TESTE DE MATEMÁTICA 9.º ano

Nome: ______________________ Nº:________ Turma: ________

Duração: 90 minutos Classificação: ______________________

1. Considera duas caixas, A e B.

A caixa A tem quatro bolas numeradas, indistinguíveis ao tato: uma com o número 1, uma com o número 2, uma com o número 7 e outra com o número 9.

A caixa B tem três bolas numeradas, igualmente indistinguíveis ao tato: uma com o número 3, uma com o número 4 e uma com o número 11.

1.1. O Pedro retirou, ao acaso, uma bola da caixa A.

Qual é a probabilidade de ele ter retirado uma bola com um número primo inscrito.

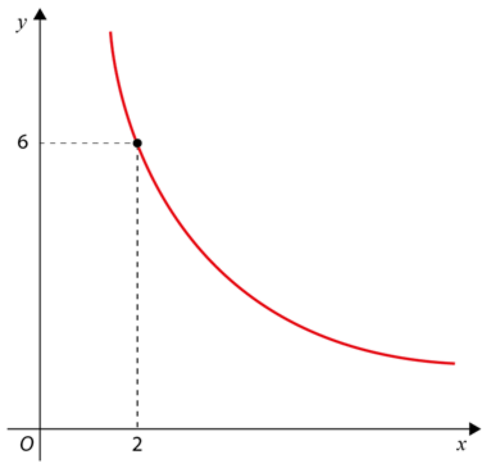
Apresenta o resultado na forma de fração irredutível.

1.2. Considera a constituição inicial das duas caixas. O Pedro retirou, ao acaso, uma bola da caixa A e uma bola da caixa B.

Qual é a probabilidade de o produto dos números inscritos nas bolas retiradas ser um número par? Mostra como chegaste à tua resposta. Apresenta o resultado na forma de fração irredutível.

Sugestão: Começa por construir uma tabela de dupla entrada ou um diagrama de árvore.

2. Na figura está representado, num referencial cartesiano, o gráfico de uma função de proporcionalidade inversa.

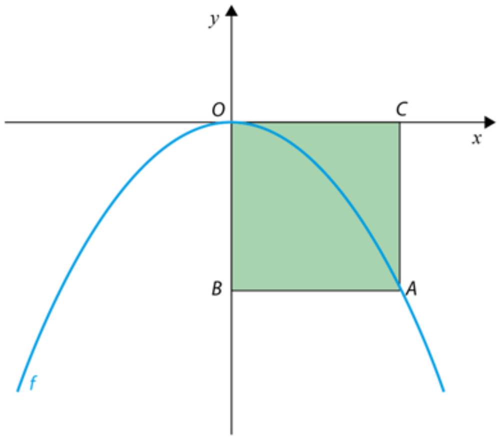


O ponto de coordenadas $(2, 6)$ pertence ao gráfico da função.

Determina o valor da abcissa do ponto de interseção do gráfico da função com a reta de equação $y = 4$.

Fátima Cerqueira Magro
Fernando Fidalgo
Pedro Louçano

3. Na figura estão representados, num referencial cartesiano, parte do gráfico de uma função quadrática f e o quadrado $[OBAC]$. Sabe-se que:



- O é a origem do referencial;
- o ponto A pertence ao gráfico da função e tem abcissa positiva;
- o ponto B pertence ao eixo das ordenadas e o ponto C ao eixo das abcissas;
- o quadrado $[OBAC]$ tem 16 unidades de área;
- a função f é definida por $f(x) = ax^2$, sendo a um número negativo.

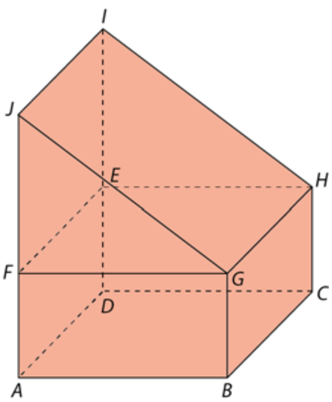
3.1. Calcula o valor de a. Apresenta todos os cálculos que efetuares.

3.2. Admite agora que $f(x) = -\frac{1}{4}x^2$.

Resolve a equação $f(x) = x - 3$. Apresenta todos os cálculos que efetuares.

4. Na figura encontra-se representado o sólido $[ABCDIJGH]$, que se pode decompor num prisma reto de bases quadradas, $[ABCDEFGH]$, e num prisma triangular reto, $[FGHEIJ]$.

O sólido não está desenhado à escala.



4.1. Selecionaram-se, ao acaso, duas das letras da figura.

Qual é a probabilidade de terem sido selecionadas duas vogais, sabendo que as letras selecionadas correspondem a vértices do prisma triangular reto?

4.2. Qual das seguintes retas é concorrente com a reta AF?

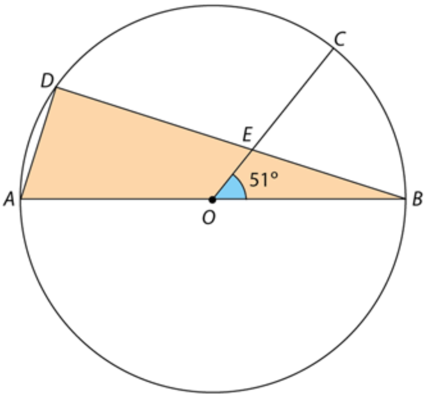
[A] BC **[B]** GB **[C]** EH **[D]** GJ

4.3. Utilizando as letras da figura, indica uma reta paralela ao plano JIH que não esteja contida neste plano.

4.4. Determina o volume do sólido $[ABCDIJGH]$, supondo que $\overline{AB} = 4$ cm, $\overline{JG} = 5$ cm e $\overline{FA} = \frac{2}{3}\ \overline{FJ}$. Apresenta o resultado em cm^3. Apresenta os cálculos que efetuares.

5. Na figura está representada uma circunferência de diâmetro [*AB*] e centro *O*. Sabe-se que:

- os pontos *C* e *D* pertencem à circunferência;
- o segmento de reta [*AD*] é um dos lados de um decágono regular inscrito na circunferência;
- os segmentos de reta [*DB*] e [*OC*] intersetam-se em *E*;
- $B\hat{O}E = 51°$.



5.1. Mostra que a amplitude do arco *AD* é $36°$.

5.2. Determina, em graus, $B\hat{E}C$.

5.3. Qual é o ponto equidistante dos três vértices do triângulo [*ADB*]?

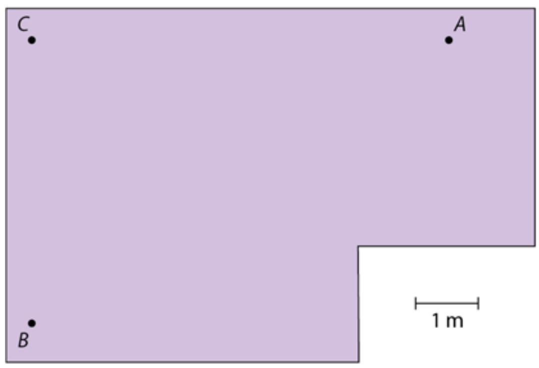
[A] O ponto de interseção das três alturas.

[B] O ponto de interseção das três medianas.

[C] O ponto de interseção das bissetrizes dos três ângulos internos.

[D] O ponto de interseção das mediatrizes dos três lados.

6. Uma empresa de segurança vai colocar um extintor num espaço comercial. Na figura encontra-se uma planta desse espaço.



A colocação do extintor deve obedecer a determinadas regras:

- estar à mesma distância dos pontos *A* e *B*;
- estar a menos de três metros do ponto *C*.

Atendendo às condições referidas, assinala na figura a zona onde é possível colocar o extintor.

7. Resolve a inequação seguinte.

$$\frac{3+4x}{2} \geq 3(x-2)$$

Apresenta o conjunto-solução na forma de um intervalo de números reais.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

8. Considera os conjuntos $A = \left]-\infty, -\frac{5}{2}\right[$ e $B = [-\pi, 7[$.

8.1. Escreve o conjunto $A \cap B$ na forma de um intervalo de números reais.

8.2. Seja n o maior número natural tal que $\left[-12, -\sqrt{n}\right] \cap B$ é um conjunto não vazio.

Qual é o valor de n?

[A] 1 **[B]** 4 **[C]** 9 **[D]** 16

Questão	1.1	1.2	2.	3.1	3.2	4.1	4.2	4.3	4.4	5.1	5.2	5.3	6.	7.	8.1	8.2
Cotação	5	8	8	6	8	6	5	6	8	5	8	5	6	6	5	5

Formulário

Números

Valor aproximado de π (pi): 3,14159

Geometria

Áreas

Losango: $\frac{\text{Diagonal maior} \times \text{Diagonal menor}}{2}$

Trapézio: $\frac{\text{Base maior}+\text{Base menor}}{2} \times \text{Altura}$

Superfície esférica: $4\pi r^2$, sendo r o raio da esfera.

Volumes

Prisma e cilindro: Área da base $\times$ Altura

Pirâmide e cone: Área da base $\times$ Altura

Esfera: $\frac{4}{3}\pi r^3$, sendo r o raio da esfera.

Proposta de Resolução

1.

1.1. Bolas da caixa A: $\{1, 2, 7, 9\}$

Bolas da caixa A com um número primo inscrito: $\{2, 7\}$

X: "Retirar uma bola da caixa A com um número primo inscrito."

$$P(X) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

1.2.

×	1	2	7	9
3				
4				
11				

Produto par

Y: "O produto dos números inscritos nas bolas retiradas é par."

$$P(Y) = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

2. Na figura encontra-se representada uma função de proporcionalidade inversa. Desta forma, a função pode ser dada por uma expressão da forma $f(x) = \frac{a}{x}, a > 0$.

Como o ponto de coordenadas $(2, 6)$ pertence ao gráfico da função, tem-se:

$$6 = \frac{a}{2} \Leftrightarrow a = 6 \times 2 \Leftrightarrow a = 12$$

Assim, $f(x) = \frac{12}{x}$.

Como se pretende encontrar a abcissa do ponto de interseção do gráfico da função f com a reta de equação $y = 4$, tem-se que:

$$4 = \frac{12}{x} \Leftrightarrow x = \frac{12}{4} \Leftrightarrow x = 3$$

Logo, a abcissa do ponto pedido é 3.

3.

3.1. Como o quadrado $[OBAC]$ tem 16 unidades de área, $\overline{OC}^2 = 16 \Rightarrow \overline{OC} = 4$.

Assim, $A(4, -4)$.

Desta forma, atendendo a que a função f é definida por $f(x) = ax^2$ e que A pertence ao gráfico de f, tem-se que:

$$-4 = a(4)^2 \Leftrightarrow a = -\frac{4}{16} \Leftrightarrow a = -\frac{1}{4}$$

Fátima Cerqueira Magro
Fernando Fidalgo
Pedro Louçano

3.2. $-\frac{1}{4}x^2 = x - 3 \Leftrightarrow -\frac{1}{4}x^2 - x + 3 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 4x - 12 = 0$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4\times 1 \times (-12)}}{2\times 1}$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{-4\pm\sqrt{64}}{2}$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{-4\pm 8}{2}$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{4}{2} \vee x = \frac{-12}{2}$$
$$\Leftrightarrow x = 2 \vee x = -6$$

$\text{C. S.} = \{-6, 2\}$

4.

4.1. Letras correspondentes a vértices do prisma triangular reto: $\{F, G, H, E, I, J\}$

Vogais correspondentes a vértices do prisma triangular reto: $\{E, I\}$

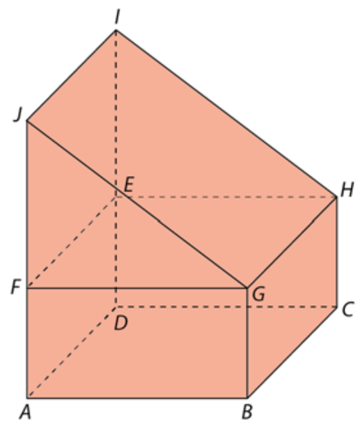
Z: "Selecionar duas vogais, sabendo que as letras selecionadas correspondem a vértices do prisma triangular reto."

$$P(Z) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

4.2. Opção [D].

4.3. Por exemplo, a reta *FE*.

4.4. $V_{[ABCDIJGH]} = V_{[ABCDEFGH]} + V_{[FGHEIJ]}$



$V_{[ABCDEFGH]} = \overline{AB} \times \overline{AB} \times \overline{FA}$

$V_{[FGHEIJ]} = \frac{\overline{FG}\times\overline{FJ}}{2} \times \overline{FE} = \frac{\overline{AB}\times\overline{FJ}}{2} \times \overline{AB}$, pois $\overline{FG} = \overline{FE} = \overline{AB}$.

Sabemos que $\overline{FG} = \overline{FE} = \overline{AB} = 4\text{ cm}$ e $\overline{JG} = 5\text{ cm}$.

Assim, pelo teorema de Pitágoras:

$\overline{JG}^2 = \overline{FG}^2 + \overline{FJ}^2 \Leftrightarrow 5^2 = 4^2 + \overline{FJ}^2 \Leftrightarrow 9 = \overline{FJ}^2$

Como $\overline{FJ} > 0$, então $\overline{FJ} = 3\text{ cm}$.

Logo, $\overline{FA} = \frac{2}{3}\ \overline{FJ} \Leftrightarrow \overline{FA} = \frac{2}{3} \times 3\text{ cm} \Leftrightarrow \overline{FA} = 2\text{ cm}$.

Então:

$V_{[ABCDEFGH]} = \overline{AB} \times \overline{AB} \times \overline{FA} = 4\text{ cm} \times 4\text{ cm} \times 2\text{ cm} = 32\text{ cm}^3$

e:

$V_{[FGHEIJ]} = \frac{\overline{AB}\times\overline{FJ}}{2} \times \overline{AB} = \frac{4\text{ cm}\times 3\text{ cm}}{2} \times 4\text{ cm} = 24\text{cm}^3$

pelo que:

$V_{[ABCDIJGH]} = V_{[ABCDEFGH]} + V_{[FGHEIJ]} = 32\text{ cm}^3 + 24\text{ cm}^3 = 56\text{ cm}^3$.

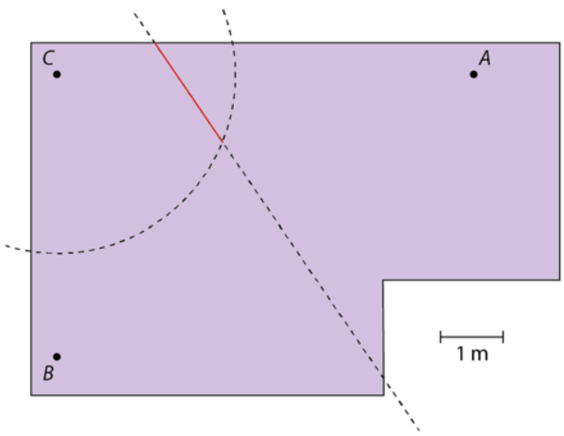
5.

5.1. Um decágono regular tem dez lados geometricamente iguais. Assim, a amplitude de um arco correspondente a um lado do decágono será $\frac{360°}{10} = 36°$. Logo, $\widehat{AD} = 36°$.

5.2. $D\hat{B}E$ é um ângulo inscrito numa circunferência. Como o arco correspondente $\widehat{AD}$ tem $36°$ de amplitude, então $D\hat{B}E = \frac{36°}{2} = 18°$.Por outro lado, $B\hat{E}C$ é um ângulo externo do triângulo [*OEB*]. Desta forma, $B\hat{E}C = 51° + 18° = 69°$.

5.3. Opção [D].

6.



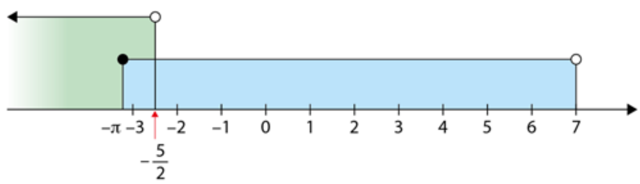
7. $\frac{3+4x}{2} \geq 3(x-2) \Leftrightarrow 3 + 4x \geq 6(x-2) \Leftrightarrow 3 + 4x \geq 6x - 12$

$$\Leftrightarrow 3 + 12 \geq 6x - 4x$$
$$\Leftrightarrow 15 \geq 2x$$
$$\Leftrightarrow \frac{15}{2} \geq x$$
$$\Leftrightarrow x \in \left]-\infty, \frac{15}{2}\right]$$

Logo, $\text{C. S.} = \left]-\infty, \frac{15}{2}\right]$.

8.

8.1. $A \cap B = \left]-\infty, -\frac{5}{2}\right[\cap [-\pi, 7[= \left[-\pi, -\frac{5}{2}\right[$



8.2. Opção [C].