

VERSÃO 1

Grupo I

Na resposta a cada um dos itens deste grupo, seleccione a única opção correta.

Escreva, na folha de respostas:

- o número do item;
- a letra que identifica a única opção escolhida.

Não apresente cálculos, nem justificações.

1. Seja  $\Omega$ , conjunto finito, o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória e sejam  $A$ ,  $B$  e  $C$  três acontecimentos ( $A \subset \Omega$ ,  $B \subset \Omega$  e  $C \subset \Omega$ ).

Sabe-se que:

- $P(A) = 0,3$
- $P(C | A) = 0,8$
- $B$  e  $C$  são incompatíveis

Qual é o valor de  $P[(A \cup B) \cap C]$ ?

- (A) 0,11 (B) 0,15 (C) 0,2 (D) 0,24

2. Seja  $n$  um número natural e  $a$  um número real.

Ao lado está a distribuição de probabilidades de uma certa variável aleatória  $X$

$x_i$	1	2
$P(X = x_i)$	$\frac{n}{n+n!}$	$a$

Qual é o valor de  $a$ ?

- (A)  $\frac{n-1}{n+n!}$  (B)  $\frac{(n-1)!+1}{n!}$  (C)  $\frac{(n-1)!}{(n-1)!+1}$  (D)  $\frac{n!}{(n-1)!+1}$

3. Considere a função definida por  $h(x) = \ln(5k + x)$ , com  $k \in \mathbb{R}$

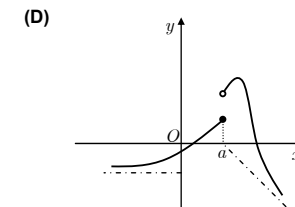
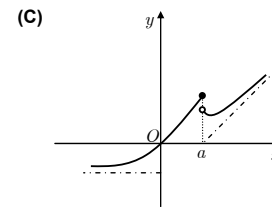
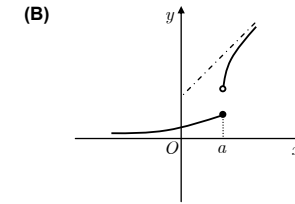
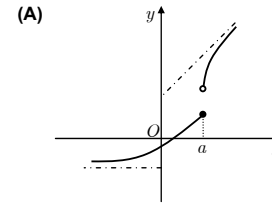
Sabendo que  $x = -3$  é a equação da assíntota do gráfico de  $h$ , qual é o valor de  $k$ ?

- (A)  $\frac{3}{5}$  (B)  $\frac{5}{3}$  (C)  $-\frac{3}{5}$  (D)  $-\frac{5}{3}$

4. Sejam  $f$  uma função de domínio  $\mathbb{R}$  e  $a$  um número real positivo tais que:

- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$
- $f'(a^+) = +\infty$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 1$

Qual das opções seguintes pode representar parte do gráfico da função  $f$ ?



5. Considere a função  $f$ , decrescente em  $\mathbb{R}$ , parcialmente representada no referencial o.n.  $xOy$  do lado.

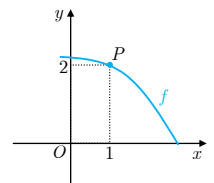
Tal como sugere a figura, o ponto  $P(1,2)$  pertence ao gráfico de  $f$

Considere ainda:

- a sucessão de termo geral  $a_n = \log_4 \left( \frac{4n+1}{n} \right)$
- a função, de domínio  $\mathbb{R} \setminus \{0,1\}$ , definida por  $g(x) = \frac{f(x)-2}{x^2-x}$

Qual dos seguintes pode ser o valor de  $\lim_{n \rightarrow \infty} g(a_n)$ ?

- (A)  $-\frac{5}{9}$  (B) 0 (C)  $\frac{3}{8}$  (D)  $+\infty$





### COTAÇÕES

Grupo I (50 pontos)	Cada resposta certa: 10	Cada questão errada, não respondida ou anulada: 0
------------------------	-------------------------	---

Grupo II (150 pontos)	1.....30	2.....30	3.....25	4.....30	5.....20	6.....15
	1.1.....15	2.1.....10	3.1.....10	4.1.....15		
	1.2.....15	2.2.....20	3.2.....15	4.2.....15		

## Formulário

### Probabilidades

$$\mu = p_1 x_1 + \dots + p_n x_n$$

$$\sigma = \sqrt{p_1(x_1 - \mu)^2 + \dots + p_n(x_n - \mu)^2}$$

Se  $X$  é  $N(\mu, \sigma)$ , então:

$$P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) \approx 0,6827$$

$$P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) \approx 0,9545$$

$$P(\mu - 3\sigma < X < \mu + 3\sigma) \approx 0,9973$$

### Limites notáveis

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e \quad (n \in \mathbb{N})$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} x}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x+1)}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^p} = +\infty \quad (p \in \mathbb{R})$$

### Regras de derivação

$$(u + v)' = u' + v'$$

$$(uv)' = u'v + uv'$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

$$(u^n)' = nu^{n-1}u' \quad (n \in \mathbb{R})$$

$$(\operatorname{sen} u)' = u' \cos u$$

$$(\cos u)' = -u' \operatorname{sen} u$$

$$(\operatorname{tg} u)' = \frac{u'}{\cos^2 u}$$

$$(e^u)' = u' e^u$$

$$(a^u)' = u' a^u \ln a \quad (a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\})$$

$$(\ln u)' = \frac{u'}{u}$$

$$(\log_a u)' = \frac{u'}{u \ln a} \quad (a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\})$$