Proposta de teste de avaliação 4 – Matemática 9

Nome da Escola	Ano letivo 20 - 20		Matemática | 9.º ano
Nome do Aluno	Turma	N.º	Data
Professor			- - 20

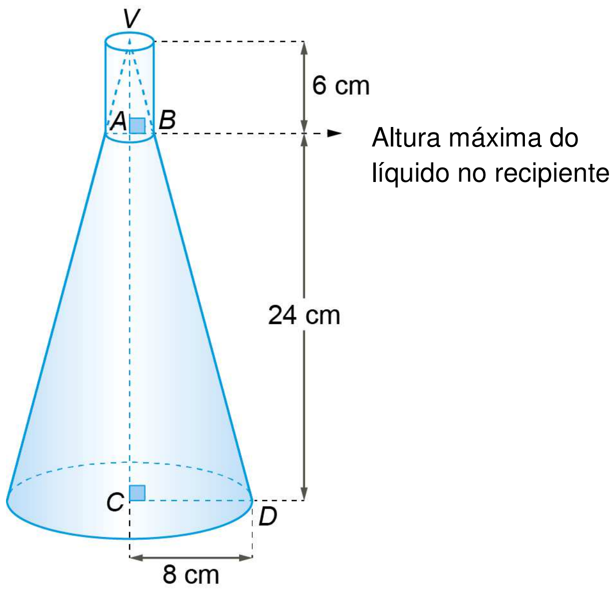
Na resolução dos itens da parte A podes utilizar a calculadora.

Na resolução dos itens da parte B não podes utilizar a calculadora.

Parte A – 30 minutos

1. Nos laboratórios utilizam-se balões de Erlenmeyer como recipientes para misturar produtos e soluções, entre muitas outras funções.

Na figura abaixo podes observar um modelo geométrico de um desses balões que é constituído por um tronco de cone de altura [*AC*], raio da base maior *CD* e raio da base menor *AB* e por um diâmetro cujo raio da base é [*AB*] e altura 6 cm. O ponto *V* é o vértice dos dois cones.



Sabe-se que $\overline{AV} = 6\,\text{cm}$; $\overline{AC} = 24\,\text{cm}$ e $\overline{CD} = 8\,\text{cm}$.

1.1. Justifica que os triângulos [*ABV*] e [*VCD*] são semelhantes.

1.2. Mostra que $\overline{AB} = 1{,}6\,\text{cm}$.

1.3. De acordo com as indicações da figura, calcula, em litros, a quantidade de líquido que, no máximo, este recipiente pode conter.

Apresenta o resultado arredondado às décimas.

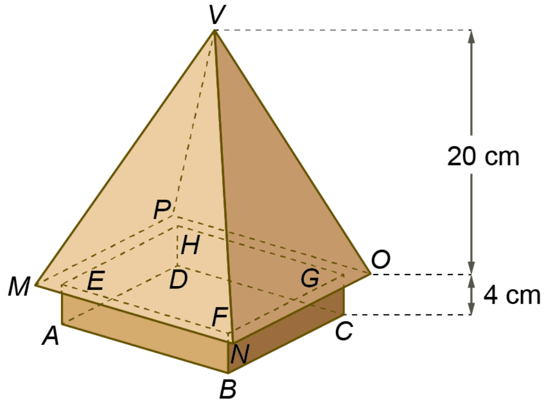
Não efetues arredondamentos nos cálculos intermédios.

Mostra como obtiveste a tua resposta.

2. Qual dos conjuntos seguintes é igual ao conjunto $\left]-\sqrt{10}, 2\right] \cap [-\pi, \pi[$?

(A) $\left]-\sqrt{10}, \pi\right]$ **(B)** $[-\pi, 2]$ **(C)** $\left]-\sqrt{10}, \pi\right[$ **(D)** $[2, \pi]$

3. Na figura seguinte está representado o modelo geométrico de uma casa de pássaros que podes observar na fotografia ao lado.



O modelo é formado pela pirâmide quadrangular regular [*MNOPV*] e pelo prisma quadrangular regular [*ABCDEFGH*]. A base da pirâmide contém uma das bases do prisma. Sabe-se que:

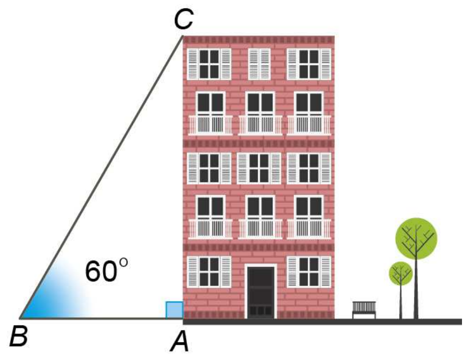
- $\overline{AB} = 10\,\text{cm}$, $\overline{MN} = 14\,\text{cm}$ e $\overline{AE} = 4\,\text{cm}$;
- a altura da pirâmide é 20 cm.

3.1. Calcula o volume do modelo.
Apresenta o resultado, em centímetros cúbicos, arredondado às décimas.

3.2. Qual é a posição relativa do plano *ABC* e da reta *MP*?

3.3. Qual é a posição relativa dos planos *ABG* e *MPV* ?

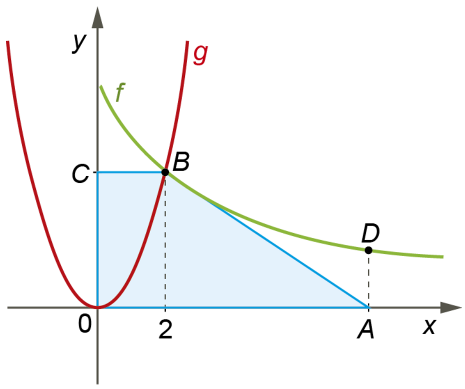
4. O Rui encontra-se na base de um prédio, na posição assinalada pelo ponto *A*.



Se o Rui caminhar 15 metros em linha reta chegará ao local que está assinalado pelo ponto *B*, de onde pode ver o topo do prédio (ponto *C*) sob um ângulo de $60°$.
Determina a altura do prédio.
Apresenta a resposta arredondada às décimas.

Parte B – 60 minutos

5. No referencial cartesiano, xOy, da figura ao lado estão representados parte dos gráficos das funções f e g e o trapézio [$OABC$].



Sabe-se que:

- o ponto A pertence ao eixo Ox;
- o ponto C pertence ao eixo Oy;
- o ponto B pertence ao gráfico das funções f e g e tem abcissa 2;
- a função g é a função quadrática definida por $g(x) = x^2$;
- a função f é uma função de proporcionalidade inversa.

5.1. Determina a expressão algébrica da função f.

5.2. Sabendo que os pontos A e D têm a mesma abcissa e que a ordenada do ponto D é 1, calcula a medida da área do trapézio [$OABC$].

6. A tabela seguinte apresenta duas variáveis, X e Y, inversamente proporcionais.

X	$-\frac{9}{5}$	$-\frac{4}{5}$	**b**
Y	**a**	$-\frac{5}{2}$	$\frac{1}{2}$

6.1. Indica a constante de proporcionalidade inversa.

6.2. Determina o valor da expressão $9a - b^2$.

7. Na reta numérica a seguir representada está marcada uma sequência de pontos em que a distância entre dois pontos consecutivos é sempre a mesma.
A abcissa do ponto A é igual a 2 e a abcissa do ponto F é igual a 9,5.

Indica os elementos do conjunto $\{B, C, D, E\}$ cuja abcissa é um número inteiro.

8. A expressão fatorizada de $4x^2 - 36$ é:

(A) $(2x-6)(2x-6)$ **(B)** $(4x-6)(4x-6)$

(C) $(2x+6)(2x-6)$ **(D)** $(4x+6)(4x-6)$

9. Resolve a equação seguinte:

$$3(x-1)=1-x^2$$

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

10. Qual é a opção que apresenta uma afirmação **verdadeira?**

(A) $\sin 30° = \cos 30°$

(B) $\sin^2 30° + \cos^2 60° = 1$

(C) $\sin^2 30° + \sin^2 60° = 1$

(D) $(\sin 5°)^2 = \sin 25°$

11. Resolve a inequação seguinte:

$$2-\frac{2x-5}{3} \geq 1+x$$

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

12. Para oferecer aos afilhados, a Ana comprou sacos de amêndoas iguais e coelhos de chocolate iguais. Comprou mais três sacos de amêndoas do que coelhos e pagou no total 24 €.

Cada saco de amêndoas custou 3,00 € e cada coelho 2,00 €.

Qual dos sistemas de equações seguintes permite determinar o número de sacos de amêndoas e o número de coelhos comprados pela Ana?

Considera x o número de sacos de amêndoas e y o número de coelhos.

(A) $\begin{cases} x=3y \\ x+y=24 \end{cases}$

(B) $\begin{cases} x=3+y \\ x+y=24 \end{cases}$

(C) $\begin{cases} y=3+x \\ 3x+2y=24 \end{cases}$

(D) $\begin{cases} x=3+y \\ 3x+2y=24 \end{cases}$

FIM

Cotações

1.1.	1.2.	1.3.	2.	3.1.	3.2.	3.3.	4.	5.1.	5.2.	6.1.	6.2.
5	5	7	4	8	5	5	7	6	8	4	6

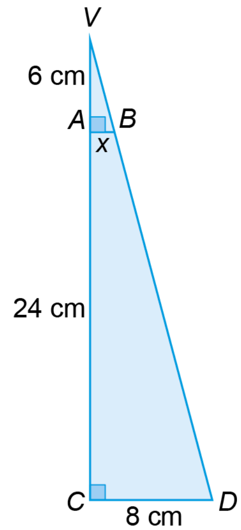
7.	8.	9.	10.	11.	12.	Total
5	4	6	4	7	4	**100**

Proposta de resolução

Parte A

1.1. Os triângulos $[ABV]$ e $[VCD]$ são semelhantes porque têm dois ângulos iguais: os ângulos DCV e BAV são ambos ângulos retos e os ângulos de vértice V são comuns aos dois triângulos, pelo que também são iguais.

1.2. Como os triângulos $[ABV]$ e $[VCD]$ são semelhantes: $\frac{\overline{VD}}{\overline{VB}} = \frac{\overline{VC}}{\overline{VA}} = \frac{\overline{CD}}{\overline{AB}}$



Substituindo os valores conhecidos $\overline{VC}$, $\overline{VA}$ e $\overline{CD}$:

$\frac{30}{6} = \frac{8}{x} \Leftrightarrow 48 = 30x \Leftrightarrow x = \frac{48}{30} = 1{,}6$

Logo, $\overline{AB} = 1{,}6$ cm.

1.3. Volume do cone maior $= \left(\frac{1}{3} \times \pi \times 8^2 \times 30\right) \text{cm}^3$

Volume do cone menor $= \left(\frac{1}{3} \times \pi \times 1{,}6^2 \times 6\right) \text{cm}^3$

Volume máximo de líquido que pode conter =

$= \left[\left(\frac{1}{3} \times \pi \times 8^2 \times 30\right) - \left(\frac{1}{3} \times \pi \times 1{,}6^2 \times 6\right)\right] \text{cm}^3 = 1994{,}5343 \text{ cm}^3$

$1994{,}5343 \text{ cm}^3 = 1{,}9945343 \text{ dm}^3 = 1{,}9945343$ litros

Resposta: O recipiente pode conter, aproximadamente, 2,0 litros.

2. $-\sqrt{10} \approx -3{,}16$

$\left]-\sqrt{10}, 2\right] \cap [-\pi, \pi[= [-\pi, 2]$

Resposta: (B)

3.1. Volume da pirâmide $= \left(\frac{1}{3} \times 14^2 \times 20\right) \text{cm}^3$

Volume do prisma $= \left(10^2 \times 4\right) \text{cm}^3$

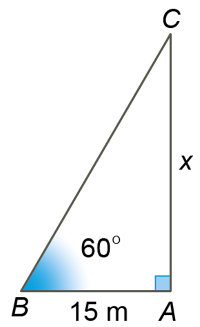
Volume do modelo $= \left[\left(\frac{1}{3} \times 14^2 \times 20\right) + \left(10^2 \times 4\right)\right] \text{cm}^3 \approx 1706{,}667 \text{ cm}^3$

Resposta: O volume do modelo é, aproximadamente, $1706{,}7 \text{cm}^3$.

3.2. A reta *MP* e o plano *ABC* são paralelos.

3.3. Os planos *ABG* e *MPV* são concorrentes não perpendiculares.

4. $\tan 60^\circ = \frac{x}{15} \Leftrightarrow x = 15 \times \tan 60^\circ \Leftrightarrow x \approx 25{,}98$



Resposta: A altura do prédio é, aproximadamente, 26,0 metros.

5.1. A função *f* contém o ponto *B*.

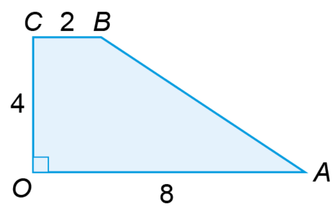
$g(2) = 2^2 = 4$

O ponto *B* tem de coordenadas $(2, 4)$.

$2 \times 4 = 8$

Logo, a função *f* é definida por $f(x) = \frac{8}{x},\ x \neq 0$.

5.2. O ponto *D* pertence ao gráfico de *f* e tem ordenada igual a 1.



$1 = \frac{8}{x} \Leftrightarrow x = 8$

Assim, $D(8, 1)$, pelo que $\overline{OA} = 8$; $\overline{BC} = 2$ e $\overline{OC} = 4$.

$A_{\text{trapézio}} = \frac{8+2}{2} \times 4 = \frac{10}{2} \times 4 = 5 \times 4 = 20$ u.a.

6.1. A constante de proporcionalidade inversa é: $\left(-\frac{4}{5}\right) \times \left(-\frac{5}{2}\right) = 2$

6.2. $a \times \left(-\frac{9}{5}\right) = 2 \Leftrightarrow a = 2 : \left(-\frac{9}{5}\right) \Leftrightarrow a = 2 \times \left(-\frac{5}{9}\right) \Leftrightarrow a = -\frac{10}{9}$

$b \times \frac{1}{2} = 2 \Leftrightarrow b = 2 : \frac{1}{2} \Leftrightarrow b = 2 \times 2 \Leftrightarrow b = 4$

$9a - b^2 = 9 \times \left(-\frac{10}{9}\right) - 4^2 = -10 - 16 = -26$

7. $9{,}5-2=7{,}5$ e $7{,}5:5=1{,}5$

$2+1{,}5=3{,}5 \rightarrow B$; $3{,}5+1{,}5=5 \rightarrow C$; $5+1{,}5=6{,}5 \rightarrow D$; $6{,}5+1{,}5=8 \rightarrow E$

Resposta: Pontos *C* e *E*

8. $4x^2-36=(2x)^2-6^2=(2x-6)(2x+6)$

Resposta: (C)

9. $3(x-1)=1-x^2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 3x-3=1-x^2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x^2+3x-4=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=\dfrac{-3\pm\sqrt{9+16}}{2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=\dfrac{-3+5}{2} \vee x=\dfrac{-3-5}{2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=1 \vee x=-4$

$S=\{-4,1\}$

10. **Resposta: (C)**

$\left(\dfrac{1}{2}\right)^2+\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^2=\dfrac{1}{4}+\dfrac{3}{4}=\dfrac{4}{4}=1$

11. $2-\dfrac{2x-5}{3}\geq 1+x \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 6-2x+5\geq 3+3x \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -2x-3x\geq 3-5-6 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -5x\geq -8 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 5x\leq 8 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x\leq \dfrac{8}{5}$

$S=\left]-\infty, \dfrac{8}{5}\right]$

11.1. **Resposta: (D)**