portalmath
matemática online

Soluções

9.º Ano

Preparação Teste Intermédio / Prova Final – III

Março 2014

2013/2014

1. 1.1. $k = 12 \times 2 = 24$ e representa o custo, em euros, da prenda que será oferecida ao bebé da professora de Espanhol.

1.2. $a \times v = 24$ ou $v = \dfrac{24}{a}$ ou $a = \dfrac{24}{v}$

1.3. $1{,}60€$. Nota: $v = \dfrac{24}{15} = 1{,}6 = 1{,}60€$.

2. 2.1. $\overline{AB} = 12\,cm$. Nota: seja $\overline{BJ} = x$, logo $\overline{BF} = \dfrac{2}{3}x$ e $\overline{AB} = 2x$. $V_{prisma\,\square} = c \times l \times a = 2x \times x \times \dfrac{2}{3}x = \dfrac{4}{3}x^3$,

$V_{prisma\,\triangle} = A_\triangle \times h = \dfrac{\frac{2}{3}x \times x}{2} \times x = \dfrac{1}{3}x^3$. Tendo em conta que: $V_{sólido} = 360 \Leftrightarrow V_{prisma\,\square} + V_{prisma\,\triangle} = 360 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \dfrac{4}{3}x^3 + \dfrac{1}{3}x^3 = 360 \Leftrightarrow \dfrac{5}{3}x^3 = 360 \Leftrightarrow 5x^3 = 1080 \Leftrightarrow x^3 = 216 \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{216} \Leftrightarrow x = 6\,cm$,

logo $\overline{AB} = 2 \times \overline{BF} = 2 \times 6 = 12\,cm$.

2.2. ADF (por exemplo) – este é o plano que divide o prisma em duas partes iguais (diagonal) e que contém as arestas $[AD]$ e $[FG]$.

2.3. (D). Nota: $p = \dfrac{4}{6} = \dfrac{2}{3}$.

3. 3.1. $A\hat{F}E = 127°$. Nota: $\overset{\frown}{ED} = \overset{\frown}{CB} = 38°$ (arcos compreendidos entre retas paralelas são geometricamente iguais); como $D\hat{A}C = 37°$ então $\overset{\frown}{DC} = 2 \times 37° = 74°$; $\overset{\frown}{AE} = 180° - \overset{\frown}{ED} = 180° - 38° = 142°$;

$\overset{\frown}{DB} = \overset{\frown}{DC} + \overset{\frown}{CB} = 74° + 38° = 112°$, deste modo como AFE é um ângulo excêntrico com o vértice no interior da circunferência podemos concluir que $A\hat{F}E = \dfrac{\overset{\frown}{AE} + \overset{\frown}{DB}}{2} = \dfrac{142° + 112°}{2} = 127°$.

3.2. $\overline{OF} = 2{,}5\ cm$. Nota: os triângulos $[ACD]$ e $[AGF]$ são semelhantes (critério aa), logo os comprimentos dos lados correspondentes são diretamente proporcionais. Deste modo $\dfrac{\overline{AD}}{\overline{AF}} = \dfrac{\overline{CD}}{\overline{GF}}$

$\Leftrightarrow \dfrac{15}{\overline{AF}} = \dfrac{9}{6} \Leftrightarrow \overline{AF} = \dfrac{15 \times 6}{9} \Leftrightarrow \overline{AF} = 10\ cm$, e como tal $\overline{OF} = \overline{AF} - \overline{AO} = 10 - 7{,}5 = 2{,}5\ cm$.

3.3. $A_{Sombreada} = 28{,}125\pi - 54\ cm^2$. Nota: como ACD é um ângulo reto, dado que é um ângulo inscrito numa semicircunferência, o triângulo $[ACD]$ é retângulo e como tal podemos usar o Teorema de Pitágoras para determinar $\overline{AC}$ ($\overline{AC}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{AD}^2 \Leftrightarrow \overline{AC}^2 = 15^2 - 9^2 \Leftrightarrow \overline{AC}^2 = 144$ $\Leftrightarrow \overline{AC} = \pm\sqrt{144} \Leftrightarrow \overline{AC} = \pm 12 \Rightarrow \overline{AC} = 12\,cm$ dado que é um comprimento).

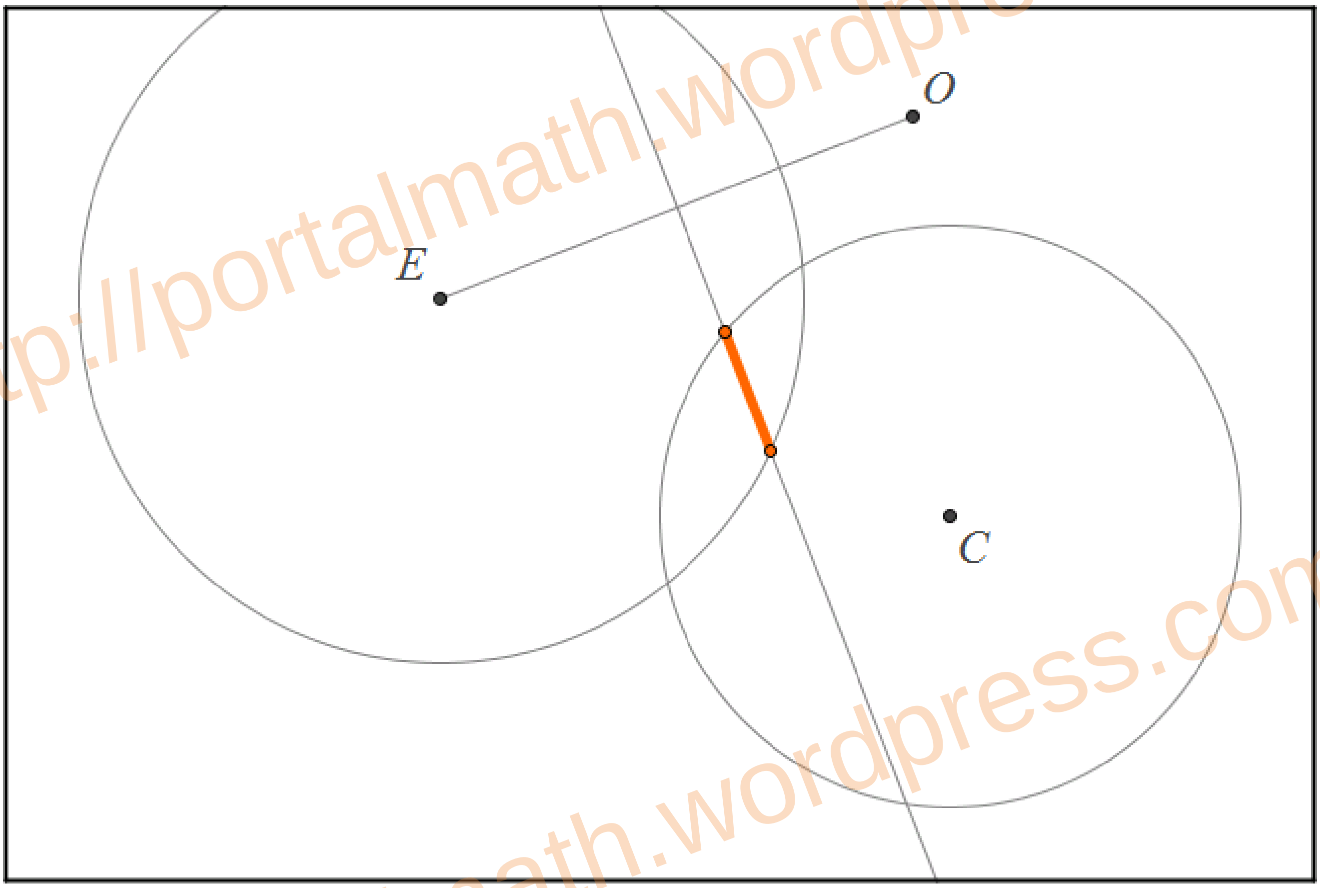
$A_\odot = \pi \times 7{,}5^2 = 56{,}25\pi$; $A_\triangle = \dfrac{12 \times 9}{2} = 54$ logo $A_{Sombreada} = \dfrac{A_\odot}{2} - A_\triangle = 28{,}125\pi - 54\ cm^2$.

4. 4.1. 99 quadrados brancos. Nota: o termo geral da sequência de quadrados cinzentos é $3n-1$, logo $3n-1=299 \Leftrightarrow 3n=300 \Leftrightarrow n=100$, ou seja, é o $100.^{\text{o}}$ termo que tem 299 quadrados cinzentos. Como o número de quadrados brancos é sempre igual à ordem do termo menos uma unidade, o $100.^{\text{o}}$ termo tem 99 quadrados brancos ($100-1$).

4.2. 4.2.1. $V_{Cubo}=343$. Nota: Considera que a aresta do cubo mede x. Usando o Teorema de Pitágoras podemos determinar o valor da aresta do cubo: $(2x)^2+x^2=\left(\sqrt{245}\right)^2 \Leftrightarrow 4x^2+x^2=245 \Leftrightarrow 5x^2=245 \Leftrightarrow x^2=\frac{245}{5} \Leftrightarrow x^2=49 \Leftrightarrow x=\pm\sqrt{49} \Leftrightarrow x=\pm 7 \Rightarrow x=7$ porque se trata de um comprimento. Deste modo, $V_{Cubo}=7^3=343$.

4.2.2. $f(x)=\frac{1}{3}x^2$. Nota: se a área de cada quadrado é 36 então o comprimento do lado vale 6, ou seja, $A(6,12)$. Como o ponto A pertence ao gráfico da função f, podemos concluir que a imagem do objeto 6 é 12 nesta função. Substituindo na expressão algébrica obtemos: $f(6)=12 \Leftrightarrow a\times 6^2=12 \Leftrightarrow a=\frac{12}{36} \Leftrightarrow a=\frac{1}{3}$, logo $f(x)=\frac{1}{3}x^2$ ou $f(x)=\frac{x^2}{3}$.

5.



O conjunto de pontos correspondentes aos locais onde pode ser instalado o router está representado a laranja na figura acima (é um segmento de reta). Corresponde à interseção do círculo de centro em E e raio $10\,m$, com o círculo de centro em C e raio $8\,m$ e com a mediatriz de $[EO]$.