Escola Secundária de Penafiel

6º. Teste de Matemática A

Versão 1

Duração do Teste: 60 min | 30.05.2018

12.º Ano de Escolaridade | Turma G

1. Seja $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos

   Considera o número complexo $z = x + yi$, com $x \in \mathbb{R}$ e $y \in \mathbb{R}$

   Em qual das opções está o complexo z, tal que $2\overline{z} - i(2+3i) = z$

   (A) $z = -3 - \frac{2}{3}i$

   (B) $z = -3 + \frac{2}{3}i$

   (C) $z = 3 + \frac{2}{3}i$

   (D) $z = 3 - \frac{2}{3}i$

2. Seja $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos

   Mostra que $\dfrac{\overline{(2-i)}(1+i) + i^{96} - 4e^{i\frac{\pi}{2}}}{-2+i}$ é um número real negativo e representa o seu afixo no plano complexo

3. Sejam w_1 e w_2, dois números complexos, tais que $w_1 = -2 + 2i$ e $w_2 = \sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$

   3.1. Escreve na forma trigonométrica e na forma algébrica o número complexo $w = \dfrac{\overline{w_1}}{(-w_2)^2}$

   3.2. Resolve as equações seguintes:

   3.2.1. $z^3 - 3z^2 + 5z + w_1 = 13 + 2i$, sabendo que 3 é zero de $p(z) = z^3 - 3z^2 + 5z - 15$

   3.2.2. $z^4 - \overline{w_2} = 0$

4. Considera um número complexo z, não nulo, cujo afixo é D
   Na figura 1 está representado o plano de Argand - Gauss e nele alguns afixos de números complexos, sendo um deles o afixo de z

   Qual dos afixos representados poderá ser o afixo do número complexo $w = -2iz$?

   (A) A

   (B) B

   (C) E

   (D) C

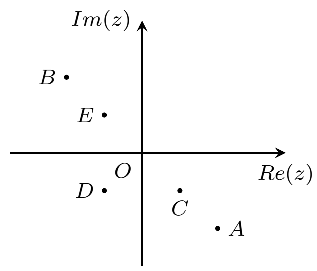

Figura 1

5. Em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, sejam,

$$z_1 = \left(e^{i\frac{\pi}{3}}\right)^4 \text{ e } z_2 = \frac{\left[e^{i\left(\frac{\pi}{15}\right)}\right]^7}{e^{i\left(-\frac{7\pi}{15}\right)}}$$

Sabe-se que os afixos (imagens geométricas) de z_1 e de z_2 são vértices consecutivos de um polígono regular de n lados, com centro na origem do referencial

Qual é o valor de n?

(A) 3

(B) 4

(C) 5

(D) 6

6. Sejam em $\mathbb{C}$, os complexos unitários, $z_1 = \sin(\theta) + i\cos(\theta)$ e $z_2 = \sin(\theta) - i\cos(\theta)$, com $\theta \in \mathbb{R}$

Mostra que $\left(\dfrac{z_1}{z_2}\right)^n = e^{i[n(\pi-2\theta)]}, \forall n \in \mathbb{N}$

FIM

FORMULÁRIO

Sendo $z = |z|e^{i\theta}$

$z^n = |z|^n e^{i(n\theta)}$, $n \in \mathbb{N}$

$\sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{|z|}e^{i\left(\frac{\theta+2k\pi}{n}\right)}$, $k \in \{0; 1; 2; ...; n-1\}$ e $n \in \mathbb{N}$

COTAÇÕES

1.	....	10 pontos
2.	....	40 pontos
3.		
3.1	....	30 pontos
3.2.1	....	40 pontos
3.2.2	....	40 pontos
4.	....	10 pontos
5.	....	10 pontos
6.	....	20 pontos
	TOTAL	**200 pontos**