**1.**

**1.1.** Número de casos possíveis: 7

Número de casos favoráveis: 3 (números 2, 4 e 6)

Assim, a probabilidade pedida é $\frac{3}{7}$ e a opção correta é a [B].

**1.2.** Existem quatro bolas com números primos inscritos: 2, 3, 5 e 7.

Para retirar pelo menos uma bola com um número primo inscrito, a Patrícia terá de retirar uma ou duas bolas com números primos.

**a)** Como há reposição da primeira bola retirada, a probabilidade pedida é:

$\frac{4}{7} \times \frac{3}{7} + \frac{3}{7} \times \frac{4}{7} + \frac{4}{7} \times \frac{4}{7} =$

$= \frac{12}{49} + \frac{12}{49} + \frac{16}{49} = \frac{40}{49}.$

**Outro processo:**

Construindo uma tabela de dupla entrada que traduza a situação descrita, temos:

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **1** | (1, 1) | (1, 2) | (1, 3) | (1, 4) | (1, 5) | (1, 6) | (1, 7) |
| **2** | (2, 1) | (2, 2) | (2, 3) | (2, 4) | (2, 5) | (2, 6) | (2, 7) |
| **3** | (3, 1) | (3, 2) | (3, 3) | (3, 4) | (3, 5) | (3, 6) | (3, 7) |
| **4** | (4, 1) | (4, 2) | (4, 3) | (4, 4) | (4, 5) | (4, 6) | (4, 7) |
| **5** | (5, 1) | (5, 2) | (5, 3) | (5, 4) | (5, 5) | (5, 6) | (5, 7) |
| **6** | (6, 1) | (6, 2) | (6, 3) | (6, 4) | (6, 5) | (6, 6) | (6, 7) |
| **7** | (7, 1) | (7, 2) | (7, 3) | (7, 4) | (7, 5) | (7, 6) | (7, 7) |

Assim, temos 40 casos favoráveis e 49 casos possíveis. Logo, a probabilidade pedida é $\frac{40}{49}$.

**b)** Como não há reposição da primeira bola retirada, a probabilidade pedida é:

$\frac{4}{7} \times \frac{3}{6} + \frac{3}{7} \times \frac{4}{6} + \frac{4}{7} \times \frac{3}{6} =$

$= \frac{12}{42} + \frac{12}{42} + \frac{12}{42} =$

$= \frac{36}{42} = \frac{6}{7}$

**Outro processo:**

Construindo uma tabela de dupla entrada que traduza a situação descrita, temos:

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **1** | | (1, 2) | (1, 3) | (1, 4) | (1, 5) | (1, 6) | (1, 7) |
| **2** | (2, 1) | | (2, 3) | (2, 4) | (2, 5) | (2, 6) | (2, 7) |
| **3** | (3, 1) | (3, 2) | | (3, 4) | (3, 5) | (3, 6) | (3, 7) |
| **4** | (4, 1) | (4, 2) | (4, 3) | | (4, 5) | (4, 6) | (4, 7) |
| **5** | (5, 1) | (5, 2) | (5, 3) | (5, 4) | | (5, 6) | (5, 7) |
| **6** | (6, 1) | (6, 2) | (6, 3) | (6, 4) | (6, 5) | | (6, 7) |
| **7** | (7, 1) | (7, 2) | (7, 3) | (7, 4) | (7, 5) | (7, 6) | |

Assim, temos 36 casos favoráveis e 42 casos possíveis. Logo, a probabilidade pedida é $\frac{36}{42} = \frac{6}{7}$.

**2.**

**2.1.** $P = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$

**2.2.** Como $\frac{1}{6} \times 18 = 3$, há três turistas portugueses e 15 turistas ingleses ($18 - 3 = 15$).

Assim, $P = \frac{3}{18} \times \frac{15}{17} + \frac{15}{18} \times \frac{3}{17} = \frac{5}{17}$.

**3.**

**3.1.** A condição suficiente é “o número natural é divisor de 5”. A condição necessária é “o número natural é divisor de 25”.

**3.2.** Se um número natural é divisor de 25, então também é divisor de 5.

**4.** Como as grandezas são diretamente proporcionais, $a = \frac{8 \times 1{,}2}{3} = \frac{9{,}6}{3} = 3{,}2$.

**5.**

**5.1.** Como se trata de uma função de proporcionalidade inversa, a sua expressão analítica é do tipo $y = \frac{k}{x}$, sendo

$k$ a constante de proporcionalidade. Por outro lado, como o ponto $A$ de coordenadas (2, 2) pertence ao gráfico da função, $k = 2 \times 2 = 4$.

Logo, a expressão analítica da função é $y = \frac{4}{x}$ e a opção correta é a [C].

**5.2.** Substituindo as variáveis pelas coordenadas do ponto, temos $8 = \frac{4}{1}$, ou seja, $8 = 4$, que é uma proposição falsa. Logo, o ponto de coordenadas (8, 1) não pertence ao gráfico de $f$.

**6.**

**6.1.**

**A.**

| $x$ | $y$ |
|---|---|
| –1 | 8 |
| 0,5 | –4 |
| –2 | 16 |
| –0,5 | 4 |

**B.**

| $x$ | $y$ |
|---|---|
| –1 | 2 |
| 0,5 | –4 |
| –2 | 1 |
| –0,5 | 4 |

**6.2. A.** Constante de proporcionalidade direta:

$k = \frac{-4}{0,5} = -8$

**B.** Constante de proporcionalidade inversa:

$k = 0,5 \times (-4) = -2$

**6.3.** A função representada na tabela A é uma função de proporcionalidade direta. Logo, é da forma $y = kx$. Como $k = -8$, $y = -8x$.

A função representada na tabela B é uma função de proporcionalidade inversa. Logo, é da forma $y = \frac{k}{x}$. Como $k = -2$, $y = -\frac{2}{x}$.

**7.** Numa função de proporcionalidade inversa, quando a variável independente duplica, a variável dependente diminui para metade.

Assim, $\frac{36}{2} = 18$ e a opção correta é a [A].

**8.** A função representada graficamente na figura é uma função de proporcionalidade inversa.

Como tal, é da forma $y = \frac{k}{x}$, onde $k$ é a constante de proporcionalidade inversa.

Como o ponto de coordenadas (3, 2) pertence ao gráfico da função, a constante de proporcionalidade é $k = 3 \times 2 = 6$.

Assim, $y = \frac{6}{x}$ e a opção correta é a [B].

**9.**

**9.1.** A função $h$ é uma função do tipo $y = ax + b$.

Cálculo de $a$:

Como os pontos $D$ e $C$ pertencem ao gráfico de $h$, temos $a = \frac{3-0}{0-\frac{3}{2}} = \frac{3}{-\frac{3}{2}} = -2$.

Por outro lado, como o ponto $C$ de coordenadas (0, 3) pertence ao gráfico de $h$, a ordenada na origem é 3.

Assim, uma expressão algébrica da função $h$ é $y = -2x + 3$.

**9.2.** Como $i$ é uma função linear, $i$ é da forma $y = ax$. Por outro lado, como as representações gráficas das duas funções são duas retas paralelas, elas têm o mesmo declive, ou seja, $a = -2$. Assim, $i(x) = -2x$ e a opção correta é a [B].

**9.3.** O ponto $A$ pertence ao gráfico da função $h$ e tem abcissa 1.

Então, $y = -2 \times 1 + 3$, ou seja, $y = 1$. Logo, $A(1, 1)$.

O ponto $B$ pertence ao gráfico da função $h$ e tem ordenada –1.

Então, $-1 = -2x + 3 \Leftrightarrow 2x = 3 + 1 \Leftrightarrow x = 2$.

Logo, $B(2, -1)$.

**10.**

**10.1.** A função $y = 6x$, pois uma função de proporcionalidade direta é do tipo $y = kx$, com $k \neq 0$.

**10.2.** A função $y = \frac{3}{x}$, pois uma função de proporcionalidade inversa é do tipo $y = \frac{k}{x}$, com $k, x \neq 0$.

**10.3.** A função $y = 2x^2$, pois uma função quadrática é do tipo $y = kx^2$, com $k \neq 0$.

**11.**

**11.1.** Como o ponto $A(3, 18)$ pertence ao gráfico da função $f$, temos:

$18 = a \times 3^2 \Leftrightarrow 18 = 9a \Leftrightarrow a = 2$

Assim, a expressão algébrica da função $f$ é $y = 2x^2$.

**11.2.**

**a)** Parábola

**b)** Concavidade voltada para cima.

**c)** (0, 0)

**12.**

**12.1.** Como o ponto $D$ tem ordenada 4 e pertence ao gráfico da função $g$, $D$ tem coordenadas (4, 4), pois $g(x) = x$.

O ponto $A$ tem ordenada 4 e pertence ao gráfico da função $f$. Assim, $f(x) = 4$

$\Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = -2 \vee x = 2$.

Como o ponto $A$ tem abcissa positiva, $A$ tem coordenadas (2, 4).

O ponto $B$ pertence, simultaneamente, aos gráficos das funções $f$ e $g$. Assim,

$f(x) = g(x) \Leftrightarrow x^2 = x \Leftrightarrow x^2 - x = 0$

$\Leftrightarrow x(x-1) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 1$. Como a abcissa de $B$ é positiva, $x = 1$. A ordenada de $B$ é a imagem de 1 por das funções. Assim, como $f(1) = 1$, $B$ tem coordenadas (1, 1).

Como o ponto $C$ tem a mesma ordenada do ponto $D$, $C$ tem coordenadas (1, 4).

**12.2.** $A_{[BCD]} = \frac{\overline{BC} \times \overline{CD}}{2}$

Como $\overline{BC} = 4 - 1 = 3$ e $\overline{CD} = 4 - 1 = 3$, vem que $A_{[BCD]} = \frac{3 \times 3}{2} = 4{,}5$.

A área do triângulo é 4,5 u.a.

**13.** $5 - \frac{x^2+3x}{2} = 3\left(1 - \frac{x}{2}\right)$

$\Leftrightarrow\ 5 - \frac{x^2+3x}{2} = 3 - \frac{3x}{2}$

$\Leftrightarrow 10 - x^2 - 3x = 6 - 3x$

$\Leftrightarrow -x^2 = 6 - 10$

$\Leftrightarrow -x^2 = -4$

$\Leftrightarrow x^2 = 4$

$\Leftrightarrow x = -2 \vee x = 2$

C.S. = $\{-2, 2\}$