

**CRITÉRIOS DE CLASSIFICAÇÃO: Exame-tipo 12.º ano de escolaridade  
Matemática A**

---

1.1 ..... 8 pontos

(B)

1.2 ..... 8 pontos

(B)

2. .... 12 pontos

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

**1.º Processo**

Identificar  $P(A) = \frac{1}{2}$ ,  $P(B) = \frac{1}{4}$  e  $P(A|B) = \frac{1}{2}$  (sendo  $A$  – aluno da escola que se desloca de autocarro e  $B$  – aluno da escola que habita a menos de dez quilómetros da escola) ..... 3 pontos

Reconhecer que o valor pedido é  $P(\bar{A} \cap \bar{B})$  ..... 2 pontos

Reconhecer que  $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 1 - P(A) - P(B) + P(A|B) \times P(B)$  ..... 2 pontos

Obter  $P(\bar{A} \cap \bar{B})$  ..... 4 pontos

Apresentar o valor pedido ( 37,5% ) ..... 1 ponto

**2.º Processo**

Construir uma tabela de dupla entrada cujas entradas sejam  $A$ ,  $\bar{A}$ ,  $B$  e  $\bar{B}$  (sendo  $A$  - aluno da escola que se desloca de autocarro e  $B$  - aluno da escola que habita a menos de dez quilómetros da escola) ..... 1 ponto

Preencher a célula da tabela relativa a  $P(A)$  ..... 1 ponto

Preencher a célula da tabela relativa a  $P(B)$  ..... 1 ponto

- Preencher a célula da tabela relativa a  $P(A \cap B)$  ..... 4 pontos
- Reconhecer que o valor pedido é  $P(\overline{A} \cap \overline{B})$  ..... 2 pontos
- Preencher a célula da tabela relativa a  $P(\overline{A} \cap \overline{B})$  ..... 2 pontos
- Apresentar o valor pedido ( 37,5% ) ..... 1 ponto

3. .... 8 pontos

(C)

4.1 ..... 12 pontos

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, três processos.

**1º Processo**

- Obter as coordenadas do ponto médio de  $[AG]$   $((0,3,6))$  ..... 2 pontos
- Obter as coordenadas do vetor  $\overline{AG}$   $((-6,6,12))$  ..... 2 pontos
- Reconhecer que  $\overline{MP}$  tem coordenadas do tipo  $(x, y-3, z-6)$ ,  
sendo  $M$  o ponto médio de  $[AG]$  e  $P(x, y, z)$  um ponto genérico  
do plano mediador ..... 3 pontos
- Apresentar uma condição vetorial do plano mediador  
( $\overline{AG} \cdot \overline{MP} = 0$ , ou equivalente) ..... 2 pontos
- Obter a equação cartesiana pedida  $(x - y - 2z + 15 = 0)$  ..... 3 pontos

**2º Processo**

- Obter as coordenadas do ponto médio de  $[AG]$   $((0,3,6))$  ..... 2 pontos
- Obter as coordenadas do vetor  $\overline{AG}$   $((-6,6,12))$  ..... 2 pontos
- Escrever a equação  $-6x + 6y + 12z + d = 0$  (ou equivalente) ..... 3 pontos
- Determinar o valor de  $d$  ..... 2 pontos
- Obter a equação cartesiana pedida  $(x - y - 2z + 15 = 0)$  ..... 3 pontos

### 3º Processo

- Reconhecer que  $\overline{AP}$  é dada por  $\sqrt{(x-3)^2 + y^2 + z^2}$  (ou equivalente)  
 sendo  $P(x, y, z)$  um ponto genérico do plano mediador ..... 3 pontos
- Reconhecer que  $\overline{GP}$  é dada por  $\sqrt{(x+3)^2 + (y-6)^2 + (z-12)^2}$   
 (ou equivalente) ..... 3 pontos
- Apresentar uma condição do plano mediador  
 ( $\overline{AP} = \overline{GP}$ , ou equivalente) ..... 2 pontos
- Obter a equação cartesiana pedida ( $x - y - 2z + 15 = 0$ ) ..... 4 pontos

#### 4.2 ..... 12 pontos

- Reconhecer que o ponto  $P$  tem ordenada 6 ..... 3 pontos
- Obter as coordenadas do ponto  $P$  ((5,6,8)) ..... 3 pontos
- Obter o raio da superfície esférica ( $\sqrt{68}$ ) ..... 3 pontos
- Obter o valor pedido (2348,8) ..... 3 pontos

#### 4.3 ..... 13 pontos

- Identificar o número de casos possíveis ( ${}^8C_2$ ) ..... 4 pontos
- Identificar o número de casos favoráveis (12) ..... 4 pontos
- Aplicar a Lei de Laplace ..... 3 pontos
- Obter o valor pedido (0,429) ..... 2 pontos

#### 5. .... 8 pontos

(A)

#### 6.1 ..... 8 pontos

(D)

#### 6.2 ..... 12 pontos

- Obter  $h'(x) = e^x - 3e^{3x}$  ..... 3 pontos
- Escrever  $h'(x) = 0$  ..... 1 ponto

Obter  $x = \ln\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$  (ou equivalente, da forma  $x = \ln(k)$ ) ..... 3 pontos

Concluir que  $h$  é crescente em  $\left] -\infty, \ln\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right) \right]$  ..... 1 ponto

Concluir que  $h$  é decrescente em  $\left[ \ln\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right), +\infty \right[$  ..... 1 ponto

Obter o valor máximo de  $h$   $\left(\frac{2\sqrt{3}}{9}\right)$  ..... 3 pontos

**6.3 ..... 12 pontos**

Obter expressões para os comprimentos das bases dos trapézios

$(e^t - e^{3t}$  e  $e^{\frac{t}{3}} - e^t)$  ..... 2 pontos

Obter uma expressão para a altura do trapézio  $\left(-\frac{2t}{3}\right)$  ..... 1 ponto

Obter a área de  $[ABCD]$  em função de  $t$   $\left(-\frac{t}{3}\left(e^{\frac{t}{3}} - e^{3t}\right)\right)$  ..... 2 pontos

Equacionar o problema  $\left(-\frac{t}{3}\left(e^{\frac{t}{3}} - e^{3t}\right) = 0,2$  ou equivalente) ..... 1 ponto

Reproduzir o(s) gráfico(s) da(s) função(ões) visualizado(s) na calculadora que permite(m) resolver a equação **(ver nota)** ..... 3 pontos

Obter o valor pedido  $-0,89$  ..... 3 pontos

**Nota:** Se não for apresentado o referencial, a pontuação a atribuir nesta etapa é desvalorizada em 1 ponto; se não for respeitado o domínio,  $] -1,0[$ , a pontuação a atribuir nesta etapa é desvalorizada em 1 ponto.

**7.1 ..... 8 pontos**

**(A)**

**7.2 ..... 8 pontos**

**(A)**

8. .... 12 pontos

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

**1º Processo**

Identificar um argumento de  $z \left( -\frac{\pi}{2} \right)$  ..... 2 pontos

Identificar um argumento de  $w \left( \frac{\pi}{5}t \right)$  ..... 2 pontos

Obter um argumento de  $z \times w \left( -\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{5}t \right)$  ..... 2 pontos

Apresentar a condição  $2k\pi < -\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{5}t < \frac{\pi}{2} + 2k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$

(ou equivalente) ..... 2 pontos

Obter  $\frac{5}{2} + 10k < t < 5 + 10k \ (k \in \mathbb{Z})$  ..... 2 pontos

Concluir que  $\frac{25}{2} < t < 15$  ..... 2 pontos

**2º Processo**

Identificar um argumento de  $z \left( -\frac{\pi}{2} \right)$  ..... 2 pontos

Reconhecer que o afixo de  $z \times w$  é a imagem do afixo de  $w$  pela rotação de centro na origem e amplitude  $-\frac{\pi}{2}$ , composta com a homotetia de centro na origem e razão  $|\lambda|$  ..... 2 pontos

Reconhecer que para que o afixo de  $z \times w$  pertença ao 1º quadrante, o afixo de  $w$  tem de pertencer ao 2º quadrante ..... 2 pontos

Apresentar a expressão  $\frac{\pi}{2} + 2k\pi < \frac{\pi}{5}t < \pi + 2k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$

(ou equivalente) ..... 2 pontos

Obter  $\frac{5}{2} + 10k < t < 5 + 10k \ (k \in \mathbb{Z})$  ..... 2 pontos

Concluir que  $\frac{25}{2} < t < 15$  ..... 2 pontos

9.1 ..... 13 pontos

Referir que a função é contínua em  $x = 0$  se

$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = f(0)$  ..... 3 pontos

Calcular  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$  (0) **(ver nota)** ..... 4 pontos

Calcular  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  (-2) ..... 4 pontos

Concluir que a função não é contínua em  $x = 0$  ..... 2 pontos

**Nota:** Se apenas for calculado  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  e for apresentada a conclusão correta, a pontuação desta etapa deve ser atribuída.

9.2 ..... 12 pontos

Calcular  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$  (0) **(ver nota)** ..... 3 pontos

Calcular  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  (0) ..... 3 pontos

Concluir que a função tem uma assíntota horizontal ao gráfico quando  $x \rightarrow +\infty$  ..... 2 pontos

Apresentar a equação da assíntota ( $y = 0$ ) ..... 2 pontos

Justificar que a função não tem outra assíntota não vertical ao gráfico ..... 2 pontos

**Nota:** Se apenas for calculado  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  e for apresentada a conclusão correta, a pontuação desta etapa deve ser atribuída.

9.3 ..... 8 pontos

(C)

10.1 ..... 8 pontos

(A)

10.2 ..... 8 pontos

(B)

11. .... 13 pontos

Justificar que  $f'(k) = 0$  (ver nota) ..... 2 pontos

Justificar que  $h''(k) = 0$  (ver nota) ..... 2 pontos

Obter  $h'(x) = f'(x) \times (1 - 2x) - 2f(x)$  ..... 2 pontos

Obter  $h''(x) = f''(x) \times (1 - 2x) - 4f'(x)$  ..... 2 pontos

Escrever  $f''(k) \times (1 - 2k) = 0$  (ou equivalente) ..... 3 pontos

Obter  $k = \frac{1}{2}$  ..... 2 pontos

**Nota:** Se apenas for referido que  $f'(k) = 0$  ( $h''(k) = 0$ ), a pontuação a atribuir a esta etapa é 1 ponto.

12. .... 8 pontos

(C)

13. .... 13 pontos

Obter  $\lim_{x \rightarrow c} \frac{f(x) - f(c)}{f'(x) - f'(c)} = \frac{f'(c)}{f''(c)}$  ..... 3 pontos

Obter  $f'(x) = 2 \cos(2x)$  ..... 2 pontos

Obter  $f''(x) = -4 \sin(2x)$  ..... 2 pontos

Escrever  $\frac{2 \cos(2c)}{-4 \sin(2c)} = \frac{\sqrt{3}}{2}$  (ou equivalente) ..... 1 ponto

Obter  $\tan(2c) = -\frac{\sqrt{3}}{3}$  ..... 3 pontos

Obter  $c = \frac{11\pi}{12}$  ..... 2 pontos

Item	1.1	1.2	2.	3.	4.1	4.2	4.3	5.	6.1	6.2	6.3	Subtotal
Cotação	8		12	8	12	12	13	8	8	12	12	<b>105</b>

Item	7.1	7.2	8.	9.1	9.2	9.3	10.1	10.2	11.	12.	13.	Subtotal
Cotação	8		12	13	12	8	8		13	8	13	<b>95</b>

**Total (Caderno 1 + Caderno 2): 200 pontos**

**FIM**