

Nome: \_\_\_\_\_

N.º \_\_\_\_\_

---

## 2014

---

Utiliza apenas caneta ou esferográfica de tinta indelével, azul ou preta, exceto na resolução dos itens em que tenhas a instrução para utilizar material de desenho.

Podes utilizar máquina de calcular (gráfica ou não gráfica) e, como material de desenho e de medição, podes utilizar régua graduada, esquadro, transferidor, compasso, lápis e borracha.

A Prova inclui um formulário e uma tabela trigonométrica.

As respostas devem ser apresentadas de forma clara e legível, assim como a numeração dos itens. As respostas ilegíveis ou que não possam ser claramente identificadas são classificadas com zero pontos.

Para responder aos itens de escolha múltipla, escreva na folha de respostas:

-  O número do item;
-  A letra que identifica a única opção escolhida.

Não apresente cálculos, nem justificações

Não é permitido o uso de corretor. Sempre que precisares de alterar ou de anular uma resposta, risca, de forma clara, o que pretendes que fique sem efeito.

A folha de rascunho que te for fornecida não pode, em caso algum, ser entregue para classificação.

As cotações dos itens encontram-se no final do enunciado da prova.

# Formulário

---

## Números

Valor aproximado de  $\pi$  (pi): 3,14159

## Geometria

**Perímetro do círculo:**  $2\pi r$ , sendo  $r$  o raio do círculo

## Áreas

**Paralelogramo:**  $Base \times Altura$

**Losango:**  $\frac{Diagonal\ maior \times Diagonal\ menor}{2}$

**Trapézio:**  $\frac{Base\ maior + Base\ menor}{2} \times altura$

**Polígono regular:**  $Apótema \times \frac{Perímetro}{2}$

**Círculo:**  $\pi r^2$ , sendo  $r$  o raio do círculo

**Superfície esférica:**  $4\pi r^2$ , sendo  $r$  o raio da esfera

## Volumes

**Prisma e cilindro:**  $Área\ da\ Base \times Altura$

**Pirâmide e cone:**  $\frac{Área\ da\ Base \times Altura}{3}$

**Esfera:**  $\frac{4}{3}\pi r^3$ , sendo  $r$  o raio da esfera

## Álgebra

**Fórmula resolvente de uma equação do 2.º grau da forma  $ax^2 + bx + c = 0$ :**

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

## Trigonometria

**Fórmula fundamental:**  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

**Relação da tangente com o seno e o cosseno:**  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$

## Tabela Trigonométrica

Graus	Seno	Cosseno	Tangente	Graus	Seno	Cosseno	Tangente
1	0,0175	0,9998	0,017455	46	0,7193	0,6947	1,03553
2	0,0349	0,9994	0,034921	47	0,7314	0,6820	1,072369
3	0,0523	0,9986	0,052408	48	0,7431	0,6691	1,110613
4	0,0698	0,9976	0,069927	49	0,7547	0,6561	1,150368
5	0,0872	0,9962	0,087489	50	0,7660	0,6428	1,191754
6	0,1045	0,9945	0,105104	51	0,7771	0,6293	1,234897
7	0,1219	0,9925	0,122785	52	0,7880	0,6157	1,279942
8	0,1392	0,9903	0,140541	53	0,7986	0,6018	1,327045
9	0,1564	0,9877	0,158384	54	0,8090	0,5878	1,376382
10	0,1736	0,9848	0,176327	55	0,8192	0,5736	1,428148
11	0,1908	0,9816	0,19438	56	0,8290	0,5592	1,482561
12	0,2079	0,9781	0,212557	57	0,8387	0,5446	1,539865
13	0,2250	0,9744	0,230868	58	0,8480	0,5299	1,600335
14	0,2419	0,9703	0,249328	59	0,8572	0,5150	1,664279
15	0,2588	0,9659	0,267949	60	0,8660	0,5000	1,732051
16	0,2756	0,9613	0,286745	61	0,8746	0,4848	1,804048
17	0,2924	0,9563	0,305731	62	0,8829	0,4695	1,880726
18	0,3090	0,9511	0,32492	63	0,8910	0,4540	1,962611
19	0,3256	0,9455	0,344328	64	0,8988	0,4384	2,050304
20	0,3420	0,9397	0,36397	65	0,9063	0,4226	2,144507
21	0,3584	0,9336	0,383864	66	0,9135	0,4067	2,246037
22	0,3746	0,9272	0,404026	67	0,9205	0,3907	2,355852
23	0,3907	0,9205	0,424475	68	0,9272	0,3746	2,475087
24	0,4067	0,9135	0,445229	69	0,9336	0,3584	2,605089
25	0,4226	0,9063	0,466308	70	0,9397	0,3420	2,747477
26	0,4384	0,8988	0,487733	71	0,9455	0,3256	2,904211
27	0,4540	0,8910	0,509525	72	0,9511	0,3090	3,077684
28	0,4695	0,8829	0,531709	73	0,9563	0,2924	3,270853
29	0,4848	0,8746	0,554309	74	0,9613	0,2756	3,487414
30	0,5000	0,8660	0,57735	75	0,9659	0,2588	3,732051
31	0,5150	0,8572	0,600861	76	0,9703	0,2419	4,010781
32	0,5299	0,8480	0,624869	77	0,9744	0,2250	4,331476
33	0,5446	0,8387	0,649408	78	0,9781	0,2079	4,70463
34	0,5592	0,8290	0,674509	79	0,9816	0,1908	5,144554
35	0,5736	0,8192	0,700208	80	0,9848	0,1736	5,671282
36	0,5878	0,8090	0,726543	81	0,9877	0,1564	6,313752
37	0,6018	0,7986	0,753554	82	0,9903	0,1392	7,11537
38	0,6157	0,7880	0,781286	83	0,9925	0,1219	8,144346
39	0,6293	0,7771	0,809784	84	0,9945	0,1045	9,514364
40	0,6428	0,7660	0,8391	85	0,9962	0,0872	11,43005
41	0,6561	0,7547	0,869287	86	0,9976	0,0698	14,30067
42	0,6691	0,7431	0,900404	87	0,9986	0,0523	19,08114
43	0,6820	0,7314	0,932515	88	0,9994	0,0349	28,63625
44	0,6947	0,7193	0,965689	89	0,9998	0,0175	57,28996
45	0,7071	0,7071	1				

## Caderno 1 (30 minutos)

Neste caderno é permitido o uso de calculadora

1. Os espigueiros são construções que servem para guardar cereais, ao mesmo tempo que os protegem da humidade e dos roedores. Por isso, são construídos sobre estacas (pés do espigueiro), de forma que não estejam em contacto direto com o solo. Se o terreno for inclinado, os pés do espigueiro assentam num degrau, para que o espigueiro fique na horizontal, como mostra a fotografia (Figura 1).

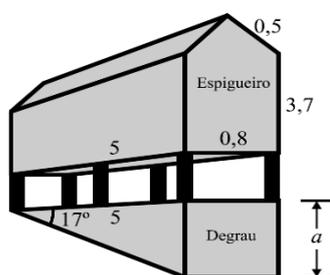


Figura 1



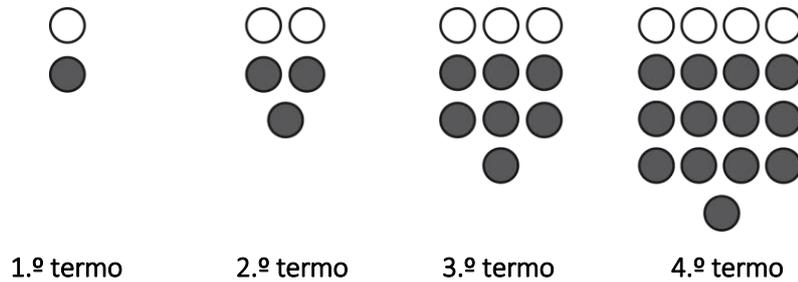
Figura 2

A figura 2 é um esquema do espigueiro da fotografia. Neste esquema, estão também representados os seis pés do espigueiro, bem como o *degrau* no qual eles assentam.

O esquema não está desenhado à escala. As medidas de comprimento indicadas estão expressas em metros. As questões 1.1. e 1.2. referem-se a este esquema.

- 1.1. O *degrau* onde assentam os pés do espigueiro é um prisma triangular reto. As duas bases deste prisma são triângulos retângulos. Determina (em metros) a altura,  $a$ , do *degrau*. Apresenta todos os cálculos que efetuares e indica o resultado, arredondado às décimas. Sempre que, nos cálculos intermédios, procederes a arredondamentos, conserva quatro casas decimais.
- 1.2. O espigueiro é um prisma pentagonal reto, cujas bases são pentágonos não regulares. Cada pentágono pode ser decomposto num retângulo e num triângulo isósceles. Determina (em metros cúbicos) o volume do espigueiro. Apresenta todos os cálculos que efetuares.

2. Na figura seguinte estão representados os quatro primeiros termos de uma sequência de círculos brancos e cinzentos que segue a lei de formação sugerida.



2.1. Quantos círculos tem, no total, o 19.º termo da sequência?

2.2. O último termo da sequência tem 1333 círculos pretos.

Quantos termos tem a sequência?

Apresenta os cálculos que efetuares.

3. A Figura 3 mostra um comedouro de um camelo. Imaginou-se um triângulo retângulo [ABC], em que o cateto [AB] representa o suporte do comedouro e o cateto [BC] representa a sombra desse suporte.



Figura 3

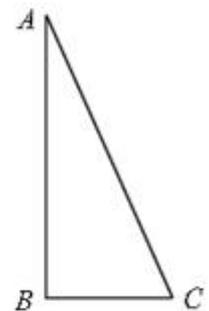


Figura 4

A Figura 4 é um esquema desse triângulo.

O esquema não está desenhado à escala.

Sabe-se que:  $\overline{AB} = 1,26 \text{ m}$  e  $\overline{BC} = 0,6 \text{ m}$

Qual é a amplitude, em graus, do ângulo ACB?

**Escreve o resultado arredondado às unidades.**

Mostra como chegaste à tua resposta.

4. Ao longo do ano letivo a Inês realizou oito testes. Nos primeiros sete testes obteve uma média de 72%. No último teste obteve 88%.

A média final dos oito testes é:

- (A) 80%                      (B) 74%                      (C) 76%                      (D) 78%

---

**Fim do Caderno 1**

---

## Caderno 2 (60 minutos)

Neste caderno, **nãO** é permitido o uso da calculadora

5. Na figura ao lado (Figura 5) estão representadas duas caixas, **A** e **B**.  
A caixa **A** tem três bolas amarelas numeradas de 1 a 3 e a caixa **B** tem quatro bolas azuis numeradas de 1 a 4.

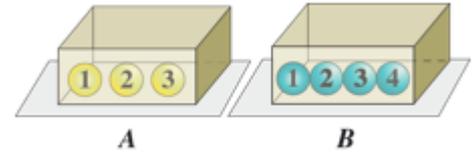


Figura 5

Realiza-se uma experiência aleatória que consiste em retirar uma bola de cada caixa e determinar a soma dos números saídos, considerando-se que qualquer uma das bolas de uma mesma caixa tem a mesma probabilidade de ser selecionada.

- 5.1. Quantas somas diferentes é possível obter?

**Sugestão:** Constrói uma tabela de dupla entrada que indique o resultado desta experiência em função dos números inscritos nas bolas retiradas das caixas.

- 5.2. Qual é a probabilidade de a soma dos números saídos ser um número primo?

- 5.3. Juntaram-se as bolas da caixa **A** às bolas da caixa **B**.

Quantas bolas amarelas é necessário juntar a estas de modo que, retirando ao acaso uma bola da caixa, a probabilidade de sair bola azul seja de 40%?

Mostra como chegaste à tua resposta.

6. No referencial da Figura 6 estão representados dois retângulos,  $[OABC]$  e  $[ODEF]$ , e parte do gráfico de uma função  $f$  de proporcionalidade inversa.

Sabe-se que:

- os pontos  $B$  e  $E$  pertencem ao gráfico da função  $f$ ;
- os pontos  $A$  e  $D$  pertencem ao semieixo positivo das abcissas;
- os pontos  $C$  e  $F$  pertencem ao semieixo positivo das ordenadas;
- a área do retângulo  $[OABC]$  é 5,5.

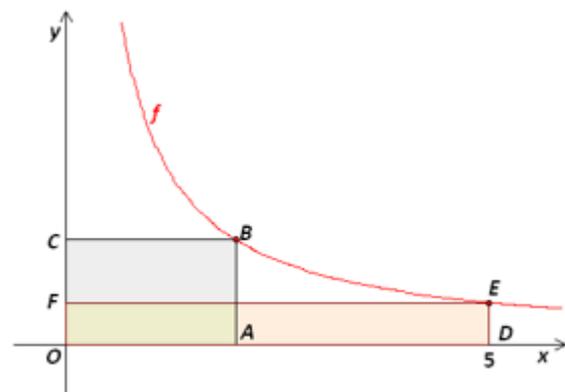


Figura 6

Determina o perímetro do retângulo  $[ODEF]$ , sabendo que a abcissa do ponto  $D$  é igual a 5.

7. O Pedro está a fazer um conjunto de sete lançamentos de um dado cúbico com as faces numeradas de 1 a 6.

Nos seis primeiros lançamentos as pontuações obtidas foram as seguintes:

5      2      4      6      6      2

O dado vai ser lançado a última vez. Qual é a probabilidade de ocorrer, no sétimo lançamento, uma pontuação de modo que a mediana das sete pontuações seja 5?

Transcreve a opção correta.

- (A)  $\frac{2}{3}$       (B)  $\frac{1}{6}$       (C)  $\frac{1}{3}$       (D) 1

8. Na figura 7, os pontos  $S$  e  $T$  são pontos da circunferência de centro  $O$ .

A reta  $PT$  é tangente à circunferência no ponto  $T$  e o ponto  $O$  pertence à reta  $SP$ . O ângulo  $OPT$  tem  $32^\circ$  de amplitude.

Determina a amplitude do ângulo representado por  $x$ .

Mostra como obtiveste a tua resposta.

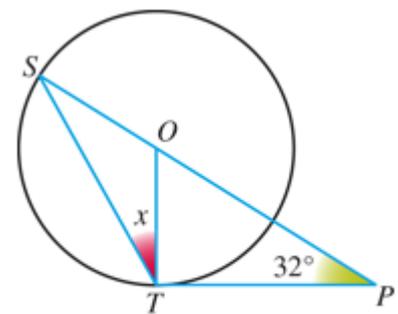


Figura 7

9. Resolve a equação seguinte.

$$(x-1)^2 = x(1-x)$$

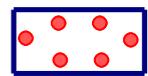
10. Num refeitório há mesas de quatro lugares e de seis lugares.

O número de mesas de quatro lugares e o número de mesas de seis lugares representam-se, respetivamente, por  $x$  e  $y$

Sabe-se que o par ordenado  $(x, y)$  é solução do seguinte sistema de equações:



4 lugares



6 lugares

$$\begin{cases} \frac{y-2x}{2} = \frac{x-1}{6} \\ x-2\left(1-\frac{y}{3}\right) = y+1 \end{cases}$$

Resolve o sistema e determina o número máximo de lugares que há no refeitório.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

11. Resolve a seguinte inequação.

$$1 - 2(x - 1) \geq 1 - \frac{2 - 3x}{2}$$

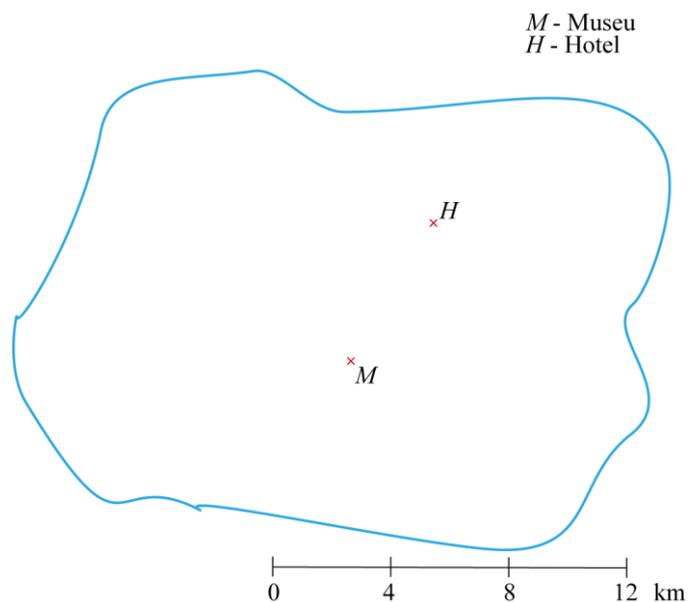
Apresenta o conjunto solução na forma de intervalo de números reais.

Apresenta todos os cálculos que efetuares

12. A figura seguinte representa uma ilha e os pontos  $H$  e  $M$  os locais onde estão situados um hotel e um museu, respetivamente.

Pretende-se construir um centro comercial de modo a verificar as seguintes condições:

- Ficar situado a mais de 4 km do hotel e a menos de 8 km do museu.
- Ficar mais próximo do hotel do que do museu.



Desenha a lápis, na figura, uma construção geométrica rigorosa que te permita obter a parte do mapa correspondente à zona onde, de acordo com as condições anteriores, é possível construir o centro comercial.

Sombrea essa zona.

**FIM**

Bom trabalho!

O Professor:

Hilário Lemos