1. Seja Ω , conjunto finito, o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória e sejam Q e R dois acontecimentos incompatíveis mas não contrários, ($Q \subset \Omega$ e $R \subset \Omega$). Sabe-se que $P(\overline{R}) = \frac{1}{4}$. Qual dos seguintes valores pode corresponder a $P(Q)$?

(A) $\frac{2}{5}$ **(B)** $\frac{1}{2}$ **(C)** $\frac{1}{4}$ **(D)** $\frac{1}{8}$

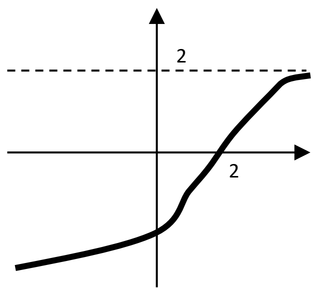
2. De uma certa linha do Triângulo de Pascal, sabe-se que a soma dos três últimos elementos é 862. Qual é a soma dos quatro primeiros elementos dessa linha?

(A) 12 342 **(B)** 11 522 **(C)** 903 **(D)** 1682

3. O conjunto-solução da condição $\log_2(6x+5)+\log_2 x = 0$ é:

(A) $\left\{-1, \frac{1}{6}\right\}$ **(B)** $\{ \}$ **(C)** $\left\{\frac{1}{6}\right\}$ **(D)** $\left\{-\frac{5}{6}, 0\right\}$

4. Seja (u_n) a sucessão de termo geral $u_n = 2 + n^2$ e seja *h* a função representada na figura. A que é igual $\lim h(u_n)$?



(A) 0 **(B)** 2 **(C)** + ∞ **(D)** – 2

5. A zona da pele inflamada pela picada de um inseto cresce em círculos de centro no ponto onde ocorreu a picada. Supõe que t **segundos** depois de ocorrer a picada, a área de pele inflamada pode ser dada, em **cm²**, por:

$$A(t) = a - \log_2\left(\frac{16}{b+t}\right),$$ sendo a e b números reais positivos.

5.1. Determine a e b supondo que seis segundos depois da picada do inseto a zona inflamada tem 2 cm² de área.

5.2 Os parâmetros a e b variam de acordo com o tipo de pele de criança e para uma certa espécie de inseto, tem-se a=3 e b=2.

5.2.1 Mostre que $A(t) = -1 + \frac{\ln(2+t)}{\ln 2}, \quad \forall t \geq 0$

5.2.2 Quanto tempo depois da picada do inseto, a área inflamada atinge um sinal situado a cerca de 1,1 **cm** da picada do inseto? Apresente o resultado arredondado ao segundo.

5.2.3 A Eduarda, com esse tipo de pele, é alérgica ao tipo de mosquito referido na alínea anterior e quando é mordida, tem de ser administrado o antídoto. A função que modela a quantidade de antídoto a ser administrada à Eduarda é $r(x) = 1{,}1 \times e^{(0.4x)}$, em mg, onde x **é a área afetada**, em cm^2. Determine um valor, arredondado às mg, da quantidade de antídoto a ser ministrada, se já passaram **10 minutos** desde que a Eduarda foi picada.

6. A função h é definida por $h(x) = -5^{2x-1} + 7$

6.1 Resolva a condição $h\left(\frac{x}{2}\right) > h(x-1)$

6.2 Determine a abcissa do ponto do gráfico que tem por ordenada -18.

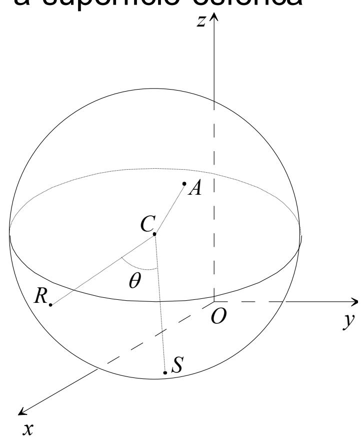
6.3 Recorrendo às capacidades gráficas da calculadora determine um valor, aproximado às décimas, da **área** do triângulo [AOB] sendo:

- A o ponto de intersecção do gráfico de h com o eixo das ordenadas;
- B o ponto do gráfico de h cuja abcissa é igual à ordenada;
-O a origem do referencial.

Numa pequena composição explique como procedeu apresentando um esboço do(s) gráfico(s) em que baseou a sua resposta.

8. Na figura seguinte, está representada, num referencial o. n. *Oxyz*, a superfície esférica de equação $(x-7)^2 + (y-2)^2 + (z-5)^2 = 27$. Sabe-se que:

- o ponto *C* é o centro da superfície esférica;
- o ponto *A* tem coordenadas $(10,\ 5,\ 8)$;
- os pontos *R* e *S* pertencem à superfície esférica;
- θ designa a amplitude, em radianos, do ângulo *RCS*.



8.1. Mostre que o ponto *A* pertence à superfície esférica e determine as coordenadas do ponto *B* sabendo que [*AB*] é um diâmetro dessa superfície.

8.2. Determine uma equação do plano tangente à superfície esférica no ponto *A*.

8.3. Sabe-se que $\operatorname{tg}\theta = \sqrt{8}$. Determine o valor do produto escalar $\overrightarrow{CR} \cdot \overrightarrow{CS}$.

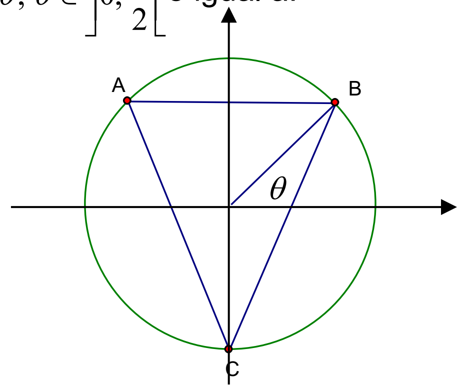
9. Na figura está representado o círculo trigonométrico e neste está inscrito o triângulo $[ABC]$. A área do triângulo $[ABC]$ em função de $\theta,\ \theta \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$ é igual a:

$(A)\ \dfrac{2\cos\theta(sen\theta+1)}{2}$

$(B)\ \dfrac{2sen\theta(\cos\theta+1)}{2}$

$(C)\ \dfrac{sen(2\theta)+1}{2}$

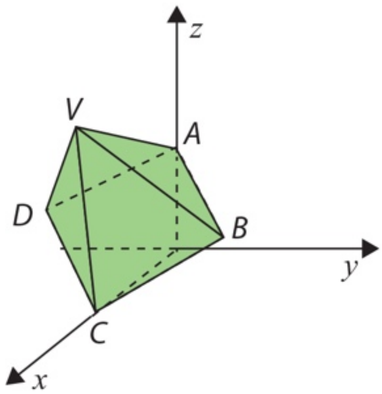
$(D)\ \dfrac{\cos(2\theta)+1}{2}$



10. Na figura está representada, num referencial o.n. $Oxyz$, uma pirâmide quadrangular regular [*ABCDV*]. Sabe-se que *A*(0, 0, 1) e *C*(1, 0, 0);

• a reta *BD* é paralela ao eixo Oy;

• o volume da pirâmide é $\sqrt{2}$ unidades de volume.



10.1. Determina as coordenadas de *B* e de *D*.

10.2. Seja *E* o centro da base da pirâmide. Escreve equações cartesianas da reta *EV*.

10.3. Determina uma equação do plano paralelo a *ABC* que contém *V*.

11. Um treinador de berlinde tem 18 jogadores á sua disposição. De quantas maneiras pode escolher dez jogadores, se os dois mais baixos têm sempre que fazer parte dos escolhidos?

(A) ${}^{18}C_2 \times {}^{16}C_8$ **(B)** ${}^{18}C_{10} - {}^{18}C_2$ **(C)** ${}^{16}C_8$ **(D)** ${}^{16}C_{10}$

12. Seja S o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos possíveis ($A \subset S$ e $B \subset S$). Sabe-se que: $P(A \cap B) = 0{,}2$; $P(A \cup B) = 0{,}9$ e $P(A \mid B) = 0{,}4$. A probabilidade de $\overline{A}$ é:

(A) 0,5 **(B)** 0,4 **(C)** 0,3 **(D)** 0,2

13. De uma função f , continua no intervalo $[2\,,5]$ sabe-se que $f(2) = 4$ e $f(5) = 8$. Qual das seguintes afirmações é necessariamente verdadeira?

(A) A função f não tem zeros no intervalo $[2\,,5]$

(B) A função f tem pelo menos um zero no intervalo$[2\,,5]$

(C) A equação $f(x) = 6$ não tem solução no intervalo $[2\,,5]$

(D) A equação $f(x) = 6$ tem pelo menos uma solução no intervalo $[2\,,5]$

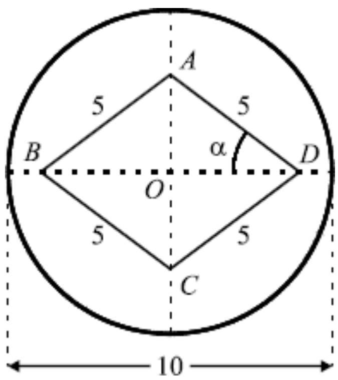
14. A equação $2^{3x} = 0{,}5^{3x+2}$ tem, em IR, o seguinte conjunto solução:

(A) $\left\{\frac{1}{4}\right\}$ **(B)** $\emptyset$ **(C)** $\left\{\frac{1}{3}\right\}$ **(D)** $\left\{-\frac{1}{3}\right\}$

15. Considere $f(x) = e^{-x}$.A solução da equação $f(x) + f'(x) + f''(x) = 4$ é:

(A) $\ln(\frac{1}{4})$ **(B)** $\ln(\frac{3}{4})$ **(C)** $-\frac{4}{e}$ **(D)** 4 e

16. Numa determinada localidade, o responsável pelo planeamento urbanístico apresentou uma proposta para a construção de uma rotunda com 10 metros de diâmetro. No centro da rotunda, pretende-se construir um jardim em forma de losango, com 20 metros de perímetro, como sugere a figura. À volta do jardim, serão colocados calçada e outros elementos decorativos.



Relativamente à figura, considere que: • os pontos *A*, *B*, *C* e *D* são os vértices do losango; • o ponto *O* é o centro da circunferência; • o ângulo *ADO* tem de amplitude $\alpha,\ 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$

16.1. Mostre que a área, em m^2, da zona destinada ao jardim é dada, em função de α, por:

$$A(\alpha) = 50\, cos\, \alpha \,.\, sen\, \alpha \,, \quad 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$$

16.2. Determine $A\left(\frac{\pi}{4}\right)$. Interprete geometricamente o resultado obtido, indicando qual a forma particular do losango, para $\alpha = \frac{\pi}{4}$.

17. Considere a função f, de domínio $\mathbb{R}^+$, definida por: $f(x) = \begin{cases} \dfrac{3x-15}{\sqrt{x}-\sqrt{5}} & \text{se } 0 < x < 5 \\ e^{\frac{k}{2}} & \text{se } x = 5 \\ \dfrac{\ln(x-4)}{10-2x} & \text{se } x > 5 \end{cases}$

17.1. Para um certo valor de k sabe-se que $\lim\limits_{x \to 5^-} f(x) = f(5)$. Mostre que $k = \ln(180)$.

17.2. Determine $\lim\limits_{x \to 5^+} f(x)$.

17.3. Considere a sucessão (w_n) definida por $w_n = \frac{1+3n}{n^2}$. Qual é o valor de $\lim f(w_n)$?