TESTE DE MATEMÁTICA 8.º ano

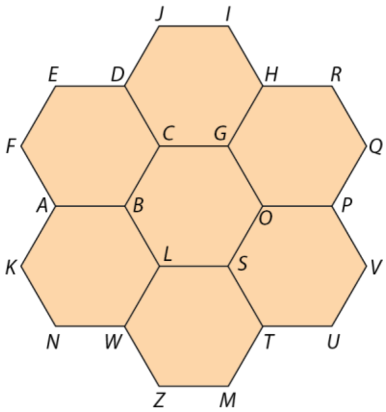
Nome: ______________________ Nº:________ Turma: _______

Duração: 90 minutos Classificação: ______________________

1. Numa das principais avenidas de Barcelona, podemos encontrar pavimentos empedrados que são autênticas obras de arte: os *panots*.

Na figura seguinte encontra-se ilustrada de uma parte desses pavimentos. Tal como é sugerido, a imagem é formada por hexágonos regulares, geometricamente iguais entre si.

Pavimento em Passeig de Gracia, Barcelona.



1.1. Qual é a imagem do ponto S pela translação de vetor $\overrightarrow{FE}$?

1.2. Qual é a imagem do ponto N pela reflexão deslizante de eixo AB e vetor $\overrightarrow{CG}$?

1.3. Qual das seguintes isometrias transforma o quadrilátero $[ABNK]$ no quadrilátero $[OPQR]$?

[A] Reflexão de eixo OS.

[B] Translação de vetor $\overrightarrow{BR}$.

[C] Reflexão deslizante de eixo WL e vetor $\overrightarrow{BI}$.

[D] Rotação de centro C e amplitude $180°$.

1.4. Para cada caso, indica o vetor soma correspondente.

a) $\overrightarrow{LS} + \overrightarrow{BC} =$ ______

b) $\overrightarrow{HP} + 2\overrightarrow{OG} =$ ______

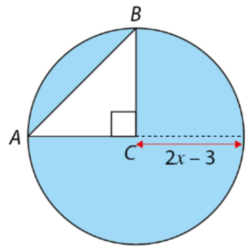
c) $\overrightarrow{SL} + \overrightarrow{SG} =$ _______

d) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{GC} =$ _______

Fátima Cerqueira Magro
Fernando Fidalgo
Pedro Louçano

Edições ASA • 2018

2. Na figura encontra-se representada uma circunferência de centro no ponto C e um triângulo $[ABC]$.



Sabe-se que:

- o raio da circunferência mede $(2x-3)$ cm;
- o triângulo $[ABC]$ é retângulo isósceles.

2.1. Escreve um polinómio que permita determinar:

a) a área do triângulo [*ABC*];

b) a área do círculo representado.

2.2. Determina a área da figura a sombreado, quando $x=3$.

3. Para um certo número inteiro *a*, a forma reduzida do polinómio $(x+a)^2$ é $x^2-10x+25$.

Qual é o número *a*?

[A] $a=5$ **[B]** $a=-5$ **[C]** $a=10$ **[D]** $a=-10$

4. Fatoriza, o mais possível, cada um dos seguintes polinómios.

4.1. $6x^2-24$

4.2. $2x^2+18-12x$

5. Resolve, em $\mathbb{Q}$, cada uma das equações seguintes, apresentando todos os cálculos que efetuares.

5.1. $(4x+6)(7x-8)=0$

5.2. $(x-2)^2-4=5$

6. O Martim pontapeou uma bola de futebol para o ar.

A altura h, em metros, a que a bola se encontra do solo, t segundos após ter sido pontapeada, é dada pela expressão:

$$h(t) = -(t-2)^2 + 4$$

6.1. A que altura do solo o Martim pontapeou a bola?

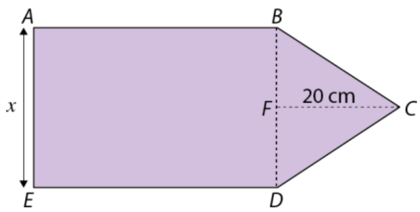
6.2. Determina a altura a que se encontrava a bola, dois segundos após o Martim a ter pontapeado.

6.3. Durante quanto tempo a bola esteve no ar?

7. Qual dos seguintes ternos de números é um terno pitagórico?

[A] $5, 12, 13$ **[B]** $\sqrt{10}, \sqrt{5}, \sqrt{15}$ **[C]** $3, 5, 2$ **[D]** $\sqrt{12}, 4, 8$

8. No Parque Nacional da Peneda-Gerês podem encontrar-se diversas placas de madeira que sinalizam percursos pedestres. Na figura encontra-se um esquema de uma dessas placas. Este esquema é composto pelo retângulo $[ABDE]$ e pelo triângulo $[BCD]$.



Sabe-se que:

- $[BCD]$ é um triângulo de altura 20 cm em relação ao lado $[BD]$;
- $\overline{BC} = \overline{CD}$;
- $\overline{AE} = x$ cm;
- $\overline{ED}$ é $\frac{4}{3}$ de $\overline{AE}$.

8.1. Qual das seguintes expressões representa a área, em cm^2, do pentágono $[ABCDE]$?

[A] $x\left(\frac{3}{4}x + 10\right)$ **[B]** $x\left(\frac{4}{3}x + 10\right)$ **[C]** $x\left(\frac{4}{3} + 10x\right)$ **[D]** $x\left(\frac{4}{3}x + 20\right)$

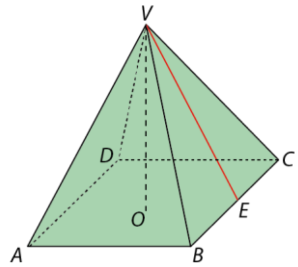
8.2. Sabe-se, ainda, que o retângulo $[ABDE]$ tem 1200 cm^2 de área.

Determina o perímetro do pentágono $[ABCDE]$.

9. Na figura encontra-se representada uma pirâmide quadrangular regular reta $[ABCDV]$.

Sabe-se que:

- o volume da pirâmide é 48 cm^3;
- $\overline{AB} = 6$ cm;
- $[VE]$ é a altura do triângulo $[BCV]$ relativamente à base $[BC]$.

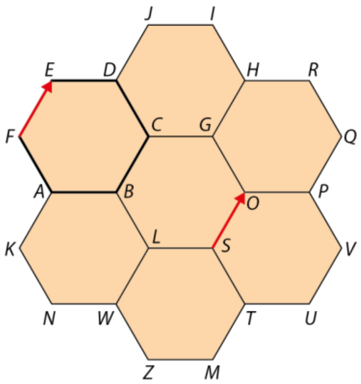


Determina $\overline{VE}$.

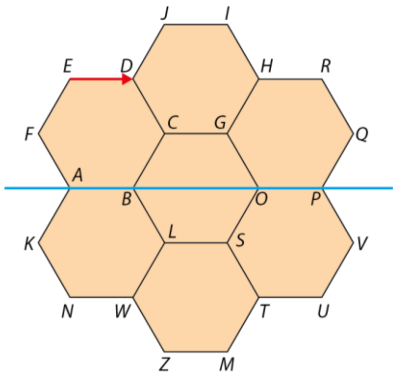
Questão	1.1	1.2	1.3	1.4 a)	1.4 b)	1.4 c)	1.4 d)	2.1 a)	2.1 b)	2.2	3.
Cotação	3	4	5	3	3	3	3	5	5	5	5
Questão	4.1	4.2	5.1	5.2	6.1	6.2	6.3	7.	8.1	8.2	9.
Cotação	5	5	6	6	3	4	5	5	5	6	6

1.

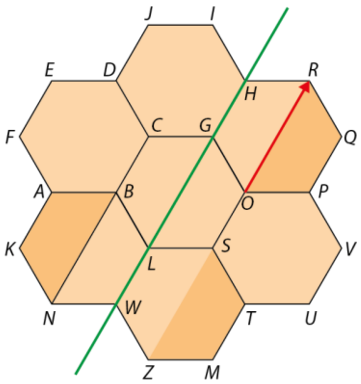
1.1. $S + \overrightarrow{FE} = S + \overrightarrow{SO} = O$



1.2. Ponto *D*.



1.3. A opção correta é a [C].



1.4.

a) $\overrightarrow{LS} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{LS} + \overrightarrow{SO} = \overrightarrow{LO}$

b) $\overrightarrow{HP} + 2\overrightarrow{OG} = \overrightarrow{HP} + \overrightarrow{PH} = \vec{0}$

c) $\overrightarrow{SL} + \overrightarrow{SG} = \overrightarrow{SL} + \overrightarrow{LC} = \overrightarrow{SC}$

d) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CG} = \overrightarrow{BO}$

2.

2.1.

a) Como o triângulo [*ABC*] é retângulo isósceles, $A = \frac{r \times r}{2}$, onde r é a medida dos lados de igual comprimento.

Desta forma, como $r = 2x - 3$, vem:

$$A = \frac{(2x-3) \times (2x-3)}{2} = \frac{(2x-3)^2}{2}$$

b) $A = \pi r^2$, onde r é o raio da circunferência.

Desta forma, como $r = 2x - 3$, vem que $A = \pi(2x-3)^2$.

2.2. Quando $x = 3$, a área do círculo é $A = \pi(2 \times 3 - 3)^2 = \pi(3)^2 = 9\pi$.

Por outro lado, a área do triângulo [*ABC*] é dada por:

$$A = \frac{(2 \times 3 - 3)^2}{2} = \frac{3^2}{2} = \frac{9}{2}$$

Desta forma, a área sombreada será dada pela diferença das duas áreas determinadas, ou seja, $9\pi - \frac{9}{2}$.

3. A opção correta é a [B].

$(x+a)^2 = x^2 + 2ax + a^2$

Como $(x+a)^2 = x^2 - 10x + 25$, vem que $x^2 + 2ax + a^2 = x^2 - 10x + 25$.

Assim, $2a = -10$ e $a^2 = 25$, pelo que $a = -5$ e $a = \pm 5$.

Desta forma, $a = -5$.

4.

4.1. $6x^2 - 24 = 6(x^2 - 4) = 6(x-2)(x+2)$

4.2. $2x^2 + 18 - 12x = 2x^2 - 12x + 18 = 2(x^2 - 6x + 9) = 2(x-3)(x-3)$

5.

5.1.
$$\begin{aligned}(4x+6)(7x-8) = 0 &\Leftrightarrow 4x + 6 = 0 \ \vee \ 7x - 8 = 0\\ &\Leftrightarrow 4x = -6 \ \vee \ 7x = 8\\ &\Leftrightarrow x = \frac{-6}{4} \ \vee \ x = \frac{8}{7}\\ &\Leftrightarrow x = -\frac{3}{2} \ \vee \ x = \frac{8}{7}\end{aligned}$$

$\text{C.S.} = \left\{-\frac{3}{2}, \frac{8}{7}\right\}$

5.2. $(x-2)^2-4=5 \Leftrightarrow (x-2)^2=9$

$\Leftrightarrow x-2=\pm 3$

$\Leftrightarrow x=2\pm 3$

$\Leftrightarrow x=5 \vee x=-1$

$\text{C.S.}=\{-1,5\}$

6.

6.1. $h(0)=-(0-2)^2+4=-4+4=0$

O Martim pontapeou a bola do solo (0 metros).

6.2. $h(2)=-(2-2)^2+4=0+4=4$

Após dois segundos, a bola encontrava-se a 4 metros de altura.

6.3. $h(t)=0 \Leftrightarrow -(t-2)^2+4=0$

$\Leftrightarrow -(t-2)^2=-4$

$\Leftrightarrow (t-2)^2=4$

$\Leftrightarrow t-2=\pm\sqrt{4}$

$\Leftrightarrow t=2\pm 2$

$\Leftrightarrow t=4 \vee t=0$

A bola esteve no ar durante 4 segundos.

7. A opção correta é a [A].

Um terno pitagórico é um conjunto de três números naturais que respeitam o teorema de Pitágoras, ou seja, que podem ser as medidas naturais dos lados de um triângulo retângulo. Como $13^2=12^2+5^2 \Leftrightarrow 169=144+25 \Leftrightarrow 169=169$ é uma proposição verdadeira, o terno $\{5,12,13\}$ é um terno pitagórico.

8.

8.1. A opção correta é a [B].

$A_{[ABCDE]}=A_{[ABDE]}+A_{[BDC]}$

$\overline{ED}=\frac{4}{3}\,\overline{AE}=\frac{4}{3}\,x$

Assim, $A_{[ABDE]}=x\times\frac{4}{3}\,x=\frac{4}{3}\,x^2$ e $A_{[BDC]}=\frac{x\times 20}{2}=10x$.

Desta forma, $A_{[ABCDE]}=\frac{4}{3}\,x^2+10x=x\left(\frac{4}{3}x+10\right)$.

8.2. O perímetro do pentágono $[ABCDE]$ é dado por:

$P = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DE} + \overline{EA}$

Como vimos na alínea anterior, $A_{[ABDE]} = \frac{4}{3}\, x^2$.

Desta forma, como $A_{[ABDE]} = 1200$, vem que:

$$\frac{4}{3}\, x^2 = 1200 \Leftrightarrow x^2 = 1200 \times \frac{3}{4}$$

$$\Leftrightarrow x^2 = 900$$

$$\Leftrightarrow x = 30 \vee x = -30$$

Como $x > 0,\ x = 30$.

Assim, $\overline{AB} = \overline{DE} = \frac{4}{3} \times 30 = 40$ e $\overline{AE} = 30$.

Vejamos, agora, o valor de $\overline{BC}$ e de $\overline{CD}$:

$$\overline{BC}^2 = \overline{BF}^2 + \overline{FC}^2 \Leftrightarrow \overline{BC}^2 = \left(\frac{30}{2}\right)^2 + 20^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{BC}^2 = 15^2 + 20^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{BC}^2 = 225 + 400$$

$$\Leftrightarrow \overline{BC} = \pm\sqrt{225 + 400}$$

$$\Leftrightarrow \overline{BC} = \pm 25$$

Como $\overline{BC} > 0, \overline{BC} = 25$.

Assim:

$P = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DE} + \overline{EA} = 40 + 25 + 25 + 40 + 30 = 160$

O perímetro do pentágono $[ABCDE]$ é 160 cm.

9. $V_{[ABCDV]} = 48 \Leftrightarrow \frac{1}{3} \times (6 \times 6) \times \overline{VO} = 48$

$$\Leftrightarrow 12 \times \overline{VO} = 48$$

$$\Leftrightarrow \overline{VO} = 4$$

Como $\overline{AB} = 6$, então $\overline{OE} = 3$.

Sendo [*OEV*] um triângulo retângulo em *O*, pelo teorema de Pitágoras, tem-se que:

$$\overline{VE}^2 = \overline{VO}^2 + \overline{OE}^2 \Leftrightarrow \overline{VE}^2 = 4^2 + 3^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{VE}^2 = 25$$

$$\Leftrightarrow \overline{VE} = \pm\sqrt{25}$$

$$\Leftrightarrow \overline{VE} = \pm 5$$

Como $\overline{VE} > 0$, então $\overline{VE} = 5$.