

Nome: \_\_\_\_\_

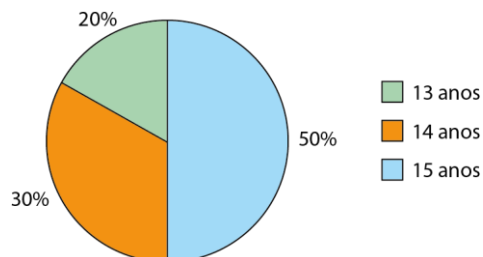
N.º: \_\_\_\_\_

Turma: \_\_\_\_\_

Duração: 90 minutos

Classificação:

1. No gráfico encontra-se a distribuição das idades de todos os alunos da turma do Artur. Sabendo que a turma do Artur é constituída por um número par de elementos, indica o valor do segundo quartil desta distribuição.



[A] 13,5

[B] 14

[C] 14,5

[D] 15

2. Numa peça de teatro, participaram os vinte alunos de uma turma, rapazes e raparigas, distribuídos por quatro grupos, de acordo com a tabela seguinte.

	Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3	Grupo 4
Rapazes	3	2	1	3
Raparigas	1	4	3	3

- 2.1. Selecionou-se, ao acaso, um elemento da turma para fazer a apresentação da peça.

Qual é a probabilidade de ter sido selecionada uma rapariga?

- 2.2. Num dos grupos constituídos, a probabilidade de se escolher, ao acaso, um rapaz é 25%.

Em que grupo tal acontece?

- 2.3. Selecionou-se, ao acaso, um elemento do grupo 1 e um elemento do grupo 2.

Qual é a probabilidade de os elementos selecionados serem do mesmo sexo?

Apresenta o resultado na forma de fração irredutível.

3. O João lançou dois dados cúbicos equilibrados, com as faces numeradas de 1 a 6, e registou o produto dos números obtidos nas faces que ficaram voltadas para cima.

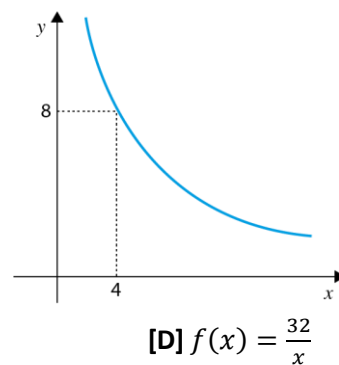
- 3.1. Determina a probabilidade de o produto obtido ser um número inferior a 10.

- 3.2. Sabendo que o produto obtido é um múltiplo de 2, determina a probabilidade de os números saídos nos dados serem ambos pares.

**Sugestão:** começa por construir uma tabela de dupla entrada que caracterize a situação.

4. Na figura está representado, num referencial cartesiano, o gráfico de uma função de proporcionalidade inversa.

Tal como a figura sugere, o ponto de coordenadas (4, 8) pertence ao gráfico da função.



4.1. Em qual das opções seguintes se apresenta uma expressão que defina esta função?

[A]  $f(x) = 2x$

[B]  $f(x) = 32x$

[C]  $f(x) = \frac{2}{x}$

[D]  $f(x) = \frac{32}{x}$

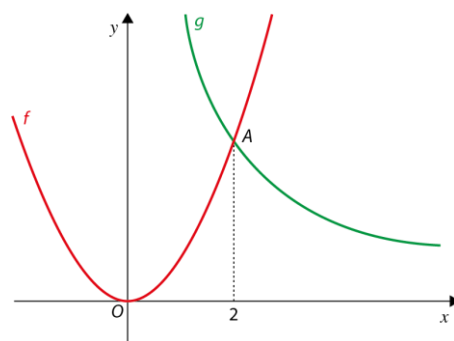
4.2. Sabe-se ainda que o gráfico da função tem um ponto onde a sua ordenada é o dobro da sua abcissa.

Determina as coordenadas desse ponto, sabendo que as mesmas são positivas.

5. No referencial cartesiano da figura, de origem no ponto  $O$ , estão representadas a função quadrática  $f$  e a função de proporcionalidade inversa  $g$ .

Sabe-se que:

- a função  $f$  é dada pela expressão  $f(x) = \frac{3}{4}x^2$ ;
- a função  $g$  é dada por uma expressão da forma  $g(x) = \frac{a}{x}$ , onde  $a > 0$  e  $x > 0$ ;
- o ponto  $A$ , de abcissa 2, resultou da interseção dos gráficos das duas funções.



5.1. Mostra que  $a = 6$ .

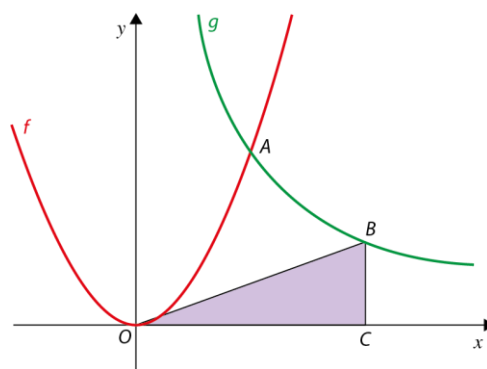
5.2. Na figura encontra-se representado o triângulo  $[OBC]$ .

Sabe-se que:

- o ponto  $B$  pertence ao gráfico da função  $g$ ;
- o triângulo  $[OBC]$  é retângulo em  $C$ ;
- $O$  é a origem do referencial.

Determina a área do triângulo  $[OBC]$ .

Mostra como chegaste ao resultado.



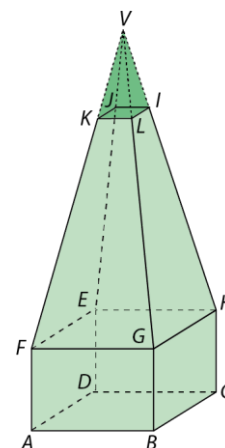
6. Resolve a equação  $35 - (x - 5)^2 = 7x$ . Apresenta todos os cálculos que efetuares.

7. Considera a equação  $x^2 + bx + 25 = 0$ , onde  $b$  representa um número real positivo.

Para que valor de  $b$  a equação tem exatamente uma solução?

- [A] -5                      [B] 5                      [C] -10                      [D] 10

8. Na figura está representado um poliedro composto por um prisma reto de bases quadradas  $[ABCDEFGH]$  e um tronco de pirâmide  $[EFGHIJKL]$  da pirâmide reta de base quadrada  $[EFGHV]$ .



8.1. Indica a posição relativa:

- a) das retas  $AB$  e  $HC$ ;  
 b) da reta  $FG$  relativamente ao plano  $DCH$ ;  
 c) dos planos  $EHI$  e  $ABF$ .

8.2. Sabe-se que  $\overline{FG} = x - 4$ , para um certo valor de  $x$  maior do que 4.

Qual das expressões seguintes representa a área da base da pirâmide  $[EFGHV]$ ?

- [A]  $x^2 - 16$               [B]  $x^2 + 16$               [C]  $x^2 - 8x + 16$               [D]  $x^2 + 8x + 16$

8.3. Relativamente ao poliedro representado na figura, sabe-se que:

- $\overline{BC} = 6$  cm;  $\overline{CH} = 4$  cm e  $\overline{KL} = 2$  cm;
- a altura da pirâmide  $[EFGHV]$  é 18 cm;

Determina o volume do poliedro.

Apresenta o resultado em  $\text{cm}^3$ . Apresenta todos os cálculos que efetuares.

Questão	1.	2.1	2.2	2.3	3.1	3.2	4.1	4.2	5.1	5.2	6.	7.	8.1 a)	8.1 b)	8.1 c)	8.2	8.3
Cotação	5	6	8	5	5	8	6	8	6	8	8	5	3	3	3	5	8

1. A turma do Artur é composta por um número par de elementos. Desta forma, o valor do segundo quartil (a mediana da distribuição) será dado pela média dos dois elementos que ocupam a posição central da amostra devidamente ordenada.

Como 50% da amostra são alunos de 15 anos, um dos elementos que estará numa dessas duas posições será o 15. O outro elemento será 14, o elemento imediatamente anterior.

Assim, o valor do segundo quartil da distribuição é  $\frac{14+15}{2} = 14,5$ .

Opção [C].

2.

- 2.1. Número alunos da turma: 20

Número de raparigas da turma:  $1 + 4 + 3 + 3 = 11$

Seja  $C$ : “ser selecionada uma rapariga”.

Assim,  $P(C) = \frac{11}{20}$ .

- 2.2. O grupo 3 é formado por um rapaz e três raparigas. Desta forma, a probabilidade de se selecionar um rapaz, neste grupo, é  $\frac{1}{4} = 0,25 = 25\%$ .

Assim, o grupo 3 é o grupo referido.

- 2.3. Existem duas possibilidades para se selecionar dois elementos do mesmo sexo: serem selecionados dois rapazes ou serem selecionadas duas raparigas.

	Grupo 1	Grupo 2
Rapazes	3	2
Raparigas	1	4

Consideremos os acontecimentos:

$D$ : “Serem selecionadas dois rapazes”. Então:

$$P(D) = \frac{3}{4} \times \frac{2}{6} = \frac{1}{4}$$

$E$ : “Serem selecionadas duas raparigas”. Então:

$$P(E) = \frac{1}{4} \times \frac{4}{6} = \frac{1}{6}$$


$F$ : “Serem selecionados dois elementos do mesmo sexo”. Assim:

$$P(F) = \frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{5}{12}$$

3.

3.1.


×	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6
2	2	4	6	8	10	12
3	3	6	9	12	15	18
4	4	8	12	16	20	24
5	5	10	15	20	25	30
6	6	12	18	24	30	36


 Casos favoráveis

Seja  $A$ : “o produto obtido ser um número menor do que 10”. Então:

$$P(A) = \frac{17}{36}$$

×	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6
2	2	4	6	8	10	12
3	3	6	9	12	15	18
4	4	8	12	16	20	24
5	5	10	15	20	25	30
6	6	12	18	24	30	36

 Casos possíveis

 Casos favoráveis

Seja  $B$ : “os números saídos nos dados serem ambos pares, sabendo que o produto obtido é um múltiplo de 2”. Então,  $P(B) = \frac{9}{27} = \frac{1}{3}$ .

4.

4.1. Na figura encontra-se representada uma função de proporcionalidade inversa. Desta forma, a função pode ser dada por uma expressão da forma  $f(x) = \frac{a}{x}$ ,  $a > 0$ .

Como o ponto de coordenadas (4,8) pertence ao gráfico da função:

$$8 = \frac{a}{4} \Leftrightarrow a = 8 \times 4 \Leftrightarrow a = 32$$

Assim,  $f(x) = \frac{32}{x}$ .

Opção [D].

**4.2.** Seja  $P$  o ponto do gráfico da função cuja ordenada é o dobro da abscissa, ou seja,  $P(x, 2x)$ .

Desta forma, como  $P$  pertence ao gráfico de uma função de proporcionalidade inversa, tem-se que:

$$x \times 2x = 32 \Leftrightarrow 2x^2 = 32$$

$$\Leftrightarrow x^2 = 16$$

$$\Leftrightarrow x = -4 \vee x = 4.$$

Como as coordenadas do ponto  $P$  são positivas,  $x = 4$ .

Desta forma,  $P(4,8)$ .

**5.**

**5.1.** O ponto  $A$  pertence ao gráfico de ambas as funções.

Assim, como a sua abscissa é 2, a sua ordenada pode ser dada por  $f(2) = \frac{3}{4} \times 2^2 = 3$ , de onde  $A(2,3)$ . Como o ponto  $A$  pertence ao gráfico de uma função de proporcionalidade inversa, a constante de proporcionalidade correspondente,  $a$ , pode ser dada por  $2 \times 3 = 6$ . Logo,  $a = 6$ .

**5.2.** A área do triângulo  $[OBC]$  pode ser dada pela expressão  $\frac{\overline{OC} \times \overline{BC}}{2}$ .

Como o ponto  $B$  pertence ao gráfico de  $g$ , o produto da sua abscissa pela sua ordenada é 6. Por outro lado, a abscissa do ponto  $B$  é igual a  $\overline{OC}$  e a sua ordenada é igual a  $\overline{BC}$ .

Desta forma,  $\frac{\overline{OC} \times \overline{BC}}{2} = \frac{6}{2} = 3$ .

**6.**  $35 - (x - 5)^2 = 7x \Leftrightarrow 35 - (x^2 - 10x + 25) = 7x$

$$\Leftrightarrow 35 - x^2 + 10x - 25 - 7x = 0$$

$$\Leftrightarrow -x^2 + 3x + 10 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \times (-1) \times 10}}{2 \times (-1)}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{49}}{-2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-3 \pm 7}{-2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-10}{-2} \vee x = \frac{4}{-2}$$

$$\Leftrightarrow x = 5 \vee x = -2$$

C. S. =  $\{-2, 5\}$

7. O número de soluções de uma equação do segundo grau pode ser determinado através do binómio discriminante,  $\Delta$ . Assim, como se pretende que a equação tenha exatamente uma solução,  $\Delta = 0$ .

$$\Delta = 0 \Leftrightarrow b^2 - 4 \times 1 \times 25 = 0$$

$$\Leftrightarrow b^2 = 100$$

$$\Leftrightarrow b = -10 \vee b = 10$$

Opção [D].

8.

8.1.

a) Não complanares.

b) Paralela.

c) Concorrentes.

8.2. A base da pirâmide é um quadrado de lado  $x - 4$ .

Desta forma, a área da base da pirâmide será dada por  $(x - 4)^2 = x^2 - 8x + 16$ .

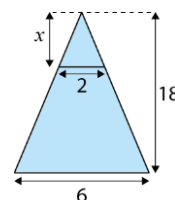
Opção [C].

8.3.  $V_{[ABCDEFGH]} = 6 \times 6 \times 4 = 144$

$$\begin{aligned} V_{[FGHEJILK]} &= V_{[EFGHV]} - V_{[JILKV]} = \\ &= \frac{1}{3} \times (6 \times 6) \times 18 - \frac{1}{3} \times (2 \times 2) \times 6 = \\ &= 216 - 8 = \\ &= 208 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_{[ABCDEFGHIJKL]} &= V_{[ABCDEFGH]} + V_{[FGHEJILK]} = \\ &= 144 + 208 = \\ &= 352 \end{aligned}$$

O volume do poliedro é de  $352 \text{ cm}^3$ .



**Cálculo auxiliar**

$$\begin{aligned} \frac{x}{18} = \frac{2}{6} &\Leftrightarrow x = \frac{18 \times 2}{6} \\ &\Leftrightarrow x = 6 \end{aligned}$$