OFERTA AO ALUNO

PI 9

MATEMÁTICA
9º ANO

Fátima Cerqueira Magro
Fernando Fidalgo
Pedro Louçano

PROVAS FINAIS MODELO

ASA

OFERTA AO ALUNO

PI 9

MATEMÁTICA
9º ANO

Fátima Cerqueira Magro
Fernando Fidalgo
Pedro Louçano

PROVAS FINAIS MODELO

- 4 provas finais modelo

ASA

Índice

INTRODUÇÃO 3

GRELHAS DE CONTEÚDOS 4

PROVAS-MODELO

Prova-Modelo N.º 1 6
Prova-Modelo N.º 2 9
Prova-Modelo N.º 3 12
Prova-Modelo N.º 4 15

PROPOSTAS DE RESOLUÇÃO 18

Provas finais modelo

Introdução

Fornecemos-te aqui quatro provas finais modelo.

Para cada prova existe, no início deste livro, uma tabela onde estão identificados os conteúdos avaliados, para que mais facilmente possas organizar o teu estudo. No final encontrarás propostas de resolução de todos os exercícios.

Bom trabalho!

Prova-Modelo Nº 1

Ano	Unidade	1.1	1.2	2.1	2.2	3.	4.	5.1	5.2	6.	7.1	7.2	7.3	8.	9.
7.º	3. Funções										X				
	5. Tratamento de dados			X											
8.º	5. Sequências e regularidades. Equações													X	
9.º	1. Probabilidades			X	X										
	2. Funções										X	X	X		
	3. Equações					X									
	4. Circunferência						X	X	X						
	5. Números reais. Inequações									X					X
	6. Trigonometria no triângulo retângulo	X	X												

Prova-Modelo Nº 2

Ano	Unidade	1.1	1.2 a)	1.2 b)	1.2 c)	1.3	1.4	2.1 a)	2.1 b)	2.1 c)	2.2 a)	2.2 b)	2.2 c)	3.	4.	5.	6.	7.
7.º	3. Funções										X	X	X					
8.º	6. Teorema de Pitágoras e sólidos geométricos																X	
9.º	1. Probabilidades	X	X	X	X	X	X											
	2. Funções							X	X	X								
	3. Equações															X		
	4. Circunferência																X	
	5. Números reais. Inequações														X			X
	6. Trigonometria no triângulo retângulo													X			X	

Grelhas de conteúdos

Prova-Modelo Nº 3

Ano	Unidade	1.1	1.2 a)	1.2 b)	2.	3.1	3.2	4.	5.1	5.2	6.1	6.2	6.3	7.1	7.2	7.3	8.
8.º	1. Isometrias								X								
	3. Funções e equações				X			X									
	6. Teorema de Pitágoras e sólidos geométricos													X			
9.º	1. Probabilidades	X	X	X	X												
	2. Funções					X	X										
	3. Equações										X	X	X				
	4. Circunferência									X							X
	5. Números reais. Inequações													X	X		
	6. Trigonometria no triângulo retângulo															X	

Prova-Modelo Nº 4

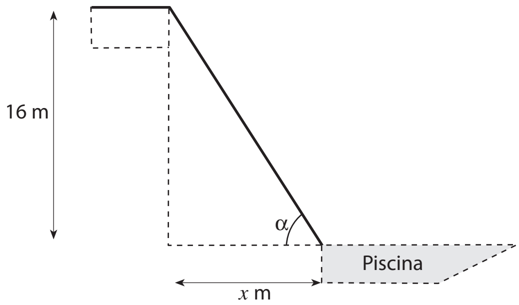
Ano	Unidade	1.1	1.2	1.3 a)	1.3 b)	1.3 c)	1.3 d)	2.	3.1	3.2	4.1	4.2	5.1	5.2	6.1	6.2	6.3	7.	8.
7.º	3. Funções		X			X													
	4. Triângulos e quadriláteros														X				
8.º	5. Sequências e regularidades. Equações	X																	
	6. Teorema de Pitágoras e sólidos geométricos										X	X							
9.º	1. Probabilidades								X	X									
	2. Funções			X	X	X	X												
	3. Equações												X	X					
	4. Circunferência											X			X		X	X	
	5. Números reais. Inequações							X											X
	6. Trigonometria no triângulo retângulo															X			

Prova-Modelo Nº 1 de Matemática

3º Ciclo do Ensino Básico

Duração da Prova: 90 minutos. Tolerância: 30 minutos. 3 Páginas

1. Em julho foi inaugurado um novo parque aquático. A maior atração deste parque é o "Big&Fast", um escorrega com 16 metros de altura, que equivale a um prédio de seis andares. O esquema seguinte representa uma vista lateral do "Big&Fast".



1.1 Se $x = 8$, determina, em graus, a amplitude do ângulo α. Apresenta o resultado arredondado às décimas.

1.2 Se $\hat{\alpha} = 60°$, determina, em metros, o valor de x. Apresenta o resultado aproximado às unidades.

2. No mês de abertura do parque aquático, o sábado foi o dia de maior afluência. Na tabela seguinte apresenta-se o registo das admissões nos quatro sábados desse mês. Sabe-se que, em média, o parque aquático recebeu 1560 pessoas em cada sábado.

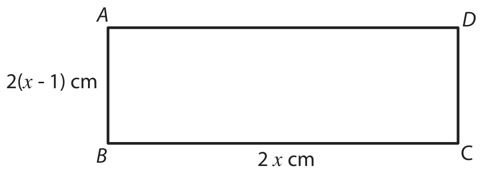
	1.º sábado	2.º sábado	3.º sábado	4.º sábado
Homens	*a*	804	568	471
Mulheres	1302	462	360	537
Crianças	460	108	430	700

2.1 Determina o valor de a. Explica o teu raciocínio.

2.2 Para comemorar a abertura, a gerência do parque aquático decidiu sortear um ano de entradas grátis. Para concorrer ao prémio, bastava ter ido ao parque num dos quatro sábados do mês de abertura. Sabe-se que o feliz contemplado foi ao parque aquático no último sábado do mês.

Qual é a probabilidade de ter sido uma criança a receber o prémio? Apresenta o resultado na forma de fração irredutível e arredondado às décimas.

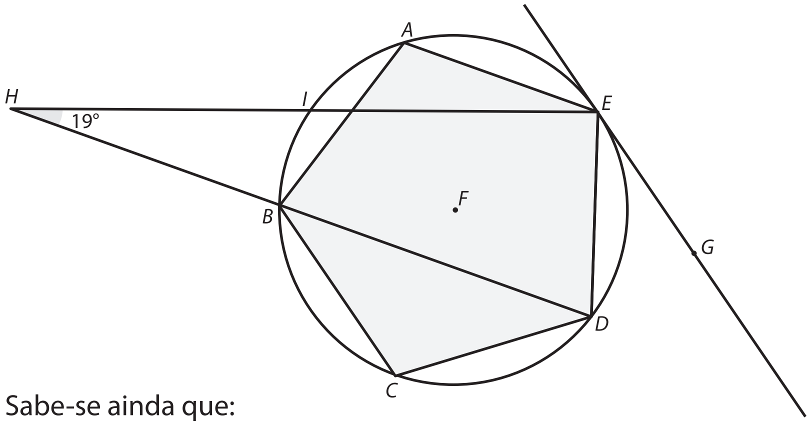
3. Na figura está representado um retângulo *ABCD*.



Sabendo que o retângulo tem 3 cm^2 de área, determina o seu perímetro.

4. Com o auxílio de material de desenho, inscreve um quadrado numa circunferência com 5 cm de raio. Não apagues as linhas auxiliares que traçares para construíres o quadrado.

5. Na circunferência de centro *F*, representada na figura, está inscrito um pentágono regular.



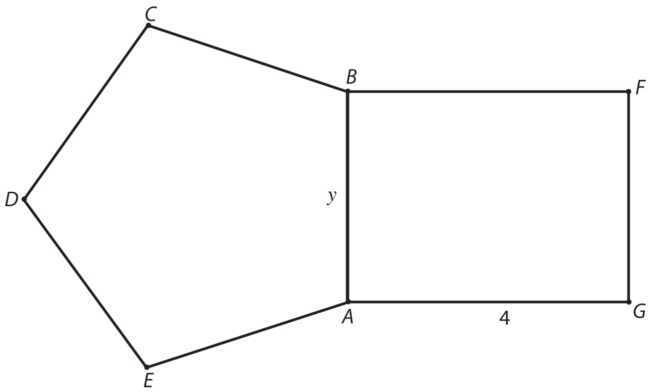
Sabe-se ainda que:

- a reta *GE* é tangente à circunferência em *E*;
- $D\hat{H}E = 19°$.

5.1 Determina a amplitude, em graus, do arco *IB*. Explica o teu raciocínio.

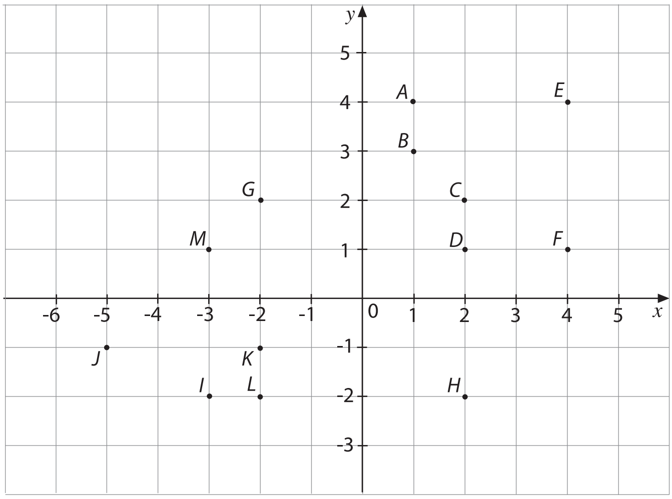
5.2 Determina a amplitude, em graus, do ângulo *DEG*. Explica o teu raciocínio.

6. Na figura seguinte está representado um pentágono regular, *ABCDE*, e um retângulo, *BAGF*.



Determina os valores de y de modo que o perímetro do retângulo não seja inferior ao perímetro do pentágono regular.

7. No referencial cartesiano seguinte foram assinalados vários pontos.



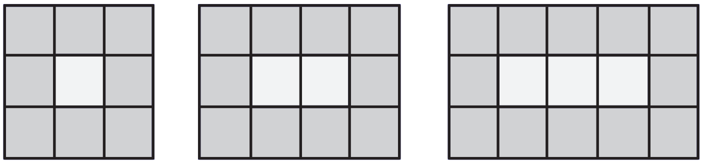
7.1 Indica as coordenadas dos pontos *L*, *D*, *H* e *M*.

7.2 Qual dos seguintes pontos pertence ao gráfico da função $y = \frac{4}{x}$? Assinala a opção correta.

☐ *D* ☐ *F* ☐ *K* ☐ *G*

7.3 Representa graficamente a função $y = \frac{4}{x}$.

8. Na figura estão representados os três primeiros termos de uma sequência de quadrados que segue a lei de formação sugerida na figura.



Termo 1 Termo 2 Termo 3

8.1 Quantos quadrados são necessários para construir o 10.º termo da sequência? Explica como pensaste.

8.2 Quantos quadrados mais escuros tem o termo da sequência com um total de 546 quadrados? Explica o teu raciocínio.

9. Resolve a seguinte inequação:

$$\frac{5}{4}(2 + x) \leq \frac{3}{2}x + 5$$

Apresenta o conjunto-solução na forma de um intervalo de números reais. Apresenta os cálculos que efetuares.

Prova-Modelo Nº 2 de Matemática

3º Ciclo do Ensino Básico

Duração da Prova: 90 minutos. Tolerância: 30 minutos. 3 Páginas

1. De um inquérito realizado a 1400 pessoas, na zona de partidas de um aeroporto, apuraram-se os seguintes resultados:

	Falam inglês	Não falam inglês
Falam alemão	355	250
Não falam alemão	702	y

1.1 Indica o valor de y.

1.2 Escolhendo ao acaso uma das pessoas inquiridas, qual é a probabilidade de essa pessoa:

a) falar inglês?

b) falar inglês e alemão?

c) não falar alemão, mas falar inglês?

1.3 Algumas das pessoas inquiridas só falavam português. Qual é o número máximo de pessoas inquiridas nestas condições? Explica o teu raciocínio.

1.4 Selecionada ao acaso uma das pessoas inquiridas, verificou-se que falava inglês. Determina a probabilidade de essa pessoa não falar alemão. Explica o teu raciocínio.

2. Um grupo de alunos de uma universidade decidiu estudar em pormenor o desempenho de alguns dos aviões que efetuam o trajeto Porto-Londres.

2.1 A tabela seguinte indica os valores correspondentes da velocidade média (v) e do tempo (t) necessários para efetuar o referido trajeto.

v (km/h)	805	800	920	y
t (h)	1,6	1,61	x	2,3

a) Sabendo que as variáveis v e t são inversamente proporcionais, determina a constante de proporcionalidade e indica o seu significado no contexto da situação.

b) Qual das seguintes expressões permite obter v em função de t? Assinala a opção correta.

☐ $v = 1288t$ ☐ $v = \dfrac{1288}{t}$

☐ $v = 805t$ ☐ $v = \dfrac{805}{t}$

c) Determina os valores de x e de y. Apresenta todos os cálculos que efetuares.

2.2 Um dos aviões em estudo, a dado momento do seu percurso, atinge uma velocidade que se mantém constante por alguns minutos. A tabela seguinte relaciona a distância percorrida, d (em quilómetros), desde esse momento, com o tempo gasto, t (em minutos) para a percorrer.

d (km)	30	150	450	900
t (min)	2	10	30	60

a) A distância percorrida é diretamente proporcional ao tempo gasto para a percorrer? Em caso afirmativo, indica o valor da constante de proporcionalidade e refere o seu significado no contexto do problema.

b) Se o avião mantivesse a mesma velocidade durante duas horas, quantos quilómetros percorreria?

c) Mantendo a velocidade constante, quanto tempo demora o avião a percorrer 300 km?

3. Nos aeroportos de todo o mundo, para permitir o acesso dos passageiros aos aviões são utilizadas escadas muito características. Na figura 1 pode observar-se uma fotografia de uma dessas escadas. Na figura 2 é apresentado um esquema da vista lateral dessa mesma escada.

Figura 1

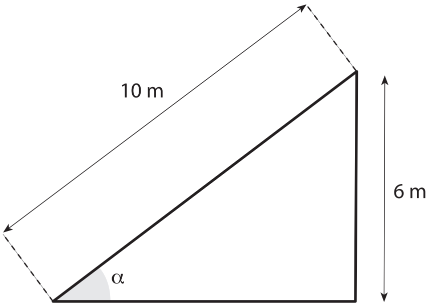


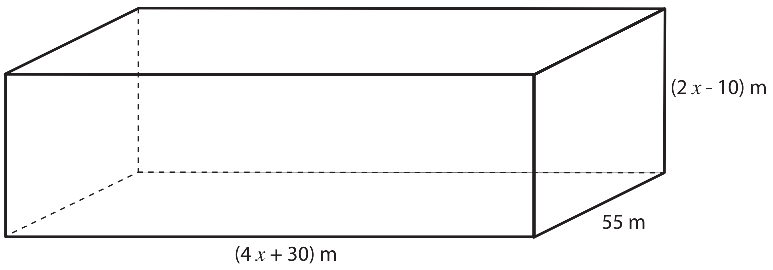
Figura 2

As escadas da figura têm 10 metros de comprimento e permitem o acesso à porta do avião, que se situa a 6 metros do solo.

Determina a amplitude, em graus, do ângulo α. Apresenta o resultado arredondado às décimas.

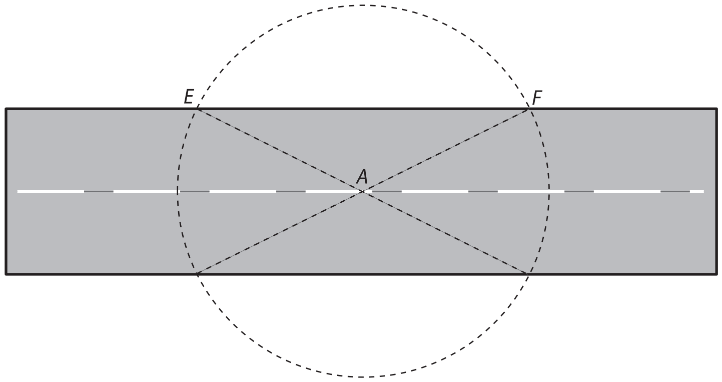
4. Através da Internet, o Pedro vai comprar, para si e para cinco amigos, uma viagem Porto-Londres numa companhia *low-cost*. Ele e três dos seus amigos pretendem levar, para além da bagagem de mão incluída no preço da viagem, uma mala de porão. Nesta companhia, cada mala de porão tem um custo adicional de 30 €. Sabendo que o Pedro não pretende gastar mais de 450 €, e supondo que todas as viagens têm o mesmo preço, determina o preço máximo de cada viagem.

5. Num determinado aeroporto decidiu-se construir um hangar de manutenção de aviões com a forma de um paralelepípedo. Na figura encontra-se um esquema que representa esse hangar.



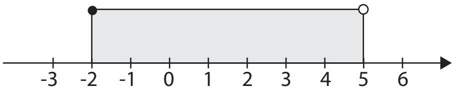
Sabendo que o hangar tem uma capacidade de 412 500 m^3, determina o valor de x. Apresenta todos os cálculos que efetuares.

6. Na figura, pode observar-se a pista de aterragem de um aeroporto, com a forma de um retângulo.



Nesta pista, os protocolos de segurança definem que o avião deve aterrar na zona da pista situada dentro do círculo de centro *A* e raio *AF*. Sabendo que o comprimento de *AF* é170 metros e que o comprimento de *EF* é 300 metros, determina a área da zona da pista onde o avião deve aterrar. Explica o teu raciocínio e apresenta todos os cálculos que efetuares. Sempre que nos cálculos intermédios procederes a arredondamentos, conserva no mínimo duas casas decimais.

7. Considera a seguinte representação gráfica de um intervalo de números reais.



Qual dos seguintes conjuntos define este intervalo?

☐ $\{x \in \mathbb{R}: x > -2 \vee x \leq 5\}$ ☐ $\{x \in \mathbb{R}: x \geq -2 \vee x < 5\}$

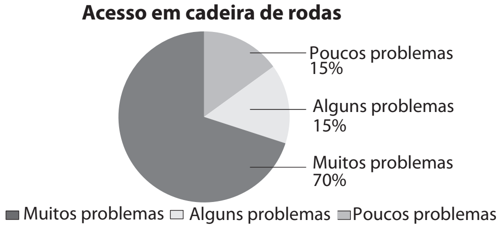
☐ $\{x \in \mathbb{R}: x > -2 \wedge x \leq 5\}$ ☐ $\{x \in \mathbb{R}: x \geq -2 \wedge x < 5\}$

Prova-Modelo Nº 3 de Matemática

3º Ciclo do Ensino Básico

Duração da Prova: 90 minutos. Tolerância: 30 minutos. 3 Páginas

1. Um grupo de alunos do curso de informática da Universidade de Trás-os--Montes e Alto-Douro realizou, no âmbito da disciplina Interação Pessoa--Computador, um estudo acerca das acessibilidades das caixas multibanco na cidade de Vila Real. Nesse estudo, analisaram-se 20 caixas multibanco, tendo-se obtido os seguintes resultados.



1.1 Das caixas multibanco analisadas, quantas causam muitos problemas a uma pessoa em cadeira de rodas? Apresenta todos os cálculos que efetuares.

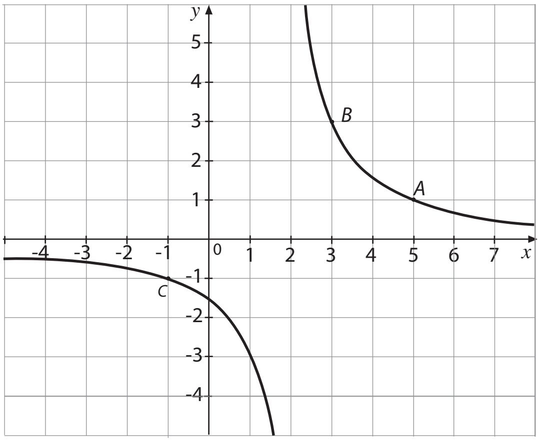
1.2 Uma pessoa em cadeira de rodas escolheu, ao acaso, uma caixa multibanco para levantar dinheiro. Qual é a probabilidade de essa pessoa:

a) sentir poucos problemas?

b) não sentir muitos problemas?

2. Uma caixa multibanco que estava vazia foi carregada com notas de 20 € e de 50 €, num total de 10 000 €. Sabe-se que foram introduzidas na máquina mais oitenta notas de 20 € do que de 50 €. O João pretende levantar 50 € dessa caixa multibanco. Supõe que, devido a um erro informático, a caixa multibanco perdeu a capacidade de distinguir as notas. Como tal, a seleção da nota a entregar ao João foi feita de forma aleatória. Nesta situação, qual será a probabilidade de a máquina entregar ao João a quantia que ele pretende?

3. Na figura seguinte encontra-se a representação gráfica de uma função.

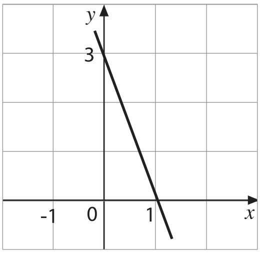


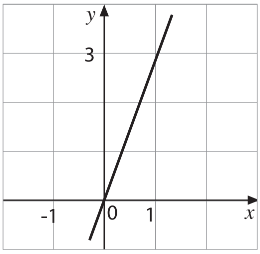
3.1 A função representada graficamente é uma função de proporcionalidade inversa? Justifica.

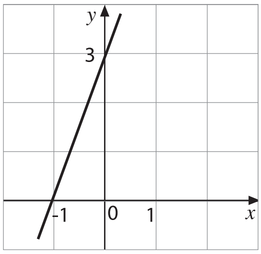
3.2 Qual das seguintes expressões pode ser a expressão analítica da função representada graficamente? Assinala a opção correta.

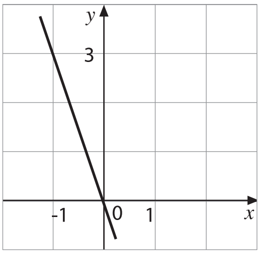
☐ $y = \dfrac{1}{x}$ ☐ $y = \dfrac{3}{x-2}$ ☐ $y = \dfrac{2}{x-3}$ ☐ $y = 3x$

4. Qual das opções seguintes pode ser a representação gráfica da função definida por $y = 3x + 3$? Escolhe a opção correta.

☐ 

☐ 

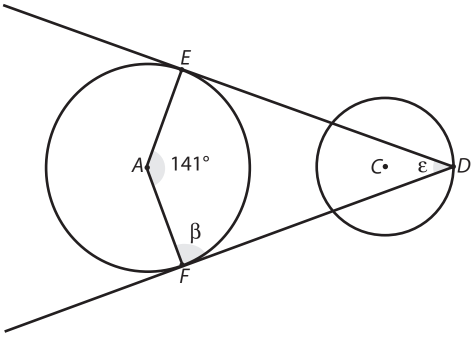
☐ 

☐ 

5. Na figura estão representadas duas circunferências: uma de centro *A* e raio *AE* e outra de centro *C* e raio *CD*.

Sabe-se ainda que:

- *E* e *F* são pontos da circunferência de centro *A*;
- as semirretas *DE* e *DF* são tangentes à circunferência de centro *A*.



5.1 Comenta a afirmação: "A circunferência de centro *A* e raio *AE* é a imagem da circunferência de centro *C* e raio *CD* numa translação associada ao vetor $\overrightarrow{CA}$."

5.2 Determina a amplitude dos ângulos β e ε. Explica o teu raciocínio.

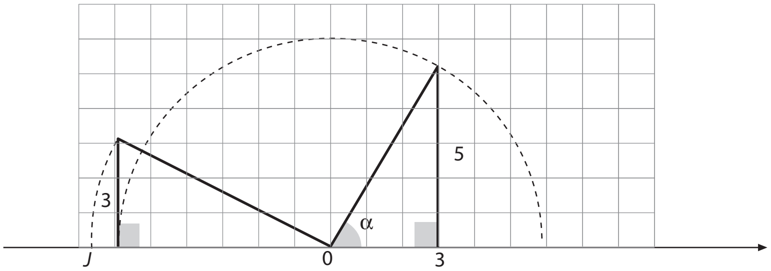
6. **6.1** Escreve uma equação do segundo grau que seja impossível.

6.2 Prova que a equação $x^2 - 2x + 1 = 0$ é possível e que tem apenas uma solução, sem a resolveres.

6.3 Resolve a equação seguinte, apresentando os cálculos que efetuares:

$$-2x^2 - 18x + 20 = 0$$

7. Observa a seguinte figura.

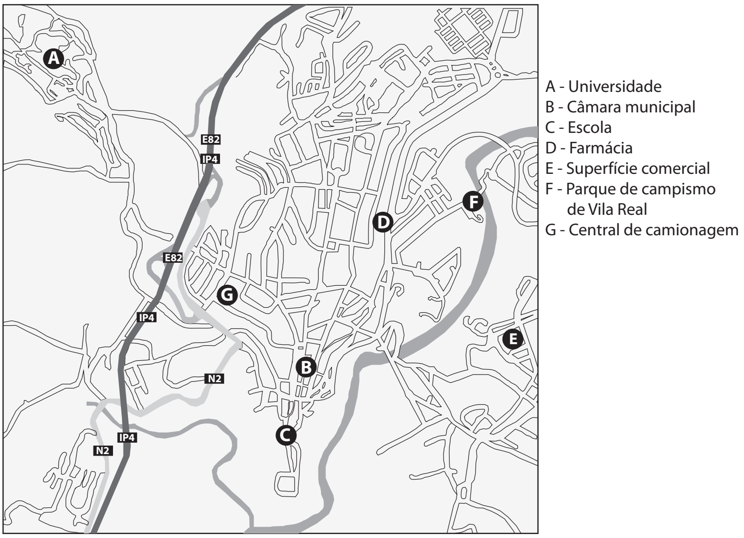


7.1 Determina o valor exato da abcissa do ponto *J*.

7.2 Indica um número irracional maior do que a abcissa do ponto *J* e menor do que -2π.

7.3 Determina a amplitude, em graus, do ângulo α. Apresenta o resultado aproximado às centésimas.

8. A figura seguinte representa um mapa da cidade de Vila Real, onde estão assinalados alguns pontos de interesse da cidade.



Uma pessoa em cadeira de rodas vai deslocar-se a uma caixa multibanco com poucos problemas em termos de acessibilidades.

Uma dessas caixas verifica as duas condições seguintes:

- fica à mesma distância da central de camionagem e da superfície comercial;
- a sua distância à Câmara municipal é igual à distância entre a escola e a farmácia.

Desenha no mapa uma construção geométrica que te permita assinalar o ponto correspondente à caixa à qual a pessoa se vai deslocar. Assinala esse ponto com a letra X.

Nota: Não apagues as linhas auxiliares que utilizaste para encontrar o ponto X.

Prova-Modelo Nº 4 de Matemática

3º Ciclo do Ensino Básico

Duração da Prova: 90 minutos. Tolerância: 30 minutos. 3 Páginas

1. O Fernando e a esposa decidiram levar as suas duas filhas a Coimbra para visitarem o "Portugal dos Pequenitos", parque lúdico-pedagógico onde podem ser observadas miniaturas de monumentos de Portugal à escala.

1.1 O Fernando, aproveitando uma promoção, pagou por cada bilhete de criança a quinta parte do preço do bilhete de adulto. Sabendo que, pelos quatro bilhetes que comprou (dois de criança e dois de adulto), pagou 21,48 €, determina quanto custava, nessa promoção, cada bilhete de criança e cada bilhete de adulto. Explica o teu raciocínio, apresentando todos os cálculos que efetuares.

1.2 Para recordação, o Fernando pretende comprar quatro miniaturas de casas típicas portuguesas. As miniaturas preferidas dele estão à venda em duas lojas distintas, mas pelo mesmo preço: 10 € cada uma. Contudo, cada uma das lojas faz, na compra de quatro peças, uma promoção diferente:

Loja A: desconto de 25% na compra do primeiro artigo e de 15% nos restantes.

Loja B: desconto de 6 € na compra de um artigo à escolha e de 10% nos restantes.

Em qual das lojas deve o Fernando comprar as miniaturas? Justifica a tua resposta, apresentando todos os cálculos que efetuares.

1.3 O Fernando, que mora em Braga, deslocou-se no seu automóvel para Coimbra. Quer na ida quer na volta, controlou a velocidade média (v) e o tempo gasto na viagem (t). A informação recolhida está registada na tabela seguinte.

	Viagem de ida	Viagem de volta
Velocidade média (v)	100 km/h	120 km/h
Tempo gasto (t)	1,8 h	1,5 h

a) Determina a distância aproximada entre Braga e Coimbra. Explica o teu raciocínio.

b) As variáveis v e t são inversamente proporcionais? Em caso afirmativo, determina a constante de proporcionalidade e indica o seu significado no contexto da situação.

c) Se a velocidade média do Fernando, na viagem de volta, fosse 40 km/h inferior ao que foi na realidade, quanto tempo mais teria demorado a viagem? Assinala a opção correta.

- [ ] 135 min
- [ ] 90 min
- [ ] 70 min
- [ ] 45 min

d) Qual das seguintes expressões relaciona corretamente as variáveis *v* e *t*? Assinala a opção correta.

- [ ] $v = 180t$
- [ ] $v \times t = 180$
- [ ] $t = 180v$
- [ ] $v = \frac{t}{180}$

2. Qual é o menor número inteiro que satisfaz a inequação $-x + 2 < -\frac{x-5}{4}$? Assinala a opção correta.

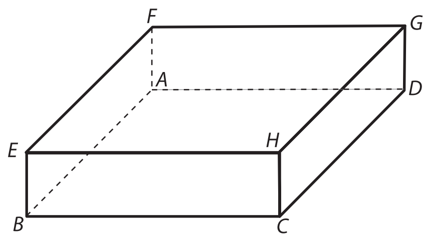
- [ ] 0
- [ ] 1
- [ ] 2
- [ ] 3

3. No parque de estacionamento do "Portugal dos Pequenitos", $\frac{4}{7}$ dos automóveis tinham matrícula portuguesa, $\frac{5}{28}$ tinham matrícula espanhola e os restantes 14 tinham matrícula francesa.

3.1 Escolhido um automóvel ao acaso, qual é a probabilidade de ter matrícula francesa? Apresenta todos os cálculos que efetuares.

3.2 Quantos automóveis com matrícula portuguesa estão no parque de estacionamento?

4. Na figura está representado um prisma quadrangular regular. A aresta da base mede 10 cm e a aresta *HC* mede 2 cm.



4.1 Determina o volume do prisma. Apresenta todos os cálculos que efetuares.

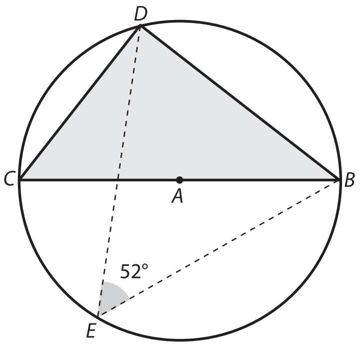
4.2 Determina a área do lugar geométrico dos pontos do prisma que se encontram à mesma distância dos pontos *A* e *C*. Apresenta todos os cálculos que efetuares.

5. Considera a equação $x^2 - 2x + m = 0$ ($m \in \mathbb{R}$). Sabe-se que 7 é uma das soluções da equação.

5.1 Determina m, explicando o teu raciocínio.

5.2 Determina a outra solução da equação (se não conseguiste resolver a alínea anterior, considera $m = -35$).

6. Na figura está representada uma circunferência de centro A.



Sabe-se que:

- o triângulo BCD está inscrito na circunferência;
- BC é um diâmetro da circunferência;
- $\overline{AB} = 8$ cm;
- $B\hat{E}D = 52°$.

6.1 Classifica o triângulo BCD quanto à amplitude dos ângulos e quanto ao comprimento dos lados. Justifica a tua resposta.

6.2 Determina a área do triângulo BCD. Apresenta o resultado aproximado às décimas. Sempre que nos cálculos intermédios procederes a arredondamentos, conserva no mínimo duas casas decimais.

6.3 Utilizando material de desenho, constrói a bissetriz do ângulo BCD.

7. Determina o número de lados do polígono regular cujos ângulos internos têm 150° de amplitude.

8. Considera os conjuntos $A = \left]-\infty, -\sqrt{2}\right[$ e $B = \left[-\pi, 1\right[$.

8.1 Escreve todos os números inteiros pertencentes ao intervalo B.

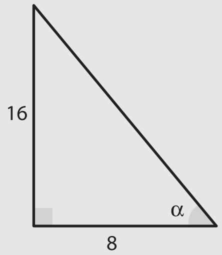
8.2 Indica um número irracional pertencente ao intervalo $A \cap B$.

8.3 Escreve, na forma de um intervalo de números reais, o conjunto $A \cup B$.

Propostas de resolução

PROVA-MODELO N.º 1

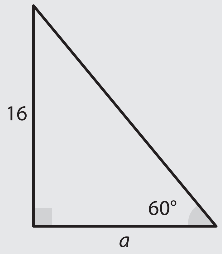
1. 1.1



$\text{tg } \alpha = \frac{16}{8} \Leftrightarrow \alpha \simeq 63,4°$

R.: $\hat{\alpha} \approx 63,4°$

1.2



$\text{tg } (60°) = \frac{16}{a} \Leftrightarrow a = \frac{16}{\text{tg } (60°)}$

$\Leftrightarrow a \approx 9$

R.: $a \approx 9$ metros

2. 2.1 Total 1.º sábado = x

Total 2.º sábado = 1374

Total 3.º sábado = 1358

Total 4.º sábado = 1708

$\frac{1374 + 1358 + 1708 + x}{4} = 1560$

$\Leftrightarrow 4440 + x = 6240 \Leftrightarrow x = 1800$

Então:

$a + 1302 + 460 = 1800 \Leftrightarrow a = 38$

2.2 P("Prémio ter saído a uma criança se o premiado foi ao parque aquático no 4.º sábado") =

$= \frac{700}{1708} = \frac{25}{61} \approx 0,4$ (1 c.d.)

3. $2(x - 1) \times 2x = 3$

$\Leftrightarrow (2x - 2) \times 2x = 3$

$\Leftrightarrow 4x^2 - 4x - 3 = 0$

$\Leftrightarrow x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \times 4 \times (-3)}}{2 \times 4}$

$\Leftrightarrow x = \frac{3}{2} \vee x = -\frac{1}{2}$

Como $x \neq -\frac{1}{2}$, pois $2x > 0$ e $2(x - 1) > 0$,

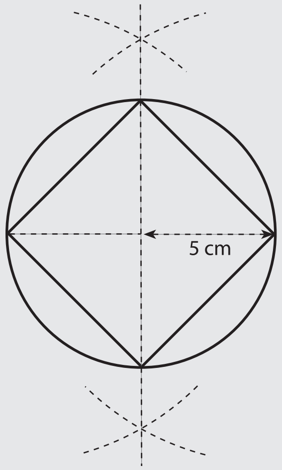
então $x = \frac{3}{2}$.

$P = 2[2(x - 1) + 2x] =$

$= 2(2x - 2 + 2x) = 8x - 4$

Logo, $P = 8 \times \frac{3}{2} - 4 = 8$ cm.

4. $\frac{360°}{4} = 90°$



5. 5.1 Como o pentágono é regular,

$\overset{\frown}{DE} = \frac{360°}{5} = 72°$.

Por outro lado:

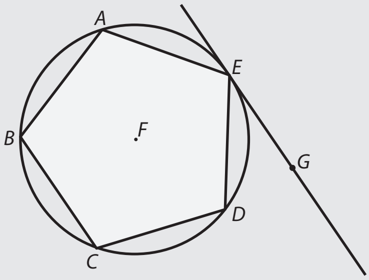
$D\hat{H}E = \frac{\overset{\frown}{DE} - \overset{\frown}{IB}}{2}$

$19° = \frac{72° - \overset{\frown}{IB}}{2}$

$\Leftrightarrow 38° = 72° - \overset{\frown}{IB}$

$\Leftrightarrow \overset{\frown}{IB} = 34°$

5.2



Temos que:

$D\hat{F}E = \frac{360°}{5} = 72°$

$F\hat{E}D = \frac{180° - 72°}{2} = 54°$,

pois o triângulo DFE é isósceles.

$F\hat{E}G = 90°$

Então:

$D\hat{E}G = 90° - 54° = 36°$

6. $P_{\square} = 2 \times 4 + 2 \times y =$
$= 8 + 2y$

$P_{⬠} = 5 \times y =$
$= 5y$

$P_{\square} \geq P_{⬠}$

$8 + 2y \geq 5y$
$\Leftrightarrow -3y \geq -8$
$\Leftrightarrow 3y \leq 8$
$\Leftrightarrow y \leq \frac{8}{3}$

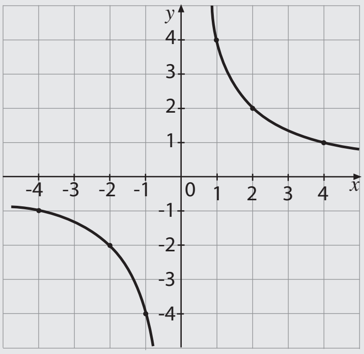
Como y é a medida do lado do pentágono regular, $y > 0$.

Logo, $y \in \left]0, \frac{8}{3}\right]$.

7. 7.1 $L(-2, -2) / D(2, 1) / H(2, -2) / M(-3, 1)$

7.2 $\boxtimes$ F, pois $F(4, 1)$ e $1 = \frac{4}{4}$.

7.3



8. 8.1 O termo geral da sequência que dá o número de quadrados de cada figura é dado por $3n + 6$, sendo n o número da figura. Logo, para $n = 10$, $3 \times 10 + 6 = 30 + 6 = 36$. Assim, são necessários 36 quadrados para construir o 10.º termo da sucessão.

8.2 $3n + 6 = 546 \Leftrightarrow 3n = 540 \Leftrightarrow n = 180$.
Logo, basta averiguar o número de quadrados mais escuros que tem o 180.º termo.
O termo geral da sequência que dá o número de quadrados mais escuros de cada figura é dado por: $3n + 6 - n = 2n + 6$, sendo n o número da figura. Logo, para $n = 180$, $2 \times 180 + 6 = 360 + 6 = 366$. Assim, o termo pedido tem 366 quadrados mais escuros.

9. $\frac{5}{2}(2 + x) \leq \frac{3}{2}x + 5$
$\Leftrightarrow 5 + \frac{5}{2}x \leq \frac{3}{2}x + 5$
$\Leftrightarrow \frac{5}{2}x - \frac{3}{2}x \leq 5 - 5$
$\Leftrightarrow x \leq 0$
C.S. $=]-\infty, 0]$

PROVA-MODELO N.º 2

1. 1.1 $y = 1400 - 355 - 250 - 702 = 93$

1.2 a) $P(\text{“falar inglês”}) = \frac{355 + 702}{1400} =$
$= \frac{151}{200}$

b) $P(\text{“falar inglês e alemão”}) = \frac{355}{1400} =$
$= \frac{71}{280}$

c) $P(\text{“não falar alemão, mas falar inglês”}) = \frac{702}{1400} = \frac{351}{700}$

1.3 Se as pessoas só falavam português, então não falavam inglês nem alemão. O número máximo de pessoas nesta situação é 93, o que implicaria que todas as pessoas inquiridas, que não falavam inglês nem alemão, só falassem português.

1.4 $P(\text{“não falar alemão sabendo que falava inglês}) \underset{\uparrow}{=} \frac{702}{1057}$
$355 + 702 = 1057$

2. 2.1 a) Sendo k a constante de proporcionalidade pedida, tem-se:
$k = 805 \times 1{,}6 = 1288$
R.: A constante de proporcionalidade é 1288, que corresponde à distância de avião entre as cidades do Porto e de Londres.

b) $\boxtimes$ $v = \frac{1288}{t}$

c) $920 = \frac{1288}{x} \Leftrightarrow x = \frac{1288}{920} \Leftrightarrow x = 1{,}4$

$y = \frac{1288}{2{,}3} \Leftrightarrow y = 560$

2.2 a) $v = \frac{d}{t} = \frac{30}{2} = \frac{150}{10} = \frac{450}{30} =$
$= \frac{900}{60} = \frac{15}{1}$ (km/min)

Como o quociente entre os valores correspondentes das duas variáveis é constante, as variáveis são diretamente proporcionais.

A constante de proporcionalidade é 15 e corresponde ao número de km percorridos pelo avião em 1 minuto.

b) 2 h = 60 min × 2 = 120 min

$$\underbrace{2 \times 60}_{2\ \text{h}} \times 15 = 1800$$

R.: Em 2 horas o avião percorreria 1800 km.

c) $\dfrac{15 \text{ km}}{1 \text{ min}} = \dfrac{300 \text{ km}}{x}$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{300 \times 1}{15} \Leftrightarrow x = 20$

R.: O avião demora 20 minutos a percorrer 300 km.

3. $\text{sen}\ \alpha = \dfrac{6}{10} \Leftrightarrow \alpha \approx 36{,}9°$

4. x – preço da viagem Porto-Londres

$6 \times x + 4 \times 30 \leq 450$

$\Leftrightarrow 6x \leq 450 - 120$

$\Leftrightarrow x \leq \dfrac{330}{6} \Leftrightarrow x \leq 55$

R.: O preço de cada viagem não pode ultrapassar os 55 €.

5. $(4x + 30) \times 55 \times (2x - 10) = 412\,500$

$\Leftrightarrow (220x + 1650) \times (2x - 10) = 412\,500$

$\Leftrightarrow 440x^2 - 2200x + 3300x - 16\,500 = 412\,500$

$\Leftrightarrow 44x^2 - 220x + 330x - 1650 = 41\,250$

$\Leftrightarrow 22x^2 + 55x - 21\,450 = 0$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{-55 \pm \sqrt{55^2 - 4 \times 22 \times (-21\,450)}}{2 \times 22}$

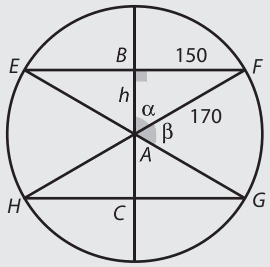
$\Leftrightarrow x = \dfrac{-55 \pm 1375}{44}$

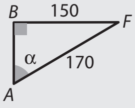
$\Leftrightarrow x = \dfrac{1320}{44} \lor x = -\dfrac{1430}{44}$

$\Leftrightarrow x = 30 \lor x = -32{,}5$

Como $x \neq -32{,}5$, pois $2x - 10 > 0$ e $4x + 30 > 0$, então $x = 30$.

6.





$\text{sen}\ \alpha = \dfrac{150}{170} \Leftrightarrow \alpha \approx 61{,}93°$

$\hat{\beta} \approx 180° - 2 \times 61{,}93° \approx 56{,}14°$

Vamos calcular h:

$170^2 = 150^2 + h^2$

$\Leftrightarrow h^2 = 170^2 - 150^2 \Leftrightarrow h^2 = 6400$

$\Leftrightarrow h = -\sqrt{6400} \lor h = \sqrt{6400}$

$\Leftrightarrow h = -80 \lor h = 80$

Como $h > 0$, então $h = 80$ m.

Assim:

$A_{EFAGH} = \dfrac{b \times h}{\cancel{2}} \times \cancel{2} = 300 \times 80 = 24\,000$

$2 \times A_{\text{setor circular } AFG} = 2 \times \left(\dfrac{56{,}14° \times \pi \times 170^2}{360°}\right)$

$\approx 28\,317{,}02$

$EFGH \approx 28\,317{,}02 \text{ m}^2 + 24\,000 \text{ m}^2$

$\approx 52\,317{,}02 \text{ m}^2$

7. $\boxed{\text{X}}$ $\{x \in \mathbb{R}: x \geq -2 \land x < 5\}$

PROVA-MODELO Nº 3

1. 1.1 $70\% \times 20 = \dfrac{70}{100} \times 20 = 14$

R.: 14 caixas multibanco causam muitos problemas.

1.2 a) **R.:** A probabilidade de sentir poucos problemas é de 15%.

b) 15% + 15% = 30%

R.: A probabilidade de não sentir muitos problemas é de 30%.

2. v – n.º de notas de 20 €
c – n.º de notas de 50 €

$$\begin{cases} 20 \times v + 50 \times c = 10\ 000 \\ c + 80 = v \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 20 \times (80 + c) + 50c = 10\ 000 \\ \text{—} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1600 + 20c + 50c = 10\ 000 \\ \text{—} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 70c = 8400 \\ \text{—} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 120 \\ v = 120 + 80 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} c = 120 \\ v = 200 \end{cases}$$

R.: Foram introduzidas na máquina 120 notas de 50 € e 200 notas de 20 €.

P(“entregar a quantia pretendida”) =
= P(“entregar notas de 50 €) =

$$= \frac{120}{120 + 200} = \frac{120}{320} = \frac{3}{8}$$

R.: A probabilidade de a máquina entregar ao João a quantia que ele pretende é de $\frac{3}{8}$.

3. **3.1** Não é uma função de proporcionalidade inversa, pois nos pontos que pertencem ao gráfico de uma função deste tipo o produto das coordenadas é constante, o que não acontece neste:
$3 \times 3 = 9$
$5 \times 1 = 5$
$-1 \times (-1) = +1$

3.2 $\boxed{X}$ $y = \dfrac{3}{x - 2}$

$(3, 3) \rightarrow 3 = \dfrac{3}{3 - 2}$

$3 = \dfrac{3}{1}$

$3 = 3$ **V**

$(5, 1) \rightarrow 1 = \dfrac{3}{5 - 2}$

$1 = \dfrac{3}{3}$

$1 = 1$ **V**

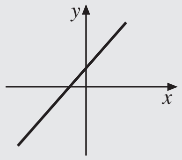
$(-1, -1) \rightarrow -1 = \dfrac{3}{-1 - 2}$

$-1 = \dfrac{3}{-3}$

$-1 = -1$ **V**

4. $\boxed{X}$ C

$$y = \underbrace{3}_{\text{Como } 3 > 0}x + \underbrace{3}_{\text{Passa no ponto } (0,\ 3)}$$



5. **5.1** Uma translação é uma isometria, ou seja, é uma transformação geométrica que transforma uma figura numa outra figura congruente. Como as duas circunferências não são congruentes, então uma não pode ser a imagem da outra por uma translação.

5.2 $\hat{\beta} = 90°$, pois qualquer reta tangente a uma circunferência é perpendicular ao raio no ponto de tangência.

$$\hat{\varepsilon} = \frac{219° - 141°}{2} = \frac{78°}{2} = 39°$$

ε é um ângulo excêntrico com o vértice no exterior da circunferência.

R.: $\hat{\beta} = 90°$ e $\hat{\varepsilon} = 39°$

6. **6.1** Por exemplo, $x^2 = -9$.

6.2 $\Delta = b^2 - 4ac =$
$= (-2)^2 - 4 \times 1 \times 1 =$
$= 4 - 4 = 0$

Como $\Delta = 0$, a equação é possível e tem apenas uma solução.

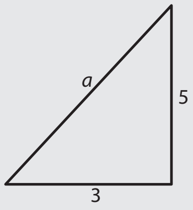
6.3 $-2x^2 - 18x + 20 = 0$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-(-18) \pm \sqrt{(-18)^2 - 4 \times (-2) \times (+20)}}{2 \times (-2)}$$

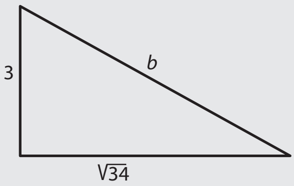
$\Leftrightarrow x = -10 \vee x = 1$

C.S. = $\{-10, 1\}$

7. **7.1**



$a^2 = 5^2 + 3^2$
$\Leftrightarrow a^2 = 25 + 9$
$\Leftrightarrow a^2 = 34$
$\Leftrightarrow a = \pm\sqrt{34}$
$\Leftrightarrow a = -\sqrt{34} \vee a = \sqrt{34}$



$$b^2 = \left(\sqrt{34}\right)^2 + 3^2$$

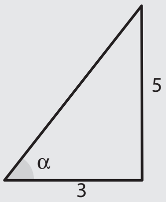
$$\Leftrightarrow b^2 = 34 + 9$$

$$\Leftrightarrow b = -\sqrt{43} \vee b = \sqrt{43}$$

R.: A abcissa do ponto J é $-\sqrt{43}$.

7.2 Por exemplo, $-2\pi - \frac{\sqrt{2}}{9}$.

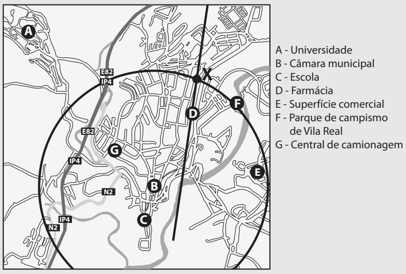
7.3



$$\text{tg } \alpha = \frac{5}{3} \Leftrightarrow \alpha \approx 59{,}04°$$

R.: $\hat{\alpha} \approx 59{,}04°$

8.



PROVA-MODELO Nº 4

1. 1.1 x – preço do bilhete de adulto

$\frac{x}{5}$ – preço do bilhete de criança

$$2 \times x + 2 \times \frac{x}{5} = 21{,}48$$

$$\Leftrightarrow \frac{10x + 2x}{\cancel{5}} = \frac{107{,}4}{\cancel{5}}$$

$$\Leftrightarrow 12x = 107{,}4$$

$$\Leftrightarrow x = 8{,}95$$

R.: Nessa promoção, cada bilhete de adulto custava 8,95 € e cada bilhete de criança 1,79 €.

1.2 **Loja A:**

1.º artigo: 0,75 × 10 € = 7,5 €

Outros artigos: 0,85 × 10 € = 8,5 €

Custo total: 7,5 € + 3 × 8,5 € = 33 €

Loja B:

1.º artigo: 10 € – 6 € = 4 €

Outros artigos: 0,9 × 10 € = 9 €

Custo total: 4 € + 3 × 9 € = 31 €

R.: O Fernando deve comprar as miniaturas na loja B.

1.3 a) 100 km ——— 1 h

x ——— 1,8 h

x = 180 km

R.: A distância entre Braga e Coimbra é de 180 km.

b) 100 × 1,8 = 180

120 × 1,5 = 180

O produto dos valores correspondentes das duas variáveis é constante, pelo que as variáveis são inversamente proporcionais.

R.: A constante de proporcionalidade é 180 e corresponde à distância entre Braga e Coimbra.

c) Viagem de volta:

120 km/h – 40 km/h = 80 km/h

80 km ——— 1 h

180 km ——— x

x = 2,25 h

2,25 h – 1,5 h = 0,75 h

0,75 × 60 = 45

A viagem teria demorado mais 45 minutos.

R.: $\boxed{X}$ 45 min

d) $\boxed{X}$ $v \times t = 180$

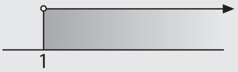
2.

$$-x + 2 < -\frac{x-5}{4} \Leftrightarrow -x + 2 < \frac{-x+5}{4}$$

$$\Leftrightarrow \frac{-4x + 8}{\cancel{4}} < \frac{-x+5}{\cancel{4}} \Leftrightarrow -4x + x < -8 + 5$$

$$\Leftrightarrow -3x < -3 \Leftrightarrow 3x > 3$$

$$\Leftrightarrow x > 1$$



C.S. =]1, +∞[

O menor inteiro que satisfaz a inequação é 2.

R.: $\boxed{X}$ 2

3. 3.1

$$\underset{(\times 28)}{\frac{1}{1}} - \underset{(\times 4)}{\frac{4}{7}} - \underset{(\times 1)}{\frac{5}{28}} = \frac{28}{28} - \frac{16}{28} - \frac{5}{28} = \frac{7}{28} = \frac{1}{4}$$

R.: A probabilidade de ter matrícula francesa é de $\frac{1}{4}$.

3.2 $\frac{7}{28}$ ——— 14

$\frac{4}{7}$ ——— x

$$x = \frac{\frac{4}{7} \times 14}{\frac{7}{28}} = \frac{\frac{56}{7}}{\frac{7}{28}} = 32$$

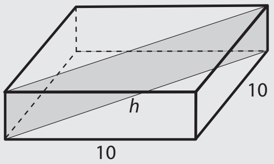
R.: Estão 32 automóveis com matrícula portuguesa no parque de estacionamento.

4. **4.1** $V = A_b \times h = (10 \times 10) \times 2 =$

$= 100 \times 2 = 200$

R.: O prisma tem 200 cm^3 de volume.

4.2



A região sombreada representa o lugar geométrico dos pontos do prisma que se encontram à mesma distância de *A* e de *C*.

$$10^2 + 10^2 = h^2 \Leftrightarrow 200 = h^2$$

$$\Leftrightarrow h = -\sqrt{200} \ \vee \ h = \sqrt{200}$$

Como $h > 0$, então $h = \sqrt{200}$.

$$\text{Área} = \sqrt{200} \times 2 = 2\sqrt{200}$$

R.: O lugar geométrico dos pontos do prisma que se encontram à mesma distância dos pontos *A* e *C* tem $2\sqrt{200}$ cm^2 de área.

5. **5.1** Se +7 é uma das soluções, então:

$$(+7)^2 - 2 \times (+7) + m = 0$$

$$\Leftrightarrow 49 - 14 + m = 0$$

$$\Leftrightarrow m = -35$$

5.2 Seja $m = -35$, então:

$$x^2 - 2x - 35 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \times 1 \times (-35)}}{2 \times (+1)}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 140}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{144}}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{2 \pm 12}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = 7 \ \vee \ x = -5$$

C.S. = {–5, 7}

R.: A outra solução da equação é –5.

6. **6.1** Como $B\hat{E}D = 52°$, então

$\overset{\frown}{BD} = 2 \times 52° = 104°$.

Como $\overset{\frown}{BD} = 104°$, então

$B\hat{C}D = 52°$ e $\overset{\frown}{CD} = 180° - 104° = 76°$.

Como $\overset{\frown}{CD} = 76°$, então

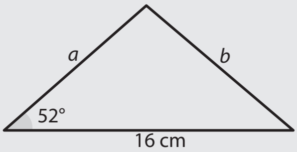
$$D\hat{B}C = \frac{76°}{2} = 38°$$

Como *CDB* é um ângulo inscrito numa semicircunferência, então $C\hat{D}B = 90°$.

Como um dos ângulos internos do triângulo *BCD* é reto, o triângulo é, quanto à amplitude dos seus ângulos, um **triângulo retângulo**.

Como os dois ângulos agudos do triângulo *BCD* têm amplitudes diferentes, então o triângulo *BCD*, quanto ao comprimento dos seus lados, é **escaleno** (a ângulos de diferentes amplitudes opõem-se lados de diferentes comprimentos).

6.2



$$\text{sen } (52°) = \frac{b}{16}$$

$$\Leftrightarrow b = 16 \times \text{sen } (52°)$$

$$\Leftrightarrow b \approx 12{,}61$$

$$\cos (52°) = \frac{a}{16}$$

$$\Leftrightarrow a = 16 \times \cos (52°)$$

$$\Leftrightarrow a = 9{,}85$$

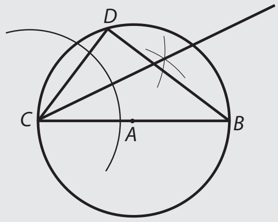
$$A_\Delta = \frac{a \times b}{2} =$$

$$= \frac{12{,}61 \times 9{,}85}{2} =$$

$$= 62{,}10425 \approx 62{,}1 \text{ (1 c.d.)}$$

R.: O triângulo *BCD* tem, aproximadamente, 62,1 cm^2 de área.

6.3



7. $\dfrac{(n-2)\times 180}{n} = 150$

$\Leftrightarrow 180n - 360 = 150n$

$\Leftrightarrow 180n - 150n = 360$

$\Leftrightarrow 30n = 360$

$\Leftrightarrow n = \dfrac{360}{30}$

$\Leftrightarrow n = 12$

R.: O polígono tem 12 lados.

8. 8.1 $\{-3, -2, -1, 0\}$

8.2 $A \cap B =]-\infty, -\sqrt{2}[\cap [-\pi, 1[= [-\pi, -\sqrt{2}[$

Logo, um número irracional pertencente a este intervalo poderá ser $-\dfrac{\sqrt{11}}{2}$.

8.3 $A \cup B =]-\infty, -\sqrt{2}[\cup [-\pi, 1[=]-\infty, 1[$