriedades da variância e do desvio-padrão de uma amostra. Definir e conhecer as propriedades do percentil de ordem k . Resolver problemas.

GRUPO I

- Os cinco itens deste grupo são de escolha múltipla. Em cada um deles, são indicadas quatro opções, das quais só uma está correta.
 - Escreve, na tua folha de respostas, apenas o número de cada item e a letra correspondente à opção que seleccionares para responder a esse item.
 - Não apresentes cálculos nem justificações.
 - Se apresentares mais do que uma opção, a resposta será classificada com zero pontos, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.
-

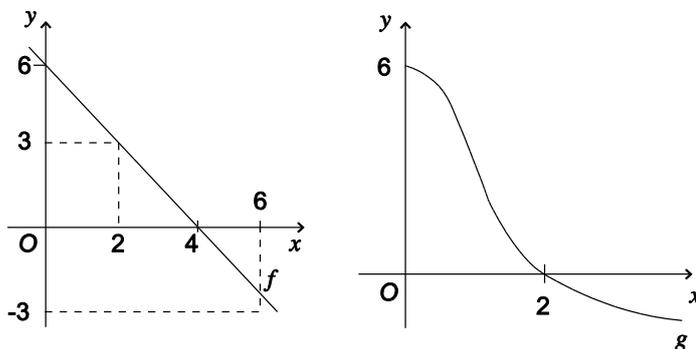
1. Considera a proposição:

$$p: \sim(\sim(a \wedge \sim b) \vee (a \Rightarrow b))$$

Quais os valores lógicos de a e de b de modo que a proposição p seja verdadeira?

- (A) a é verdadeira e b é verdadeira.
(B) a é verdadeira e b é falsa.
(C) a é falsa e b é verdadeira.
(D) a é falsa e b é falsa.
2. Sejam x, y e z números reais positivos. Qual das seguintes expressões é equivalente a $x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{2}{3}}z^{\frac{5}{6}}$?
- (A) $\sqrt[3]{xy^2z^3}$
(B) $\sqrt[6]{xy^2z^5}$
(C) $\sqrt[6]{x^3y^2z^5}$
(D) $\sqrt[6]{x^3y^4z^5}$
3. O polinómio $P(x) = 6x^2 + x + 7$ tem o mesmo resto quando dividido por $x - a$ e por $x - 2a$, onde $a \neq 0$. Qual é o valor de a ?
- (A) $a = -\frac{1}{6}$
(B) $a = -\frac{1}{18}$
(C) $a = -\frac{7}{6}$
(D) $a = -\frac{7}{12}$

4. Na figura está representada, em referencial o.n. xOy , parte dos gráficos de duas funções reais de variável real f e g , de domínio \mathbb{R} .



Qual é o valor de $f^{-1}(6) + (f \circ g)(2)$?

- (A) 0 (B) -1 (C) 3 (D) 6
5. Considera as seguintes afirmações.
- I. É sempre possível determinar a média dos valores de uma amostra qualquer.
 - II. O desvio-padrão é uma medida de dispersão que se exprime na mesma unidade dos valores da amostra.
 - III. Os percentis de uma amostra são sempre valores observados.

O que se pode dizer quanto ao seu valor lógico?

- (A) Apenas I é verdadeira.
 (B) Apenas II é verdadeira.
 (C) Apenas III é verdadeira.
 (D) São todas falsas.

GRUPO II

Na resposta a cada um dos itens deste grupo, apresenta todos os cálculos que tiveres de efetuar e todas as justificações necessárias.

Atenção: Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresenta sempre o **valor exato**.

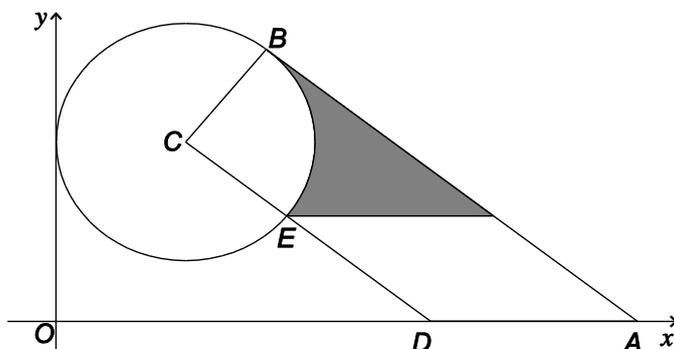
1. Mostra que, para quaisquer proposições p e q , se tem:

$$(p \Rightarrow q \wedge p) \Leftrightarrow (q \vee \sim p)$$

2. Na figura estão representados, num referencial o.n. xOy , a circunferência de equação $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 4$ e o trapézio $[ABCD]$.

Sabe-se que:

- C é o centro da circunferência;
- a reta AB tem equação $(x, y) = (2\sqrt{2}, 5) + k(1, -1), k \in \mathbb{R}$.



2.1. Determina a equação reduzida da reta CD .

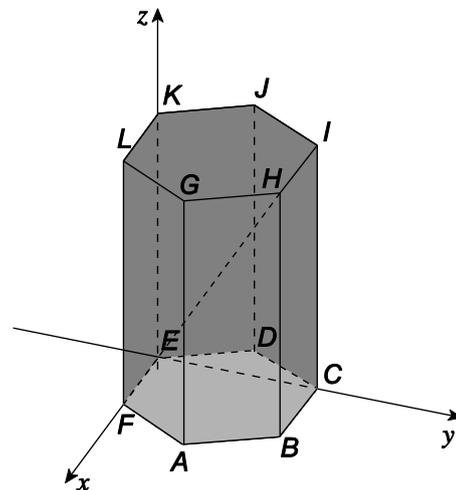
2.2. Escreve uma condição que defina a região a sombreado, incluindo a fronteira.

2.3. Mostra que os pontos médios dos lados de qualquer trapézio são os vértices de um paralelogramo.

3. Na figura está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, o prisma hexagonal regular $[ABCDEFGHijkl]$, cuja base está contida no plano xOy .

Sabe-se que:

- a medida da aresta da base do prisma é 4 cm;
- a medida da sua altura é igual à medida do perímetro da sua base;
- o vértice E coincide com a origem do referencial, o vértice F pertence ao eixo Ox , o vértice C pertence ao eixo Oy e o vértice K pertence ao eixo Oz .



3.1. Escreve uma condição que defina o conjunto dos pontos cuja distância ao ponto F é igual a $\|\vec{AF}\|$.

3.2. Identifica e indica as coordenadas do ponto P da figura tal que \vec{EP} é colinear com \vec{AH} .

3.3. Determina $\|\vec{EA} + \vec{EJ}\|$.

4. Considera as funções f, g e h definidas por $f(x) = x^2 + x - 6$, $g(x) = \sqrt{x + 3}$ e $h(x) = |x - 2|$ e seja $A = \mathbb{R}^+$.

Usando métodos exclusivamente analíticos, resolve os quatro itens seguintes.

4.1. Indica o domínio e o contradomínio da função $g(x - 1) + 1$.

4.2. Determina o valor lógico de $\exists x \in A: 2g(x) = h(-2)$.

4.3. Determina os valores de $x \in A$ tais que $f(x) \leq 6$.

4.4. Mostra que $\forall x \in A, f(x) \leq 0 \vee g(x) \geq 2$ é uma condição universal.

5. As classificações dos 30 alunos de uma turma num determinado teste foram, em valores arredondados às unidades, as seguintes:

7	7	8	10	11	11
12	12	12	13	13	13
13	14	15	15	15	15
16	16	16	16	17	17
18	18	18	19	19	20

5.1. Determina os percentis de ordem 20 e 75.

5.2. Se a todas as classificações se subtrair um valor, qual é a relação entre os valores da média e do desvio-padrão dos novos dados e dos dados apresentados acima?

- FIM -

Cotações

GRUPO I	50 pontos
Cada resposta certa	10 pontos
Cada resposta errada	0 pontos
Cada questão não respondida ou anulada	0 pontos
GRUPO II	150 pontos
1.	10 pontos
2.	40 pontos
2.1.	10 pontos
2.2.	15 pontos
2.3.	15 pontos
3.	30 pontos
3.1.	10 pontos
3.2.	10 pontos
3.3.	10 pontos
4.	50 pontos
4.1.	10 pontos
4.2.	10 pontos
4.3.	15 pontos
4.4.	15 pontos
5.	20 pontos
5.1.	10 pontos
5.2.	10 pontos
TOTAL	200 pontos

Soluções

GRUPO I

1. Opção (B)
2. Opção (D)
3. Opção (B)
4. Opção (D)
5. Opção (B)

GRUPO II

1. Ao cuidado do aluno.

2.

2.1. $y = -x + 5$

2.2. $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 \geq 4 \wedge y \leq -x + 5 + 2\sqrt{2} \wedge y \geq 3 - \sqrt{2}$

2.3. Ao cuidado do aluno.

3.

3.1. $(x - 4)^2 + y^2 + z^2 = 16$

3.2. $J(-\sqrt{3}, 2\sqrt{3}, 12)$

3.3. $4\sqrt{13}$ cm

4.

4.1. $D = [-2, +\infty[$, $D' = [1, +\infty[$

4.2. Afirmação verdadeira.

4.3. $]0, 3]$

4.4. Ao cuidado do aluno.

5.

5.1. $P_{20} = 11,5$, $P_{75} = 17$

5.2. A média será a anterior menos um valor e o desvio-padrão será igual.

