portalmath
matemática online

Soluções

9.º Ano

Preparação Prova Final – VIII

Maio 2014

2013/2014

1. (C) . Nota: $(3x-1)^2+k=1 \Leftrightarrow 9x^2-6x+1+k=1 \Leftrightarrow 9x^2-6x+k=0$, uma equação do 2.º grau tem duas soluções distintas quando $\Delta>0$, ou seja, $\Delta>0 \Leftrightarrow b^2-4\times a\times c>0 \Leftrightarrow (-6)^2-4\times 9\times k>0 \Leftrightarrow 36-36k>0$ $\Leftrightarrow -36k>-36 \Leftrightarrow k<1$.

2. $-\sqrt{63}$ (por exemplo) . Nota: $B=\left]-8,-\dfrac{50}{7}\right]$ logo uma resposta possível seria $-\sqrt{63}$, $-\sqrt{62}$, ..., $-\sqrt{52}$

3. 3.1. $f(x)=\dfrac{4}{9}x^2$. Nota: Como $A(3,4)$ é um ponto do gráfico da função f podemos concluir que

$$f(3)=4 \Leftrightarrow a\times 3^2=4 \Leftrightarrow 9a=4 \Leftrightarrow a=\frac{4}{9}\text{, ou seja, } f(x)=\frac{4}{9}x^2.$$

3.2. $A_{\triangle}=\dfrac{50}{3}$. Nota: pelo Teorema de Pitágoras concluímos que $\overline{OA}=5$, os triângulos $[OAB]$ e $[OAC]$ são semelhantes pelo critério aa (têm dois ângulos geometricamente iguais, o reto e o ângulo com o vértice em O . Desenhando os triângulos na mesma posição facilmente se chega à conclusão (através de uma proporção/regra de 3 simples ou pela razão de semelhança) que $\overline{AC}=\dfrac{20}{3}$, logo

$$A_{\triangle}=\frac{\overline{AO}\times\overline{AC}}{2}=\frac{5\times\frac{20}{3}}{2}=\frac{\frac{100}{3}}{\frac{2}{1}}=\frac{100}{6}=\frac{50}{3}.$$

3.3. (D). Nota: a função f só admite imagens não negativas.

4. Uma face com o número 2.

Nota: como $p(\textit{sair número inferior a } 3)=\dfrac{1}{3}$ então a $p(\textit{sair } 3)=\dfrac{1}{3}=\dfrac{2}{6}$, ou seja, o dado tem 2 faces numeradas com o 3. Como $p(\textit{produto ser } 1)=\dfrac{1}{4}=\dfrac{9}{36}$, então podemos concluir que há 3 faces numeradas com o 1, deste modo só resta uma face que terá de estar numerada com o 2.

×	1	1	1	2	3	3
1	1	1	1	2	3	3
1	1	1	1	2	3	3
1	1	1	1	2	3	3
2	2	2	2	4	6	6
3	3	3	3	6	9	9
3	3	3	3	6	9	9

5. $(x,y)=\left(\dfrac{4}{3},-2\right)$. Nota: a forma canónica deste sistema é $\begin{cases}6x+3y=2\\3x-4y=12\end{cases}$.

6. 6.1. EIJ (por exemplo)

6.2. $V_{\substack{prisma\\trapezoidal}}\approx 267{,}3\,dm^3$. Nota: $V_{\substack{prisma\\trapezoidal}}=V_{\substack{prisma\\quadrangular}}-V_{\substack{prisma\\triangular}}=396-108\tan 50°=267{,}3\,dm^3$, repara que $V_{\substack{prisma\\triangular}}=\dfrac{6\times 6\tan 50°}{2}\times 6=108\tan 50°$, usa a trigonometria para determinar $\overline{FI}$.

6.3. (A). Nota: $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DH}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BF}=\overrightarrow{AF}=\overrightarrow{DG}$

7. 7.1. $B\hat{H}F = 80°$. <u>Nota:</u> $B\hat{H}F = \frac{\overset{\frown}{BDF} - \overset{\frown}{GA}}{2} = \frac{210° - 50°}{2} = 80°$ (ângulo excêntrico com o vértice no exterior da circunferência). Repara que como $E\hat{G}F = 20°$ então $\overset{\frown}{EF} = \overset{\frown}{FG} = 40°$, dado que $[EG]$ é paralelo a $[AD]$ podemos concluir que $\overset{\frown}{AG} = \overset{\frown}{DE} = \frac{180° - 80°}{2} = 50°$, além disso $\overset{\frown}{BC} = \overset{\frown}{CD} = 60°$ por $[BC]$ e $[CD]$ serem lados de um hexágono regular.

7.2. $A_{\triangle} \simeq 55,16\ cm^2$. <u>Nota:</u> como $A_{\odot} = 144\pi \Leftrightarrow \pi r^2 = 144\pi \Leftrightarrow r^2 = 144 \Rightarrow r = \sqrt{144} \Leftrightarrow r = 12\ cm$, ou seja, $\overline{OD} = 12\ cm$. Como $D\hat{O}E = 50°$ usando a trigonometria podemos determinar a altura do triângulo $[DEO]$: $sen\,50° = \frac{x}{12} \Leftrightarrow x = 12\,sen\,50°$.

Deste modo $A_{\triangle} = \frac{12 \times 12\,sen\,50°}{2} = 74\,sen\,50° \simeq 55,16\ cm^2$.

7.3. O conjunto de pontos que satisfaz as condições do enunciado está representado a azul na figura.