



Nome: \_\_\_\_\_

Ano / Turma: \_\_\_\_\_ N.º: \_\_\_\_\_

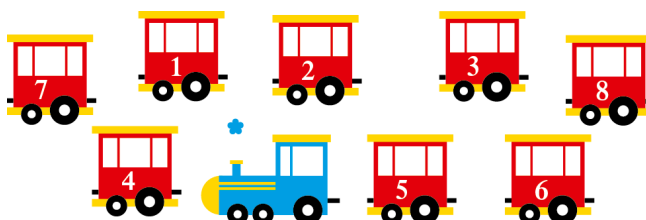
Data: \_\_\_\_ - \_\_\_\_ - \_\_\_\_

- Não é permitido o uso de corretor. Deves riscar aquilo que pretendes que não seja classificado.
- A prova inclui um formulário.
- As cotações dos itens encontram-se no final do enunciado da prova.

### CADERNO 1

(É permitido o uso de calculadora gráfica.)

1. O Rui vai montar um comboio constituído por uma máquina e oito carruagens numeradas de 1 a 8.



A montagem deve ser feita de modo que duas carruagens consecutivas não podem ter ambas números ímpares ou números pares, tal como é exemplificado a seguir.



Nestas condições, quantas são as possibilidades de montagem?

- (A) 576                      (B) 1152  
(C) 1728                    (D) 192
2. Considera, em  $\mathbb{C}$ , conjunto dos números complexos, a condição:

$$|z - i| \leq 1 \wedge 0 \leq \text{Arg}(z) \leq \frac{\pi}{4}$$

No plano complexo, esta condição define uma região.

Qual é a área dessa região, arredondada às centésimas?

- (A) 0,29                      (B) 2,64  
(C) 1,07                      (D) 0,37

3. Considera, em  $\mathbb{C}$ , conjunto dos números complexos,  $z_1 = 3 + i$  e  $z_2 = \frac{-z_1}{i}$ .

Para um número real  $\theta$ , pertencente ao intervalo  $\left] \pi, \frac{3\pi}{2} \right[$ , o número complexo  $z = e^{i\theta}$  verifica a condição  $|z - z_1| = |z - z_2|$ .

Determina o valor de  $\theta$  arredondado às centésimas.

4. Um ponto  $P$  desloca-se numa reta numérica, no intervalo de tempo  $I = [0, 10]$  (medido em segundos), de tal forma que a abcissa, no instante  $t$  é dada por

$$x(t) = -2 \sin\left(\frac{\pi t}{3} + \pi\right)$$

- 4.1. Recorre às capacidades gráficas da calculadora e determina, no intervalo de tempo considerado, o número de vezes em que a distância do ponto  $P$  à origem é igual a 1,5.

Na resposta deves apresentar:

- a equação do problema;
- a reprodução, num referencial, do(s) gráfico(s) da(s) função(ões) visualizado(s) na calculadora que te permitem identificar o número de soluções da equação.

- 4.2. Sabe-se que  $x(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$ , com  $A > 0$ ,  $\omega > 0$  e  $\varphi \in [0, 2\pi[$ .

Qual é a fase deste oscilador harmónico?

- (A)  $\pi$                       (B)  $\frac{3\pi}{4}$   
(C)  $\frac{\pi}{2}$                       (D)  $\frac{3\pi}{2}$

**FIM (Caderno 1)**

Cotações						Total
Questões – Caderno 1	1.	2.	3.	4.1.	4.2.	
Pontos	12	12	20	19	12	75

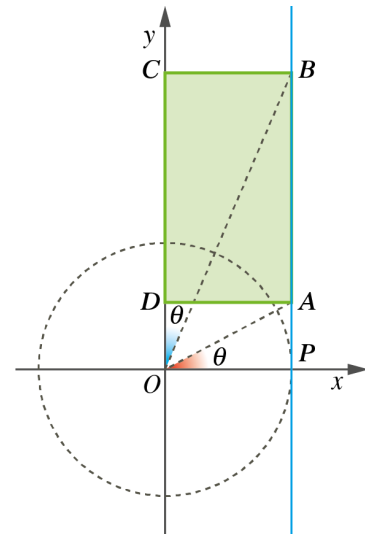
CADERNO 2

(Não é permitido o uso de calculadora.)

5. Na figura, está representada, num referencial o.n.  $xOy$ , a circunferência de centro na origem e raio 1.

Sabe-se que:

- o ponto  $P$  tem coordenadas  $(1, 0)$ ;
- $[ABCD]$  é um retângulo;
- os ângulos  $POA$  e  $BOC$  são geometricamente iguais e cada um deles tem amplitude  $\theta$ , com  $\theta \in \left]0, \frac{\pi}{4}\right[$ .



Seja  $f$  a função, de domínio  $\left]0, \frac{\pi}{4}\right[$ , em que  $f(\theta)$  representa a área do retângulo  $[ABCD]$ .

- 5.1. Mostra que  $f(\theta) = \frac{2}{\tan(2\theta)}$ .
- 5.2. Determina uma equação, na forma  $y = mx + b$ ;  $m \in \mathbb{R} \wedge b \in \mathbb{R}$ , da reta tangente ao gráfico de  $f$  no ponto de abcissa  $\frac{\pi}{12}$ .
6. Considera a função  $f$ , de domínio  $]-\pi, +\infty[$ , definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x - \sin\left(\frac{x}{2}\right)}{\sin x} & \text{se } x \in ]-\pi, 0[ \\ 1,5 & \text{se } x = 0 \\ \frac{3e^{3x} - 3e^x}{4x} & \text{se } x \in ]0, +\infty[ \end{cases}$$

Verifica se  $f$  é contínua em  $x = 0$ .

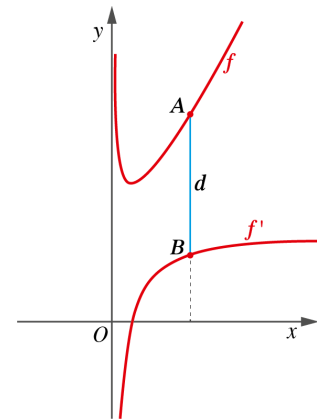
7. Considera a função  $f$ , de domínio  $\mathbb{R}^+$ , definida por  $f(x) = 2x - \ln\left(\frac{x}{4}\right)$ .

Na figura, em referencial o.n.  $Oxy$ , estão representadas as funções  $f$  e  $f'$  (função derivada de  $f$ ).

Sabe-se que os pontos  $A$  e  $B$  têm igual abcissa. O ponto  $A$  pertence ao gráfico de  $f$  e  $B$  pertence ao gráfico de  $f'$ .

A distância entre os pontos  $A$  e  $B$  é dada por  $d(x)$ , em que  $x$  representa a abcissa comum aos pontos  $A$  e  $B$ .

Determina as coordenadas de  $B$  quando a função  $d$  atinge um mínimo.



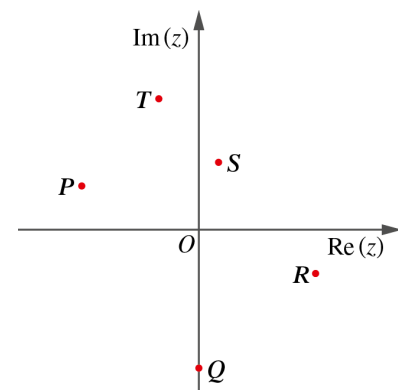
8. Na figura, no plano complexo, estão representados cinco pontos:  $P$ ,  $Q$ ,  $R$ ,  $S$  e  $T$ .

Sabe-se que:

- o ponto  $P$  é o afixo de um número complexo  $z$ ;
- $w = \frac{\bar{z}}{i}$

O afixo do número complexo  $w$  pode ser:

- (A) o ponto  $S$                       (B) o ponto  $Q$   
(C) o ponto  $T$                       (D) o ponto  $R$



9. Em  $\mathbb{C}$ , conjunto dos números complexos, considera  $w = \frac{1+i^{17}}{\sqrt{3}-i}$ .

Sabe-se que  $w$  é uma das raízes cúbicas de um número complexo  $z$ .

Determina a raiz cúbica de  $z$ , cujo afixo, no plano complexo, pertence ao quarto quadrante.

Apresenta o resultado na forma trigonométrica com argumento pertencente ao intervalo  $\left] \frac{3\pi}{2}, 2\pi \right[$ .

10. Em  $\mathbb{C}$ , conjunto dos números complexos, considera  $z = \frac{i^{33} - (1+i)^2}{2\cos^2 \theta + i\sin(2\theta)}$ , com  $\theta \in ]0, \pi[$ .

10.1. Mostra que  $z = \frac{1}{2\cos \theta} \times e^{\left(\frac{3\pi}{2} - \theta\right)i}$ .

10.2. Considera o resultado  $z = \frac{1}{2\cos \theta} \times e^{\left(\frac{3\pi}{2} - \theta\right)i}$  e representa  $z$ , na forma:

a) algébrica, se  $\theta = \frac{\pi}{4}$ ;

b) trigonométrica, se  $\theta = \frac{2\pi}{3}$ .

**FIM (Caderno 2)**

Cotações										Total
Questões – Caderno 2	5.1.	5.2.	6.	7.	8.	9.	10.1.	10.2. a)	10.2. b)	
Pontos	14	15	12	15	12	15	12	15	15	125

## FORMULÁRIO

### GEOMETRIA

**Comprimento de um arco de circunferência:**  $\alpha r$   
( $\alpha$  : amplitude, em radianos, do ângulo ao centro;  $r$  : raio)

**Área de um polígono regular:** Semiperímetro  $\times$  Apótema

**Área de um setor circular:**  $\frac{\alpha r^2}{2}$

( $\alpha$  : amplitude, em radianos, do ângulo ao centro;  $r$  : raio)

**Área lateral de um cone:**  $\pi r g$

( $r$  : raio da base;  $g$  : geratriz)

**Área de uma superfície esférica:**  $4\pi r^2$

( $r$  : raio)

**Volume de uma pirâmide:**  $\frac{1}{3} \times$  Área da base  $\times$  Altura

**Volume de um cone:**  $\frac{1}{3} \times$  Área da base  $\times$  Altura

**Volume de uma esfera:**  $\frac{4}{3} \pi r^3$  ( $r$  : raio)

### PROGRESSÕES

Soma dos  $n$  primeiros termos de uma progressão ( $u_n$ ):

**Progressão aritmética:**  $\frac{u_1 + u_n}{2} \times n$

**Progressão geométrica:**  $u_1 \times \frac{1 - r^n}{1 - r}$

### TRIGONOMETRIA

$$\sin(a + b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$$

$$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

### COMPLEXOS

$$(\rho \operatorname{cis} \theta)^n = \rho^n \operatorname{cis}(n\theta) \quad \text{ou} \quad (\rho e^{i\theta})^n = \rho^n e^{in\theta}$$

$$\sqrt[n]{\rho \operatorname{cis} \theta} = \sqrt[n]{\rho} \operatorname{cis} \left( \frac{\theta + 2k\pi}{n} \right) \quad \text{ou} \quad \sqrt[n]{\rho e^{i\theta}} = \sqrt[n]{\rho} e^{\frac{\theta + 2k\pi}{n}}$$

$$(k \in \{0, \dots, n-1\} \text{ e } n \in \mathbb{N})$$

### PROBABILIDADES

$$\mu = p_1 x_1 + \dots + p_n x_n$$

$$\sigma = \sqrt{p_1 (x_1 - \mu)^2 + \dots + p_n (x_n - \mu)^2}$$

Se  $X$  é  $N(\mu, \sigma)$ , então:

$$P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) \approx 0,6827$$

$$P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) \approx 0,9545$$

$$P(\mu - 3\sigma < X < \mu + 3\sigma) \approx 0,9973$$

### REGRAS DE DERIVAÇÃO

$$(u + v)' = u' + v'$$

$$(u v)' = u' v + u v'$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' v - u v'}{v^2}$$

$$(u^n)' = n u^{n-1} u' \quad (n \in \mathbb{R})$$

$$(\sin u)' = u' \cos u$$

$$(\cos u)' = -u' \sin u$$

$$(\tan u)' = \frac{u'}{\cos^2 u}$$

$$(e^u)' = u' e^u$$

$$(a^u)' = u' a^u \ln a \quad (a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\})$$

$$(\ln u)' = \frac{u'}{u}$$

$$(\log_a u)' = \frac{u'}{u \ln a} \quad (a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\})$$

### LIMITES NOTÁVEIS

$$\lim \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e \quad (n \in \mathbb{N})$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^p} = +\infty \quad (p \in \mathbb{R})$$

CADERNO 1

1. Podemos ter sequências do tipo

$$\boxed{\text{Maq.}} \boxed{I} \boxed{P} \boxed{I} \boxed{P} \boxed{I} \boxed{P} \boxed{I} \boxed{P} \quad 4! \times 4! \quad \text{ou} \quad \boxed{\text{Maq.}} \boxed{P} \boxed{I} \boxed{P} \boxed{I} \boxed{P} \boxed{I} \boxed{P} \boxed{I} \quad 4! \times 4!$$

Nas condições pretendidas, o número de possibilidades é dado por  $2 \times 4! \times 4!$ , ou seja, 1152.

**Resposta:** Opção (B) 1152

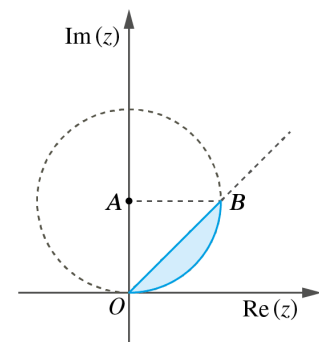
2. Na figura está representada a região definida pela condição

$$|z - i| \leq 1 \wedge 0 \leq \text{Arg}(z) \leq \frac{\pi}{4}$$

A área da referida região é dada por:

$$\frac{\pi \times 1^2}{4} - \frac{1 \times 1}{2} = \frac{\pi - 2}{4}$$

$$\frac{\pi - 2}{4} \approx 0,29$$



**Resposta:** Opção (A) 0,29

3.  $z_1 = 3 + i$ ,  $z_2 = \frac{-z_1}{i} = \frac{-3 - i}{i} = (-3 - i) \times (-i) = -1 + 3i$  e  $z = e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta$

$$|\cos \theta + i \sin \theta - (3 + i)| = |\cos \theta + i \sin \theta - (-1 + 3i)| \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow |(-3 + \cos \theta) + (-1 + \sin \theta)i| = |(1 + \cos \theta) + (-3 + \sin \theta)i|$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(-3 + \cos \theta)^2 + (-1 + \sin \theta)^2} = \sqrt{(1 + \cos \theta)^2 + (-3 + \sin \theta)^2}$$

Daqui resulta:

$$9 - 6 \cos \theta + \cos^2 \theta + 1 - 2 \sin \theta + \sin^2 \theta = 1 + 2 \cos \theta + \cos^2 \theta + 9 - 6 \sin \theta + \sin^2 \theta$$

$$\Leftrightarrow -8 \cos \theta = -4 \sin \theta \Leftrightarrow 2 \cos \theta = \sin \theta$$

No intervalo  $\left] \pi, \frac{3\pi}{2} \right[$ , tem-se  $\tan(\theta) = 2$ .

$$\theta = \arctan(2) + \pi$$

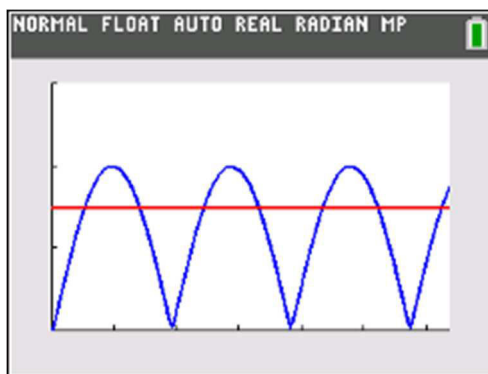
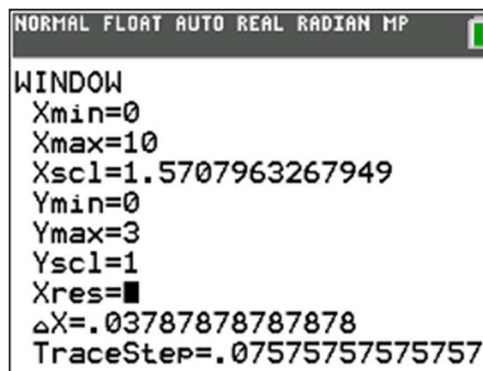
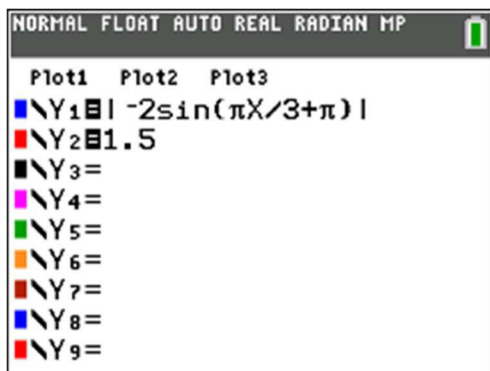
$$\theta \approx 4,25$$

**Resposta:**  $\theta \approx 4,25$

4.1. No intervalo  $I = [0, 10]$  pretende-se identificar o número de soluções da equação

$$|x(t)| = 1,5, \text{ ou seja, } \left| -2\sin\left(\frac{\pi t}{3} + \pi\right) \right| = 1,5.$$

Recorrendo às capacidades gráficas da calculadora, tem-se:



Podemos observar que os gráficos das funções consideradas se intersectam 7 vezes, o que significa que o ponto  $P$  se encontra a uma distância de 1,5 da origem em 7 momentos distintos.

4.2. 
$$x(t) = -2\sin\left(\frac{\pi t}{3} + \pi\right) = 2\sin\left(-\frac{\pi t}{3} - \pi\right) = 2\cos\left(\frac{\pi}{2} - \left(-\frac{\pi t}{3} - \pi\right)\right)$$

$$x(t) = 2\cos\left(\frac{\pi t}{3} + \frac{3\pi}{2}\right)$$

Conclui-se que a fase do oscilador harmónico é  $\frac{3\pi}{2}$ .

**Resposta:** Opção (D)  $\frac{3\pi}{2}$

**FIM**  
**(Caderno 1)**



CADERNO 2

5.1.  $\tan \theta = \frac{\overline{AP}}{1}$ . Daqui resulta que  $\overline{AP} = \tan \theta$ .

$$\tan\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \frac{\overline{PB}}{1} \text{ Daqui resulta que } \overline{PB} = \tan\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right).$$

$$\overline{AB} = \overline{PB} - \overline{PA} = \tan\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) - \tan \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta} - \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{\cos^2 \theta - \sin^2 \theta}{\sin \theta \cos \theta}$$

$$= \frac{2(\cos^2 \theta - \sin^2 \theta)}{2 \sin \theta \cos \theta} = \frac{2 \cos(2\theta)}{\sin(2\theta)} = \frac{2}{\tan(2\theta)}$$

A área do retângulo  $[ABCD]$  é dada por  $\overline{AD} \times \overline{AB}$ , ou seja,  $1 \times \frac{2}{\tan(2\theta)}$ .

Assim, tem-se:  $f(\theta) = \frac{2}{\tan(2\theta)}$ .

5.2.  $f\left(\frac{\pi}{12}\right) = \frac{2}{\tan\left(\frac{\pi}{6}\right)} = \frac{2}{\frac{\sqrt{3}}{3}} = \frac{6}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}$

Ponto de tangência:  $\left(\frac{\pi}{12}, f\left(\frac{\pi}{12}\right)\right) = \left(\frac{\pi}{12}, 2\sqrt{3}\right)$

$$f'(\theta) = \left(\frac{2}{\tan(2\theta)}\right)' = \frac{-2 \times \frac{2}{\cos^2(2\theta)}}{\tan^2(2\theta)} = \frac{-4}{\sin^2(2\theta)}$$

$$f'\left(\frac{\pi}{12}\right) = \frac{-4}{\sin^2\left(\frac{\pi}{6}\right)} = \frac{-4}{\frac{1}{4}} = -16$$

A equação da reta tangente é do tipo  $y = -16x + b$  e passa no ponto de coordenadas

$$\left(\frac{\pi}{12}, 2\sqrt{3}\right). \text{ Então, } 2\sqrt{3} = -\frac{4\pi}{3} + b. \text{ Daqui resulta que } b = 2\sqrt{3} + \frac{4\pi}{3}.$$

Assim, tem-se  $y = -16x + 2\sqrt{3} + \frac{4\pi}{3}$ .

**Resposta:**  $y = -16x + 2\sqrt{3} + \frac{4\pi}{3}$

6. A função  $f$  é contínua em  $x=0$  se e só se  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = f(0)$ .

$$f(0) = 1,5 = \frac{3}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{2x - \sin\left(\frac{x}{2}\right)}{\sin x} = 2 \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x}{\sin x} - \frac{\frac{1}{2} \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin\left(\frac{x}{2}\right)}{\frac{x}{2}}}{\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin x}{x}}$$

Fazendo  $\frac{x}{2} = y$ , tem-se:

$$2 \times \frac{1}{\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin x}{x}} - \frac{\frac{1}{2} \lim_{y \rightarrow 0} \frac{\sin y}{y}}{1} = 2 \times 1 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{3e^{3x} - 3e^x}{4x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{3e^x(e^{2x} - 1)}{4x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{3e^x}{2} \times \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^{2x} - 1}{2x} = \frac{3}{2} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^{2x} - 1}{2x}$$

Fazendo  $2x = t$ , tem-se:

$$\frac{3}{2} \times \lim_{t \rightarrow 0} \frac{e^t - 1}{t} = \frac{3}{2}$$

Como  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = f(0) = \frac{3}{2}$ , conclui-se que  $f$  é contínua em  $x=0$ .

7.  $f(x) = 2x - \ln\left(\frac{x}{4}\right) = 2x - \ln x + \ln 4$



$$f'(x) = (2x - \ln x + \ln 4)' = 2 - \frac{1}{x}$$

$$d(x) = f(x) - f'(x) = 2x - \ln x + \ln 4 - 2 + \frac{1}{x}$$

$$d'(x) = \left(2x - \ln x + \ln 4 - 2 + \frac{1}{x}\right)' = 2 - \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} = \frac{2x^2 - x - 1}{x^2}$$

$$d'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{2x^2 - x - 1}{x^2} = 0 \Leftrightarrow 2x^2 - x - 1 = 0 \wedge x > 0$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{4} \wedge x > 0 \Leftrightarrow \left(x = 1 \vee x = -\frac{1}{2}\right) \wedge x > 0$$

$x$	0		1	$+\infty$
$d'(x)$		-	0	+
$d$			$d(1)$	

A distância é mínima quando a abcissa de  $A$  e de  $B$  é 1.

Assim, o ponto  $B$  tem coordenadas  $(1, f'(1))$ , ou seja,  $(1, 1)$ .

**Resposta:**  $B(1, 1)$

8. Repara que  $w = \frac{\bar{z}}{i} = -i \times \bar{z} = i \times (-\bar{z})$

O afixo do conjugado de  $z$  é o simétrico de  $P$  em relação ao eixo real (4.º quadrante).

O afixo de  $-\bar{z}$  é o simétrico em relação à origem do afixo de  $\bar{z}$  (1.º quadrante).

O afixo de  $i \times (-\bar{z})$  é a imagem do afixo de  $-\bar{z}$  pela rotação de centro  $O$  e amplitude  $\frac{\pi}{2}$ .

A única possibilidade, das apresentadas, é o ponto  $T$ .

**Resposta:** Opção (C) o ponto  $T$

9. 
$$w = \frac{1+i^{17}}{\sqrt{3}-i} = \frac{1+i}{2e^{-\frac{\pi}{6}i}} = \frac{\sqrt{2}e^{i\left(\frac{\pi}{4}\right)}}{2e^{i\left(-\frac{\pi}{6}\right)}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \times e^{i\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{6}\right)} = \frac{\sqrt{2}}{2} \times e^{i\left(\frac{5\pi}{12}\right)}$$

As outras raízes cúbicas de  $z$  são  $w_1$  e  $w_2$ , sendo:

$$w_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} \times e^{i\left(\frac{5\pi}{12}+\frac{2\pi}{3}\right)} = \frac{\sqrt{2}}{2} \times e^{i\left(\frac{13\pi}{12}\right)}$$

$$w_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} \times e^{i\left(\frac{13\pi}{12}+\frac{2\pi}{3}\right)} = \frac{\sqrt{2}}{2} \times e^{i\left(\frac{21\pi}{12}\right)} = \frac{\sqrt{2}}{2} \times e^{i\left(\frac{7\pi}{4}\right)}$$

A raiz cúbica de  $z$  com argumento pertencente a  $\left] \frac{3\pi}{2}, 2\pi \right[$  é  $w_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} \times e^{i\left(\frac{7\pi}{4}\right)}$ .

**Resposta:**  $\frac{\sqrt{2}}{2} \times e^{i\left(\frac{7\pi}{4}\right)}$

10.1. 
$$z = \frac{i - (1 + 2i - 1)}{2 \cos \theta (\cos \theta + i \sin \theta)} = \frac{-i}{2 \cos \theta \times e^{i\theta}} = \frac{e^{i\left(\frac{3\pi}{2}\right)}}{2 \cos \theta \times e^{i\theta}} = \frac{1}{2 \cos \theta} \times e^{i\left(\frac{3\pi}{2} - \theta\right)}$$

$$z = \frac{1}{2 \cos \theta} \times e^{i\left(\frac{3\pi}{2} - \theta\right)}$$

10.2.

a) Se  $\theta = \frac{\pi}{4}$ , 
$$z = \frac{1}{2 \cos \frac{\pi}{4}} \times e^{i\left(\frac{3\pi}{2} - \frac{\pi}{4}\right)} = \frac{1}{2 \times \frac{\sqrt{2}}{2}} \times e^{i\left(\frac{5\pi}{4}\right)} = \frac{\sqrt{2}}{2} \left( \cos \frac{5\pi}{4} + i \sin \frac{5\pi}{4} \right)$$

$$z = \frac{\sqrt{2}}{2} \left( -\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i \right) = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$$

**Resposta:**  $z = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$

$$\text{b) Se } \theta = \frac{2\pi}{3}, z = \frac{1}{2\cos\frac{2\pi}{3}} \times e^{i\left(\frac{3\pi}{2} - \frac{2\pi}{3}\right)} = \frac{1}{-1} \times e^{i\left(\frac{5\pi}{6}\right)} = e^{i\pi} \times e^{i\left(\frac{5\pi}{6}\right)} = e^{i\left(\frac{11\pi}{6}\right)}$$

$$z = e^{i\left(\frac{11\pi}{6}\right)}$$

**Resposta:**  $z = e^{i\left(\frac{11\pi}{6}\right)}$

**FIM**  
**(Caderno 2)**