



MINI-FICHA DE TRABALHO – LIMITES

MATEMÁTICA A – 12.º ANO

“Em relação à Matemática não houve, até hoje, quem lastimasse o tempo empregue no seu estudo.”
Benjamim Franklin

1. Considere a função g , de domínio $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, definida por $g(x) = \frac{\ln(x^4)}{-e^{2+x} - 2}$.

Utilizando a definição de limite segundo Heine, mostre que $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -\infty$.

2. Considere a função f , de domínio $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, definida por:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{-2x} - 1}{3x} & \text{se } x < 0 \\ 1 + \ln x & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

e as sucessões (u_n) e (v_n) , definidas, respectivamente, por $u_n = \left(\frac{n+3}{n+5}\right)^n$ e $v_n = \frac{w_n}{n^7}$, onde (w_n) é uma progressão geométrica tais que $w_2 = 9$ e $w_5 = 243$.

2.1. Determine o valor de $\lim f(u_n)$.

2.2. Determine o valor de $\lim f\left(-\frac{1}{v_n}\right)$ e em seguida mostre que não existe $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.

2.3. Determine o valor de $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(3x-2) - 1}{x^4 - 1}$.

3. Considere a sucessão (x_n) definida por $x_n = \left(2 - \frac{n+1}{n+2}\right)^{2n}$. Seja f a função de domínio $\mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$, definida por

$$f(x) = \frac{1}{\ln x}.$$

Qual é o valor de $\lim f(x_n)$

A e^2

B 2

C $\frac{1}{2}$

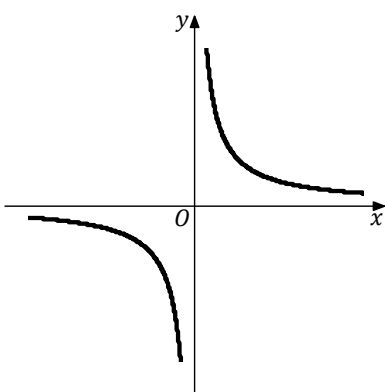
D e^{-2}

4. Seja (u_n) uma sucessão definida por recorrência da seguinte forma:

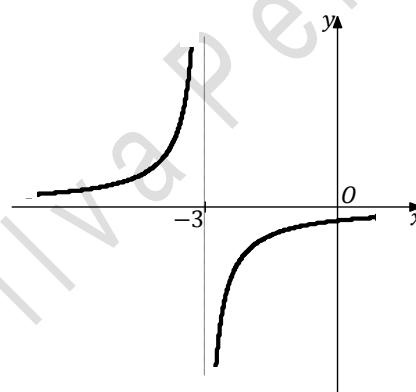
$$\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n - 3, \quad n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

De uma certa função g , sabe-se que $\lim_{n \rightarrow \infty} g\left(\frac{u_n}{n^2 + 2n}\right) = +\infty$. Em qual das seguintes opções pode estar representada parte do gráfico da função g ?

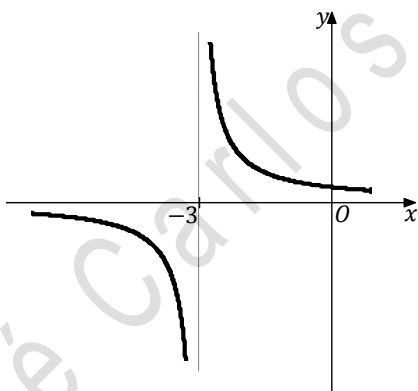
A



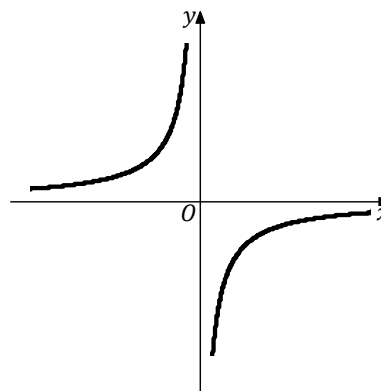
B



C



D



5. Determine o valor dos seguintes limites.

5.1. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^5 - 16x^3 + x^2 - 16}{x^3 - 4x^2}$

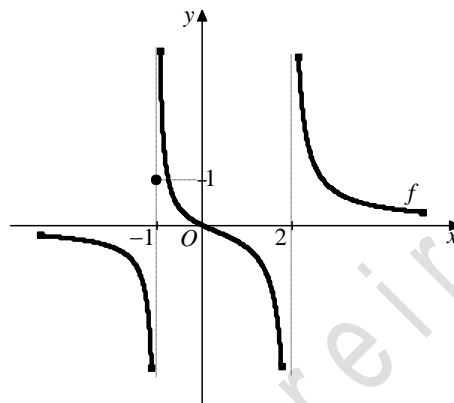
5.2. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - x + 1} + x)$

5.3. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{4x - 3}}{x^2 - 1}$

6. Na figura está representado parte do gráfico de uma função f de domínio $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Sabe-se que:

- $f(-1) = 1$;
- as rectas de equações $x = -1$, $x = 2$ e $y = 0$ são assintotas do gráfico de f ;



Seja (x_n) uma sucessão tal que $x_n \rightarrow 3$ e $x_n > 3, \forall n \in \mathbb{N}$.

Qual é o valor de $\lim_{n \rightarrow \infty} f\left(\frac{2n^3 - \ln(n^2)}{n^3} - x_n\right)$?

- A** $-\infty$ **B** 0 **C** 1 **D** $+\infty$

7.

7.1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{e^{3x}} - 1}{2e^{-5x+1} - 2e}$

7.2. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^7 \times (1,01)^{3x+4})$

7.3. $\lim_{x \rightarrow 0^+} (x^3 \times 3^{\frac{4}{x^2}})$

7.4. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x^3 + x + 1)}{x^2 + x}$

7.5. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 2x - 3}{\ln(7x - 6)}$

7.6. $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{\ln(x + 4)}{3e^{2x+8} - 3e^2}$

7.7. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(x^2 - 3)}{x^2 - x - 2}$

7.8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x + 3)e^x - \ln 3}{e^{-x} - 1}$

SOLUCIONÁRIO

- | | | | |
|-----------------------|-----------------------|---------------------|-----------------------------|
| 2.1. -1 | 2.2. $-\frac{2}{3}$ | 2.3. $\frac{3}{4}$ | |
| 3. C | | | |
| 4. D | | | |
| 5.1. $\frac{65}{2}$ | 5.2. $\frac{1}{2}$ | 5.3. $-\frac{1}{2}$ | |
| 6. A | | | |
| 7.1. $-\frac{3}{20e}$ | 7.2. 0 | 7.3. $+\infty$ | 7.4. 0 |
| 7.5. $\frac{5}{7}$ | 7.6. $\frac{1}{6e^2}$ | 7.7. $\frac{4}{3}$ | 7.8. $-\frac{1}{3} - \ln 3$ |