

1.

1.1. Oito clientes esperaram entre 0 e 20

segundos e 16 clientes esperaram entre 20 e 40 segundos.

Assim, 24 clientes ($8 + 16 = 24$) esperaram menos de 40 segundos para serem atendidos.

Como foram atendidos 57 clientes

($8 + 16 + 15 + 12 + 6 = 57$), temos $\frac{24}{57} \approx 0,42$.

R.: Aproximadamente 42% dos clientes esperam menos de 40 segundos para serem atendidos.

1.2. Pela lei de Laplace, sabemos que

$$P = \frac{\text{Número de casos favoráveis}}{\text{Número de casos possíveis}}$$

Neste caso, existem 57 casos possíveis (o número total de clientes) e existem 18 casos favoráveis ($12 + 6 = 18$).

$$\text{Assim, } P = \frac{18}{57} = \frac{6}{19}.$$

2.

2.1. Começamos por organizar a informação num diagrama de árvore.

1ª bola	2ª bola	3ª bola		Prémio	
1	2	3	---	1, 2, 3	300 €
	3	2	---	1, 3, 2	100 €
2	1	3	---	2, 1, 3	100 €
	3	1	---	2, 3, 1	0 €
3	1	2	---	3, 1, 2	0 €
	2	1	---	3, 2, 1	100 €

Neste concurso há seis hipóteses de retirar as bolas do saco e em três dessas hipóteses o concorrente recebe 100 €.

Assim, existem três casos favoráveis e seis casos possíveis.

Logo, pela lei de Laplace,

$$P = \frac{\text{Número de casos favoráveis}}{\text{Número de casos possíveis}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}.$$

2.2. Neste concurso há três opções:

- ganhar 100 €: 1, 3, 2 / 3, 2, 1 / 2, 1, 3 (com uma bola na ordem correta)
- ganhar 0 €: 3, 1, 2 / 2, 3, 1 (nenhuma bola na ordem correta)
- ganhar 300 €: 1, 2, 3 (as três bolas na ordem correta)

Assim, não é possível ganhar 200 € e, por isso, a afirmação é verdadeira.

3. O erro está na equivalência

$$(x - 4)(x - 6) = 1$$

$$\Leftrightarrow x - 4 = 1 \vee x - 6 = 1$$

O Fernando utilizou um processo semelhante à lei do anulamento do produto numa igualdade em que nenhum dos membros é zero.

$$4. \frac{x(2x-10)}{6} = -2$$

$$\Leftrightarrow x(2x - 10) = -12$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 10x + 12 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-(-10) \pm \sqrt{(-10)^2 - 4 \times 2 \times 12}}{2 \times 2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 96}}{4}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{10 \pm \sqrt{4}}{4}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{10 \pm 2}{4}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{10-2}{4} \vee x = \frac{10+2}{4}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{8}{4} \vee x = \frac{12}{4}$$

$$\Leftrightarrow x = 2 \vee x = 3$$

$$\text{C.S.} = \{2, 3\}$$

5. Como -2 é solução da equação, temos

$$a \times (-2)^2 + 3 \times (-2) + b = 0$$

$$\Leftrightarrow 4a - 6 + b = 0$$

Como -1 é solução da equação, temos

$$a \times (-1)^2 + 3 \times (-1) + b = 0$$

$$\Leftrightarrow a - 3 + b = 0$$

Assim,

$$\begin{cases} 4a - 6 + b = 0 \\ a - 3 + b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ a = 3 - b \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4(3 - b) - 6 + b = 0 \\ \text{---} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 12 - 4b - 6 + b = 0 \\ \text{---} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3b = -6 \\ \text{---} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b = 2 \\ a = 3 - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 2 \\ a = 1 \end{cases}$$

$$\text{Logo, } 2a + b = 2 \times 1 + 2 = 4.$$

6.

$$6.1. \begin{cases} 3x + 2y = 700 \\ 2x + y = 450 \end{cases}$$

$$6.2. \begin{cases} 3x + 2y = 700 \\ 2x + y = 450 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -2x + 450 \\ \text{---} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 2(-2x + 450) = 700 \\ \text{---} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 4x + 900 = 700 \\ \text{---} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -x = -200 \\ \text{---} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 200 \\ y = -2 \times 200 + 450 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 200 \\ y = 50 \end{cases}$$

$$\text{C.S.} = \{(200, 50)\}$$

Assim, três pacotes de gomas grandes e seis pacotes de gomas pequenos pesam 900 gramas

$$(3 \times 200 \text{ g} + 6 \times 50 \text{ g} = 600 \text{ g} + 300 \text{ g} = 900 \text{ g}).$$

$$900 \text{ g} = 0,9 \text{ kg}$$

$$0,9 \times 15 = 13,5$$

R.: O Carlos pagou 13,5 €.

7. A opção correta é a [A], porque a largura e o comprimento são grandezas inversamente proporcionais.

8.

$$8.1. A_{[ABO]} = \frac{\overline{OB} \times \overline{BA}}{2}$$

Como o ponto A pertence ao gráfico da função f e tem ordenada 6, temos:

$$\frac{3}{2}x^2 = 6 \Leftrightarrow 3x^2 = 12$$

$$\Leftrightarrow x^2 = \frac{12}{3}$$

$$\Leftrightarrow x^2 = 4$$

$$\Leftrightarrow x = \pm\sqrt{4}$$

$$\Leftrightarrow x = 2 \vee x = -2$$

Assim, como a abcissa de A é positiva, A tem coordenadas $(2, 6)$.

Como A e B têm a mesma abcissa, $\overline{OB} = 2$.

$$\text{Assim, } A_{[ABO]} = \frac{2 \times 6}{2} = \frac{12}{2} = 6.$$

$$\text{R.: } A_{[ABO]} = 6 \text{ u.a.}$$

8.2. Como o ponto A pertence ao gráfico da função g , temos $g(2) = 6$

$$\Leftrightarrow a \times 2 = 6$$

$$\Leftrightarrow a = 3$$

Assim, $g(x) = 3x$ e, conseqüentemente, a reta que representa graficamente a função g tem declive 3.

Como retas paralelas têm o mesmo declive, a reta r tem declive 3. Por outro lado, sabemos que a ordenada na origem é 7, uma vez que o ponto de coordenadas $(0, 7)$ pertence à reta.

$$\text{Logo, a equação da reta } r \text{ é } y = 3x + 7.$$

8.3. Como h é uma função de

proporcionalidade inversa, é do tipo $y = \frac{k}{x}$,

em que $k = x \times y$.

Sendo $A(2, 6)$ um ponto do gráfico de h ,

concluimos que $k = 2 \times 6 = 12$.

$$\text{Logo, } h(x) = \frac{12}{x}, \text{ com } x \neq 0.$$

9.

9.1. $-3, -2, -1, 0, 1, 2$.

9.2. A opção correta é a [C].

$$10. -\frac{x-1}{3} + 1 \leq \frac{3(2-x)}{4}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{x-1}{3} + 1 \leq \frac{6-3x}{4}$$

$$\Leftrightarrow -4x + 4 + 12 \leq 18 - 9x$$

$$\Leftrightarrow -4x + 9x \leq 18 - 4 - 12$$

$$\Leftrightarrow 5x \leq 2$$

$$\Leftrightarrow x \leq \frac{2}{5}$$

$$\text{C.S.} = \left] -\infty, \frac{2}{5} \right]$$

11. $600 + 4x > 900$

12.

12.1.

a) Concorrentes, não perpendiculares.

b) Paralela.

c) Perpendiculares.

12.2. A reta IJ .

12.3. A opção correta é a [B].

13.

13.1.

a) Como o ângulo BGC é um ângulo inscrito e o arco correspondente é

$$\widehat{BC}, B\hat{G}C = \frac{\widehat{BC}}{2} = \frac{70^\circ}{2} = 35^\circ.$$

b) Os ângulos BDH e CDB são suplementares.

$$\begin{aligned} \text{Logo, } B\hat{D}H &= 180^\circ - C\hat{D}B = \\ &= 180^\circ - 100^\circ = \\ &= 80^\circ \end{aligned}$$

c) Consideremos o ângulo BEC . Como

BEC é um ângulo excêntrico com o vértice no exterior da circunferência,

$$B\hat{E}C = \frac{BC - \widehat{FG}}{2}$$

$$\Leftrightarrow 30^\circ = \frac{70^\circ - \widehat{FG}}{2}$$

$$\Leftrightarrow 60^\circ = 70^\circ - \widehat{FG}$$

$$\Leftrightarrow \widehat{FG} = 10^\circ$$

$$13.2. A_{\text{Setor circular}} = \frac{\widehat{BC} \times \pi \times r^2}{360^\circ}$$

$$A_{\text{Setor circular}} = \frac{70^\circ \times \pi \times 2^2}{360^\circ} = \frac{280^\circ \times \pi}{360^\circ} = \frac{7}{9}\pi$$

$$\text{R.: } A_{\text{Setor circular}} = \frac{7}{9}\pi \text{ cm}^2$$

14.

14.1. Consideremos o triângulo retângulo

$[EAB]$.

Como $E\hat{B}A = I\hat{B}A = 60^\circ$, utilizando as razões trigonométricas, sabemos que

$$\text{tg } (E\hat{B}A) = \frac{\overline{AE}}{\overline{AB}}, \text{ ou seja,}$$

$$\text{tg } 60^\circ = \frac{\overline{AE}}{4}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{3} = \frac{\overline{AE}}{4}$$

$$\Leftrightarrow \overline{AE} = 4\sqrt{3}$$

$$\text{R.: } \overline{AE} = 4\sqrt{3} \text{ cm.}$$

$$14.2. V_{[ABCDEF]} = A_b \times h =$$

$$= \frac{\overline{AB} \times \overline{AE}}{2} \times \overline{AD} =$$

$$= \frac{4 \times 4\sqrt{3}}{2} \times 3 =$$

$$= 8\sqrt{3} \times 3 =$$

$$= 24\sqrt{3}$$

$$\text{R.: } V_{[ABCDEF]} = 24\sqrt{3} \text{ cm}^3.$$