Prova Final de Matemática
(Prova 92)
2.ª Fase – 20 julho 2015

9.º Ano
2014/2015

PROPOSTA DE RESOLUÇÃO

CADERNO 1

1. (B). Nota: $\overline{x} = \dfrac{4\times19+3\times20+3\times23+3\times24+7\times25}{20} = \dfrac{452}{20} = 22,6° C$

2. 2.1. $sen\,25° = \dfrac{\overline{BO}}{\overline{AO}} \Leftrightarrow sen\,25° = \dfrac{1}{\overline{AO}} \Leftrightarrow \overline{AO} = \dfrac{1}{sen\,25°}$, ou seja, a medida do comprimento do raio do semicírculo é igual a $\dfrac{1}{sen\,25°}$. Deste modo, $A_{semicírculo} = \dfrac{A_{\odot}}{2} = \dfrac{\pi r^2}{2} = \dfrac{\pi \times \left(\dfrac{1}{sen\,25°}\right)^2}{2} \approx 8,8\,cm^2$.

2.2. Como BAO é um ângulo inscrito na circunferência, podemos concluir que $\overset{\frown}{CD} = 2\times25° = 50°$ e como tal $\overset{\frown}{AC} = \overset{\frown}{AD} - \overset{\frown}{CD} = 180° - 50° = 130°$.

3. (B). Nota: $\sqrt{7}-\sqrt{17} \approx -1,477$, logo $\underset{B}{\boxed{-2}} < \sqrt{7}-\sqrt{17} < \underset{C}{\boxed{-1}}$.

4. $\dfrac{2015}{4} = 503,75 = 5,0375\times10^2$.

5. Como $(2;\,5)$ é um ponto do gráfico da função, podemos concluir que $k = 2\times5 = 10$ (constante de proporcionalidade inversa) e como tal $f(x) = \dfrac{10}{x}$. Deste modo, $f(3,2) = \dfrac{10}{3,2} = 3,125$, ou seja, a ordenada do ponto do gráfico que tem abcissa $3,2$ é $3,125$.

6. 6.1. $\overline{MH} = \dfrac{2}{3}\overline{DE} = \dfrac{2}{3}\times9 = \dfrac{18}{3} = 6\,cm$. Tendo em conta que $V_{Total} = 248\,cm^3$ e que $A_{base} = s\,cm^2$ podemos concluir que: $V_{Total} = 248 \Leftrightarrow V_{[ABCDEFGH]} + V_{[LKNMHGJI]} + V_{[PQROIJTS]} = 248 \Leftrightarrow s\times9 + s\times6 + s\times9 = 248$ $\Leftrightarrow 24s = 248 \Leftrightarrow s = \dfrac{248}{24} \Leftrightarrow s = 10,(3) \Leftrightarrow s \approx 10,3\,cm^2$.

6.2. AB (por exemplo). Nota: DC ou LK ou MN ou FG ou EH também são respostas corretas.

CADERNO 2

7. 7.1. $p\left(\overline{A}\right) = \dfrac{3}{4}$. Nota: há 3 casos favoráveis a não sair o número 8 nos 4 casos possíveis.

Ou $p\left(\overline{A}\right) = 1 - p(A) = 1 - \dfrac{1}{4} = \dfrac{4}{4} - \dfrac{1}{4} = \dfrac{3}{4}$.

×	2	5	7	8
2		10	14	16
5			35	40
7				56
8				

7.2. Utilizando uma tabela de dupla entrada (ver ao lado) podemos concluir que

$$p\left(produto\ ímpar\right)=\frac{1}{6}.$$

8. $\left(2^{10}\right)^{-2}\times 2^{20}+3^{-1}=2^{-20}\times 2^{20}+\frac{1}{3}=2^{-20+20}+\frac{1}{3}=2^{0}+\frac{1}{3}=1+\frac{1}{3}=\frac{3}{3}+\frac{1}{3}=\frac{4}{3}$.

9. $\frac{x^2+3}{4}+\underset{(\times 2)}{\frac{x-7}{2}}=\underset{(\times 4)}{1}\Leftrightarrow x^2+3+2x-14=4\Leftrightarrow x^2+2x-15=0\underset{\substack{a=1\\ b=2\\ c=-15}}{\Leftrightarrow} x=\frac{-2\pm\sqrt{2^2-4\times 1\times(-15)}}{2\times 1}$

$\Leftrightarrow x=\frac{-2\pm\sqrt{4+60}}{2}\Leftrightarrow x=\frac{-2\pm\sqrt{64}}{2}\Leftrightarrow x=\frac{-2\pm 8}{2}\Leftrightarrow x=\frac{-2+8}{2}\vee x=\frac{-2-8}{2}\Leftrightarrow x=\frac{6}{2}\vee x=\frac{-10}{2}$

$\Leftrightarrow x=3\vee x=-5$ $\qquad S=\{-5,3\}$.

10. **(A)**. Nota: $-3x\geq 6\Leftrightarrow 3x\leq -6\Leftrightarrow x\leq -\frac{6}{3}\Leftrightarrow x\leq -2$ $\qquad S=\left]-\infty,-2\right]$.

11. $\begin{cases}5x+4y=30\\ 4x+5y=33\end{cases}$

12. **12.1.** **(C)**. Nota: A reta AB tem declive negativo e a ordenada na origem terá de ser 2 (ordenada de B).

12.2. $f\left(\sqrt{3}\right)+g(2)=f\left(\sqrt{3}\right)-f(2)=\left(\sqrt{3}\right)^2-2^2=3-4=-1$. Nota: como g é a função cujo gráfico é simétrico do gráfico da função f relativamente ao eixo Ox, podemos concluir que a imagem de qualquer objeto pela função g vai ser a simétrica da imagem desse mesmo objeto pela função f, ou seja, $g(x)=-f(x)$ e deste modo, $g(2)=-f(2)$.

13. **(C)**. Nota: $\text{diâmetro}=\underset{\text{cadeira 3}}{altura\ máxima}-\underset{\text{cadeira 7}}{altura\ mínima}=10-2=8\,m$

14. $A_{Sombreado}=A_{[ABCD]}-A_{[AEFG]}=\overline{AB}^2-\overline{AE}^2=(a+1)^2-(a-1)^2=a^2+2a+1-\left(a^2-2a+1\right)=$

$=a^2+2a+1-a^2+2a-1=4a$.

15. **15.1.** **(B)**. Nota: Pelo Teorema de Pitágoras podemos concluir que $\overline{BC}^2=\overline{AB}^2+\overline{AC}^2\Leftrightarrow\overline{BC}^2=6^2+9^2\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\overline{BC}^2=36+81\Leftrightarrow\overline{BC}^2=117\Rightarrow\overline{BC}=\sqrt{117}$, dado que se trata de um comprimento $\left(\overline{BC}>0\right)$.

15.2. Os triângulos $[ABC]$ e $[FBE]$ são triângulos semelhantes, pois os dois triângulos são retângulos e têm um ângulo agudo em comum (**critério aa**).

15.3. Como os triângulos $[ABC]$ e $[FBE]$ são triângulos semelhantes, então $\frac{\overline{AB}}{\overline{FB}}=\frac{\overline{AC}}{\overline{AD}}$, ou seja,

$\frac{6}{4}=\frac{9}{\overline{AD}}\Leftrightarrow\overline{AD}=\frac{9\times 4}{6}\Leftrightarrow\overline{AD}=\frac{36}{6}\Leftrightarrow\overline{AD}=6$.

Logo, $P_{[AFED]}=2\overline{AF}+2\overline{AD}=2\times 2+2\times 6=16\,cm$.