

1.º Período 29/10/15 Duração: 90 minutos

Nome: N.º:

Classificação: O professor:

VERSÃO 1

Grupo I

Na resposta a cada um dos itens deste grupo, seleccione a única opção correta.

Escreva, na folha de respostas:

- o número do item;
- a letra que identifica a única opção escolhida.

Não apresente cálculos, nem justificações.

1. Seja Ω , conjunto finito, o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória e sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$).

Sabe-se que:

- $P(\bar{B}) = 0,6$
- $P(\bar{A} \cup \bar{B}) = 0,9$

Indique o valor de $P(A | B)$

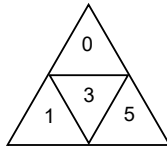
- (A) 0,1 (B) 0,15 (C) 0,2 (D) 0,25

2. Considere a experiência de se lançar, duas vezes, um dado tetraédrico equilibrado, cuja planificação se encontra ao lado.

Admita que se regista o produto dos números saídos.

- 2.1. Quantos são os elementos elementares desta experiência?

- (A) 7 (B) 10 (C) 13 (D) 16



- 2.2. “- Existem muitos exemplos de três números ímpares consecutivos que sejam números primos? [questão inserida num teste para entrevistas de emprego na Microsoft]

- Claro que não – respondeu, levando o copo de cerveja à boca.
- Oh? E porque não?
- Deves julgar que sou estúpida. Numa sequência de cinco números consecutivos, um dos números ímpares tem de ser divisível por três.”

CAÇADORES DE CABEÇAS, Jo Nesbo

Sejam I o acontecimento «O produto é um número ímpar» e J o acontecimento «O produto é um número primo»

Qual é o valor de $P(I \setminus J)$?

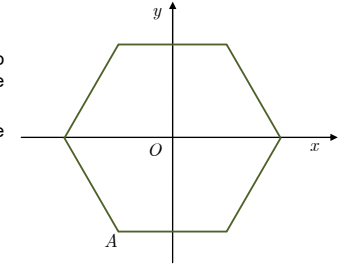
- (A) 0 (B) $\frac{1}{8}$ (C) $\frac{5}{16}$ (D) 1

3. Na figura do lado está representado um hexágono regular centrado na origem de um referencial o.n. xOy

Tal como sugere essa figura, cada quadrante contém um vértice do hexágono (estando os outros dois no eixo Ox), sendo o ponto A o vértice do terceiro quadrante.

Ao escolher, ao acaso, dois vértices do hexágono, qual é a probabilidade de eles definirem uma reta de declive positivo e que contenha o ponto A ?

- (A) $\frac{2}{3}$ (B) $\frac{1}{3}$
 (C) $\frac{4}{15}$ (D) $\frac{2}{15}$



4. Considere a sucessão definida por $u_n = {}^{n+6}A_2 - n - 5$

Qual das expressões seguintes pode também definir esta sucessão?

- (A) $(n + 5)^2$ (B) $(n + 5)^3$ (C) $(n + 6)(n + 5)$ (D) $\frac{n+6}{n+5}$

Grupo II

Nas respostas a cada um dos itens deste grupo apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.

Atenção: quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

1. 1.1. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória.

Sabe-se que:

- A e B são dois acontecimentos de Ω , ambos com probabilidade não nula;
- A e $B|A$ são acontecimentos equiprováveis.

Mostre que

$$P(A | B) = \frac{[P(A)]^2}{P(A \cup B) - P(A) \times P(\bar{A})}$$

- 1.2. Os habitantes de um certo bairro costumam jogar Frisbee.

Sabe-se que:

- 60% dos habitantes do bairro são homens;
- de entre os homens do bairro, 3 em 5 gostam de jogar Frisbee;
- de entre os jogadores de Frisbee, 90% são homens.

Escolhe-se, ao acaso, um habitante do bairro.

Qual é a probabilidade de ele ser um homem ou gostar de jogar Frisbee?

Nota: Se o desejar, utilize a igualdade referida em 1.1. Neste caso, deverá começar por caracterizar claramente os acontecimentos A e B , no contexto da situação apresentada.



2. Num saco estão várias bolas indistinguíveis ao tato, verdes e amarelas. Algumas das bolas contêm letras e outras contêm números.

2.1. Retira-se uma bola ao acaso do saco.

Sejam V e L os acontecimentos:

V : «A bola retirada é verde»

L : «A bola retirada contém uma letra»

Sabe-se que:

• $P(V) = \frac{1}{4}$

• $P(L) = \frac{1}{3}$

• $P(\bar{L} | V) = \frac{2}{3}$

2.1.1. Averigue se os acontecimentos V e L são independentes.

2.1.2. Determine a probabilidade de sair uma bola amarela com um número.

2.2. “Diana e eu tínhamos discutido demoradamente o código [do alarme] antes de chegarmos a um consenso. (...) insisti num conjunto aleatório de letras e números que não seria possível adivinhar.”

CAÇADORES DE CABEÇAS, Jo Nesbo

Suponha agora que no saco estão dez bolas com as letras de A a J e oito bolas com os números de 1 a 8.

Extraem-se, uma de cada vez e sem reposição, seis bolas.

Sabe-se que as duas primeiras contêm letras e as outras quatro contêm números.

Qual é a probabilidade de as letras serem vogais e os números serem todos pares?

Apresente o resultado na forma de dízima, com cinco casas decimais.

2.3. Considere agora que, no total, há no saco n bolas, metade verdes e metade amarelas.

Extraem-se, ao acaso, duas bolas do saco.

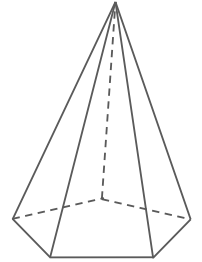
Sabe-se que a probabilidade de essas duas bolas serem verdes é $\frac{7}{20}$

Determine o valor de n

Para resolver este problema, percorra as seguintes etapas:

- equacione o problema;
- resolva a equação, sem utilizar a calculadora.

3. Na figura está representada uma pirâmide pentagonal regular. Dispõe-se de oito cores diferentes (branca, preta, amarela e outras cinco) para colorir as seis faces da pirâmide, cada face com uma única cor.



3.1. De quantas maneiras se consegue colorir a pirâmide:

3.1.1. Se a cor preta estiver apenas na base?

3.1.2. Se todas as faces tiverem cores diferentes mas não a branca nem a preta?

3.2. Considere a experiência aleatória que consiste em colorir, ao acaso, as seis faces da pirâmide e sejam A e B os acontecimentos seguintes:

A : «Há pelo menos uma face da pirâmide pintada de preto»

B : «Só há duas faces da pirâmide pintadas de branco»

C : «Só há uma face da pirâmide pintada de amarelo»

Sabe-se que $P((B \cap C) | \bar{A}) = \frac{4 \times 5^3 \times 6C_2}{7^6}$

Elabore uma composição na qual explique a expressão apresentada. Na sua resposta:

- enuncie a regra de Laplace;
- o significado de $P((B \cap C) | \bar{A})$, no contexto da situação descrita;
- explique o número de casos possíveis;
- explique o número de casos favoráveis.

FIM

COTAÇÕES

Grupo I (50 pontos)	Cada resposta certa: 10		Cada questão errada, não respondida ou anulada: 0
Grupo II (150 pontos)	1.....38	2.....70	3.....42
	1.1.....19	2.1.1.....19	3.1.1.....12
	1.2.....19	2.1.2.....16	3.1.2.....11
		2.2.....16	3.2.....19
		2.3.....19	