Proposta de Resolução [novembro - 2017]

Caderno 1:

(É permitido o uso de calculadora.)

O teste é constituído por dois cadernos (Caderno 1 e Caderno 2).

Utiliza apenas caneta ou esferográfica, de tinta azul ou preta.

É permitido o uso de calculadora no Caderno 1.

Não é permitido o uso de corretor. Deves riscar aquilo que pretendes que não seja classificado.

Para cada resposta, identifica o item.

Apresenta as tuas respostas de forma legível.

Apresenta apenas uma resposta para cada item.

O teste inclui um formulário e uma tabela trigonométrica.

As cotações dos itens de cada caderno encontram-se no final do respetivo caderno.

Formulário

Números

Valor aproximado de π (pi): 3,14159

Geometria

Áreas

Losango: $\dfrac{Diagonal\ maior \times Diagonal\ menor}{2}$

Trapézio: $\dfrac{Base\ maior + Base\ menor}{2} \times Altura$

Superfície esférica: $4\pi r^2$, sendo r o raio da esfera

Volumes

Prisma e cilindro: $Área\ da\ base \times Altura$

Pirâmide e cone: $\dfrac{Área\ da\ base \times Altura}{3}$

Esfera: $\dfrac{4}{3}\pi r^3$, sendo r o raio da esfera

Trigonometria

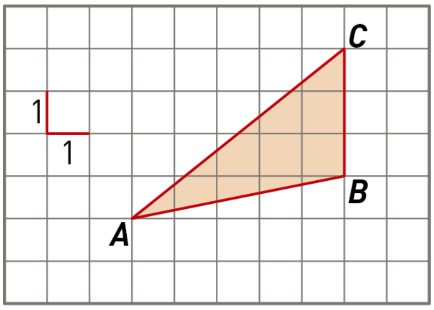
Fórmula fundamental: $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

Relação da tangente com o seno e o cosseno: $\tan x = \dfrac{\sin x}{\cos x}$

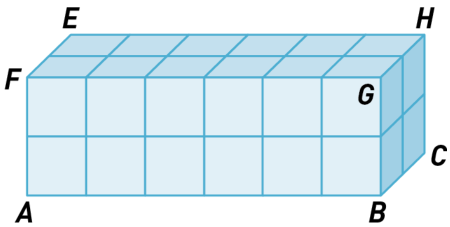
Na resposta aos itens de escolha múltipla, seleciona a opção correta. Escreve na folha de respostas o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

1.

$(\overline{AB})^2 = 5^2 + 1^2$. Daqui resulta que $\overline{AB} = \sqrt{26}$.
$(\overline{AC})^2 = 5^2 + 4^2$. Daqui resulta que $\overline{AC} = \sqrt{41}$.
$\overline{AC} - \overline{AB} = \sqrt{41} - \sqrt{26}$
$\overline{AC} - \overline{AB} \approx 1{,}3041$. Então, $1{,}3 < \overline{AC} - \overline{AB} < 1{,}4$
Resposta: (B) 1,38



2.



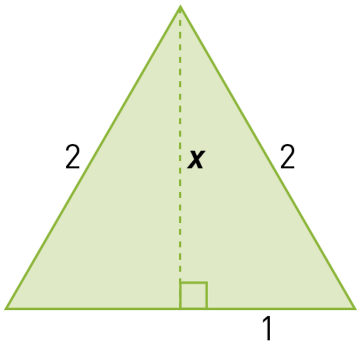
2.1.

Volume de cada cubo: $81:24 = 3{,}375$
Aresta de cada cubo: $\sqrt[3]{3{,}375} = 1{,}5$
Assim, tem-se:
$\overline{AB} = 6 \times 1{,}5 = 9$ e $\overline{AF} = 2 \times 1{,}5 = 3$
$(\overline{BF})^2 = 9^2 + 3^2 = 90$
Daqui resulta que $\overline{BF} = \sqrt{90}$. Mas, $\sqrt{90} \approx 9{,}4868$.
Resposta: $\overline{BF} = 4{,}49$, valor arredondado às centésimas.

2.2.

Resposta: Por exemplo, os planos *ABH* e *FAB*.

3. $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE} = \overline{EF} = \overline{FG} = \overline{GH} = 1$

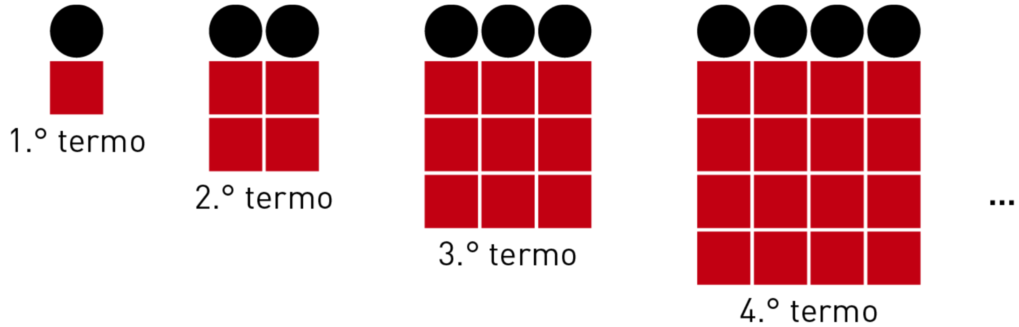


$x^2 + 1^2 = 2^2 \Leftrightarrow x^2 = 3$. Daqui resulta que $x = \sqrt{3}$.

Assim, $d + 2x = d + 2\sqrt{3}$.
Como $2\sqrt{3} \approx 3{,}46$, conclui-se que o ponto *P* pertence ao segmento de reta [*GH*].

Resposta: *P* pertence ao segmento de reta [*GH*].

4.



Sabe-se que:

- em cada figura, o número de círculos é igual ao número correspondente à ordem da figura;
- em cada figura, o número de quadrados é igual ao quadrado do número de círculos.

4.1. Na figura de ordem 35, o número de quadrados é 35^2, ou seja, 1225.

Resposta: 1225 quadrados.

4.2. Como $\sqrt{2209} = 47$, conclui-se que é a figura de ordem 47 e tem 47 círculos.

Resposta: A figura tem 47 círculos.

4.3. Na figura de ordem *n* o número de círculos é *n* e o número de quadrados é n^2.
Prede-se saber se existe algum número natural *n*, tal que $n + n^2 = 600$.
$n + n^2 = 600 \Leftrightarrow n^2 + n - 600 = 0$

$n = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 + 4 \times 600}}{2} \Leftrightarrow n = \frac{-1 \pm \sqrt{2401}}{2} \Leftrightarrow n = \frac{-1 \pm 49}{2}$

$\Leftrightarrow n = \frac{-50}{2} \ \vee \ n = \frac{48}{2} = 24$

Como *n* é número natural a solução é 24.

Resposta: Na figura de ordem 24 a soma do número de círculo com o número de quadrados é 600.

FIM (Caderno 1)

Item							
Cotações (em pontos)							
1.	**2.1.**	**2.2.**	**3.**	**4.1.**	**4.2.**	**4.3.**	**Total**
5	6	4	6	4	4	6	**35**

Caderno 2:

(Não é permitido o uso de calculadora.)

5.
$M = \left\{x \in \mathbb{R}: |x| \leq \frac{5}{2}\right\} \cap \mathbb{Z} = \left[-\frac{5}{2}, \frac{5}{2}\right] \cap \mathbb{Z} = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

Resposta: (C) $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$

6.
$2x^2 + 3x = 2 \Leftrightarrow 2x^2 + 3x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{9+16}}{4}$

$\Leftrightarrow x = \frac{-3 \pm 5}{4} \Leftrightarrow x = -2 \ \vee \ x = \frac{1}{2}$

$\Leftrightarrow x = \frac{-3 \pm 5}{4} \Leftrightarrow x = -2 \vee x = \frac{1}{2}$

Assim, tem-se: $[a, b] = \left[-2, \frac{1}{2}\right]$

$\left[-2, \frac{1}{2}\right] \cap \mathbb{Z} = \{-2, -1, 0\}$

$-2 + (-1) + 0 = -3$

Resposta: –3

7. Como $a < b$ e $\frac{1}{2} > 0$, tem-se $\frac{1}{2} \times a < \frac{1}{2} \times b$, ou seja, $\frac{a}{2} < \frac{b}{2}$ que é equivalente a $\frac{b}{2} > \frac{a}{2}$.

Resposta: (A) $\frac{b}{2} > \frac{a}{2}$

8. Considera a inequação seguinte.

$3x - 5 > 2\left(\frac{x}{3} + 5\right) \Leftrightarrow 3x - 5 > \frac{2x}{3} + 10 \Leftrightarrow 9x - 15 > 2x + 30$

$\Leftrightarrow 7x > 45 \Leftrightarrow x > \frac{45}{7}$

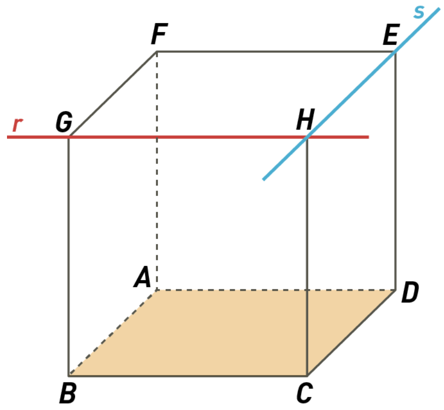
Conjunto solução: $\left]\frac{45}{7}, +\infty\right[$

Como $6 < \frac{45}{7} < 7$, conclui-se que os números naturais que não são solução da inequação são: 1, 2, 3, 4, 5 e 6

Resposta: 1, 2, 3, 4, 5 e 6

9. Na figura está representado um cubo.
Pelo ponto *H* passam duas retas *r* e *s* e ambas são paralelas ao plano *ABC*.

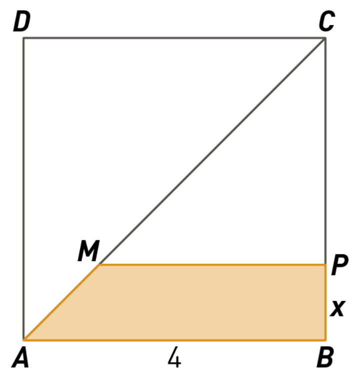
Então, a afirmação (D) é falsa.



Resposta: Opção **(D)**

10. No triângulo [*MPC*], tem-se: $P\hat{M}C = M\hat{C}P = 45°$

Sabe-se que, num triângulo, a ângulos iguais opõem-se lado iguais.



Assim, tem-se: $\overline{MP} = \overline{PC} = 4 - x$

A área do trapézio é dada por: $\frac{\overline{AB}+\overline{MP}}{2} \times \overline{BP}$

Mas, $\frac{\overline{AB}+\overline{MP}}{2} \times \overline{BP} = \frac{4+4-x}{2} \times x = \frac{8x-x^2}{2}$.

Área do trapézio [*ABPM*] é dada por $\frac{8x-x^2}{2}$.

11. Dados quaisquer números reais *a* e *b*, considera as afirmações:

A: "Se $(a+b)^2=0$, então $a\times b\geq 0$."

B: "$|a|=|b|$ se e só se $a^2=b^2$ "

11.1. Por exemplo, $a=-5$ e $b=5$.

$(a+b)^2=(5-5)^2=0$ e $a\times b=5\times(-5)=-25$ e $-25<0$

Portanto, a afirmação é falsa.

11.2.

- Se $|a|=|b|$, então $a=b$ ou $a=-b$.

Se $a=b$, então $a^2=b^2$. Se $a=-b$, então $a^2=(-b)^2=b^2$.

- Se $a^2=b^2$, então $|a|=|b|$.

$a^2=b^2 \Leftrightarrow a^2-b^2=0 \Leftrightarrow (a-b)(a+b)=0$

$\Leftrightarrow a=b \ \vee \ a=-b$

Se $a=b$, então $|a|=|b|$. Se $a=-b$, então $|a|=|-b|=|b|$.

Provou-se que $|a|=|b|$ se e só se $a^2=b^2$.

FIM (Caderno 2)

Item								
Cotações (em pontos)								
5.	**6.**	**7.**	**8.**	**9.**	**10.**	**11.1.**	**11.2.**	**Total**
5	13	5	15	5	12	5	5	**65**