Escola Secundária de Penafiel

# 1º. Teste de Matemática A

## Versão 1

Duração do teste: 85 min | 30.10.2017

**12.º Ano de Escolaridade** | Turma G

### GRUPO I

- As cinco questões deste grupo são de escolha múltipla.
- Para cada uma delas são indicadas quatro alternativas de respostas, das quais só uma está correta. Assinala na tua folha de teste a letra que lhe corresponde.
- Se apresentares mais do que uma resposta a questão será anulada, o mesmo acontecendo em caso de ambiguidade.
- Não apresentes cálculos nem justificações.

1. Cinco amigos vão fazer uma viagem pelo Douro Vinhateiro. Para se deslocarem, alugaram um automóvel de cinco lugares. Dos cinco amigos, apenas dois (Pedro e Tiago) têm carta de condução, estando por isso habilitados a conduzir. De quantas maneiras distintas os cinco amigos se podem sentar no interior do automóvel, sabendo que a Beatriz, que é uma das amigas, só gosta de ocupar o lugar ao lado do condutor? Numa das opções está a expressão que dá esse número.
Em qual delas ?

   (A) ${}^2C_1 \times 4!$

   (B) $4!$

   (C) $5!$

   (D) ${}^2C_1 \times 3!$

2. Considera o conjunto $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$
Utilizando números como os do conjunto $A$, vão ser escritos números de cinco algarismos.
Qual é a probabilidade de o número, ter na sua constituição, exatamente dois algarismos iguais a 4?

   Em qual das opções está a expressão que dá o valor dessa probabilidade?

   (A) $\dfrac{{}^5C_2 \times 5^3}{{}^6A'_5}$

   (B) $\dfrac{{}^5C_2 \times 6^3}{{}^6A'_5}$

   (C) $\dfrac{5^3}{{}^6A'_5}$

   (D) $\dfrac{{}^5C_2 \times 5^3}{{}^6A_5}$

3. Considera num referencial ortonormado $Oxyz$, o plano $\beta : x - z - 1 = 0$ e a reta $r : (x; y; z) = (0; 0; -3) + k(4a^2; 2; 2a), k \in \mathbb{R}$, com $a \in \mathbb{R}$.

Numa das opções está(ão) o(s) valor(es) de $a$ para o(s) qual(ais) a reta $r$ é estritamente paralela ao plano $\beta$.

Em qual delas?

(A) $a = 0 \vee a = 1$

(B) $a = 0 \vee a = \frac{1}{4}$

(C) $a = \frac{1}{2}$

(D) $a = 0 \vee a = \frac{1}{2}$

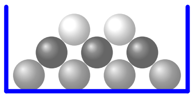
4. Na figura 1 está uma caixa $A$. Na caixa $A$ estão três bolas pretas, duas bolas brancas e quatro bolas cinzentas.

Vão ser retiradas, sucessivamente e sem reposição, as bolas da caixa $A$, e colocadas em fila sobre uma mesa.

Quantas sequências distintas podem ser constituídas?

Numa das opções está a expressão que dá esse número.

Em qual delas?



$caixa A$

Figura 1

$(A)$ $\frac{9!}{3 \times 2 \times 4}$ $(B)$ $\frac{9!}{3! + 2! + 4!}$ $(C)$ $\frac{9!}{3! \times 2! \times 4!}$ $(D)$ $9!$

5. Numa certa linha do triângulo de Pascal o produto de quatro dos seus elementos (os dois primeiros e os dois últimos elementos) é igual a 81. Qual é o maior elemento da linha seguinte?
Numa das opções está a resposta a esta questão.
Em qual delas?

$(A)$ 252 $(B)$ 126 $(C)$ 462 $(D)$ 330

## GRUPO II

Nas questões deste grupo, apresenta o teu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiveres de efetuar e todas as justificações que entenderes necessárias.
**Atenção:** Quando para um resultado não é pedida aproximação pretende-se sempre o valor exato.

1. Considera dois conjuntos $A$ e $B$ de um universo $U$.

Mostra que $(\overline{A} \setminus \overline{B}) \cap (A \cup B) = \overline{A} \cap B$

2. Considera o desenvolvimento de $\left(\frac{2}{y} - \frac{y^2}{\sqrt{y}}\right)^{16}$, com $y > 0$.

Existe um termo do desenvolvimento da forma $ay^{-11}$.
Determina o valor de $a$.

3. Considera o conjunto $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$
Utilizando números como os do conjunto $A$, vão ser escritos números de seis algarismos.

3.1. Quantos números podem ser escritos, sabendo que são maiores do que 300000 e são pares?

3.2. Escolhido um desses números que vão ser escritos, determina a probabilidade de o número iniciar com um número par, terminar com um número ímpar e ter os algarismos todos diferentes.
Apresenta o resultado arredondado às centésimas.

4. Numa turma do 12° ano de uma escola secundária há rapazes e raparigas, uns com 16 anos e outros com 17 anos.
   Sabe-se que:

   - 70% dos alunos tem 17 anos;
   - dos que têm 16 anos, $\frac{1}{3}$ são raparigas;
   - dos que têm 17 anos, $\frac{6}{7}$ são rapazes;

   Escolhe-se um aluno da turma, ao acaso.

   Qual é a probabilidade de o aluno ter 17 anos, sabendo que é rapariga?

5. No referencial o.n. $Oxyz$, da figura 2, está representado um sólido que pode ser decomposto em duas pirâmides $[ABCOV]$ e $[DEFGV]$, quadrangulares regulares.

   Sabe-se que:

   - $A$ pertence ao semieixo positivo das abcissas;
   - $C$ pertence ao semieixo positivo das cotas;
   - $G$ pertence ao semieixo positivo das ordenadas;
   - a face $[ABCO]$ de uma das pirâmides está contida no plano $xOz$;
   - a face $[DEFG]$ da outra pirâmide é paralela ao plano $xOz$;
   - os pontos $B$, $C$, $E$ e $F$, estão contidos no plano de equação $z = 2$;
   - $A$ tem coordenadas $(2, 0, 0)$ e $D$ tem coordenadas $(2, 6, 0)$;
   - as duas pirâmides têm a mesma altura.

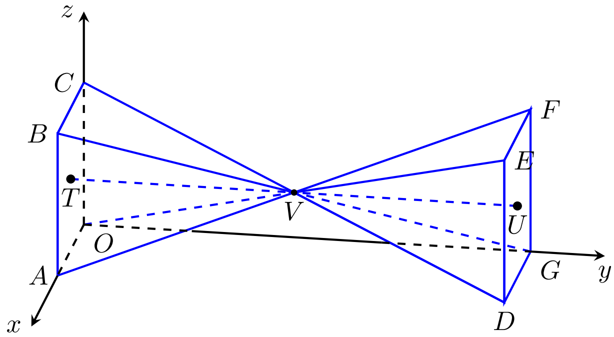



Figura 2

   5.1. Escreve uma equação vetorial da reta $AF$.

   5.2. Escreve a equação do plano mediador do segmento de reta $[AV]$.

   5.3. Vão ser coloridas as faces do sólido.
   Para o efeito, estão disponíveis onze cores, a saber: vermelho, amarelo, castanho, preto, cinzento, azul, roxo, verde, cor-de-laranja, cor-de-rosa e lilás.

   5.3.1. De quantas maneiras distintas se podem colorir as faces do sólido, se numa das pirâmides só se utilizarem as cores, vermelho, amarelo, castanho, preto, azul e cinzento, e na outra pirâmide se utilizam as restantes cores?

   5.3.2. De quantas maneiras distintas se podem colorir as faces do sólido, sabendo que não pode haver faces coloridas com a mesma cor, e numa das pirâmides só se podem usar as cores castanho, preto, cinzento, azul, roxo?

6. Na figura 3 está representado um tabuleiro dividido em 16 quadrados geometricamente iguais, e na figura 4 está representada uma caixa $A$ com quatro bolas brancas, três bolas pretas e três bolas cinzentas.

Sabe-se que:

- as bolas pretas não se distinguem;
- as bolas brancas não se distinguem;
- as bolas cinzentas estão numeradas de 1 a 3.

Vão ser retiradas as bolas da caixa e colocadas nos quadrados do tabuleiro, de modo que cada bola só ocupe um dos 16 quadrados. De quantas maneiras distintas pode ser feita esta distribuição?

Uma resposta possível para este problema é
$^{16}C_{10} \times ^{10}C_4 \times ^{6}C_3 \times ^{3}A_3$

Numa pequena composição, explica esta resposta.

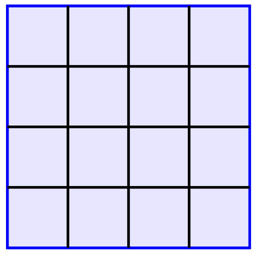


Figura 3

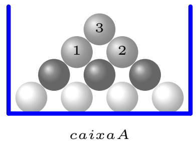



Figura 4

**FIM**

**COTAÇÕES**

**GRUPO I**

| | | |
|---|---|---|
| **1.** a **5.** | ............................. (5 x 8 pontos) .......................... | 40 pontos |
| | | **40 pontos** |

**GRUPO II**

| | | |
|---|---|---|
| **1.** | | |
| | ........................................................................... | 15 pontos |
| **2.** | | |
| | ........................................................................... | 20 pontos |
| **3.** | | |
| **3.1** | ........................................................................... | 15 pontos |
| **3.2** | ........................................................................... | 15 pontos |
| **4.** | | |
| | ........................................................................... | 20 pontos |
| **5.** | | |
| **5.1** | ........................................................................... | 15 pontos |
| **5.2** | ........................................................................... | 16 pontos |
| **5.3** | | |
| **5.3.1** | ........................................................................... | 10 pontos |
| **5.3.2** | ........................................................................... | 16 pontos |
| **6.** | | |
| | ........................................................................... | 18 pontos |
| | | **160 pontos** |
| | **TOTAL ....................** | **200 pontos** |