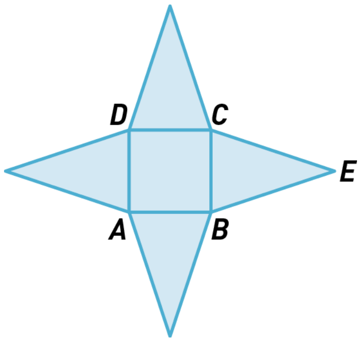
Novo Espaço – Matemática 9.º ano

Proposta de Resolução [março - 2018]

Caderno 1:

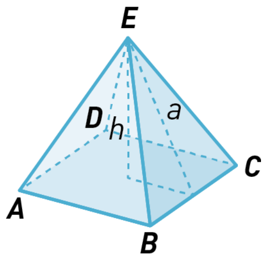
(É permitido o uso de calculadora.)

1. $\overline{BC} = \dfrac{32}{4} = 8$



$\overline{BC} + \overline{BE} + \overline{CE} = 28 \Leftrightarrow 8 + 2\overline{BE} = 28 \Leftrightarrow \overline{BE} = 10$

Seja a a altura do triângulo [BCE] em relação à base [BC].
Recorrendo ao Teorema de Pitágoras, tem-se:
$a^2 + 4^2 = 10^2 \Leftrightarrow a^2 = 84$.
Daqui resulta que $a = \sqrt{84}$.
Seja h a altura da pirâmide.
Recorrendo ao Teorema de Pitágoras, tem-se:
$h^2 + 4^2 = \left(\sqrt{84}\right)^2 \Leftrightarrow h^2 = 84 - 16 \Leftrightarrow h^2 = 68$
Daqui resulta que $h = \sqrt{68}$.
Seja V o volume da pirâmide:



$V = \dfrac{1}{3} \times (8 \times 8) \times \sqrt{68}$
$V \approx 175,92$

Resposta: O volume da pirâmide é $175,92\ \text{cm}^3$.

2. $52\ \text{kg} = 52000\ \text{g}$
$\dfrac{52\,000}{150} = \dfrac{100}{x}$.
Daqui resulta que: $x = \dfrac{150 \times 100}{52\,000}$
$x \approx 0,288$.
Na classificação apresentada no cartaz, o pão é considerado saudável.

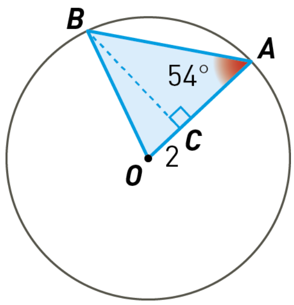
Resposta: O pão é saudável.

3. Se $\overline{AB} = x$, então $x^2 + x^2 = 5^2$.

$x^2 + x^2 = 25 \Leftrightarrow 2x^2 = 25 \Leftrightarrow x^2 = 12,5$
$x = \sqrt{12,5} \approx 3,5355$
Como $\sqrt{12} \approx 3,464$ e $\sqrt{13} \approx 3,606$, conclui-se que $\sqrt{12} < x < \sqrt{13}$.

Resposta: Opção **(C)** 12

4.



4.1. $\overline{OA}=\overline{OB}$ (raio da circunferência).
O triângulo tem dois lados iguais, então é isósceles.
O triângulo não é equilátero, porque num triângulo equilátero os ângulos internos são iguais e têm $60°$ de amplitude.

4.2. $B\hat{A}O=O\hat{B}A=54°$ (a lados iguais opõem-se ângulos iguais)
Como $180°-(54°+54°)=72°$, tem-se $A\hat{O}B=72°$.

$$\tan(72°)=\frac{\overline{BC}}{2}\Leftrightarrow \overline{BC}=2\tan(72°)$$

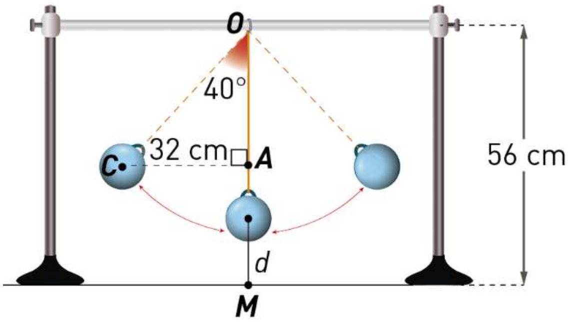
$$\cos(72°)=\frac{2}{\overline{OB}}\Leftrightarrow \overline{OB}=\frac{2}{\cos(72°)}$$

Área do triângulo [*AOB*] é dada por: $\dfrac{\overline{OA}\times\overline{BC}}{2}$

$$\frac{\overline{OA}\times\overline{CB}}{2}=\frac{\overline{OB}\times\overline{BC}}{2}=\frac{\frac{2}{\cos(72°)}\times 2\tan(72°)}{2}\approx 19{,}92$$

Resposta: $19{,}92$ u.a.

5. $\sin(40°)=\dfrac{32}{\overline{OC}}$.



Daqui resulta que $\overline{OC}=\dfrac{32}{\sin(40°)}$.

Assim, $d=56-\dfrac{32}{\sin(40°)}$.

Daqui resulta que: $d\approx 6{,}2$

Resposta: $d\approx 6{,}2$ cm

FIM (Caderno 1)

Item						
Cotações (em pontos)						
1.	**2.**	**3.**	**4.1.**	**4.2.**	**5.**	**Total**
8	6	5	6	10	10	**45**

Caderno 2:

(Não é permitido o uso de calculadora.)

1.

1.1. Os números naturais não pertencentes ao conjunto *A* são: 1, 2, 3 e 4.

Como 1 + 2 + 3 + 4 = 10 , a opção correta é a (D).

Resposta: Opção **(D)** 10

1.2. $x-2\left(\frac{x}{3}+1\right)<\frac{x}{6} \Leftrightarrow x-\frac{2x}{3}-2<\frac{x}{6} \Leftrightarrow 6x-4x-12<x$

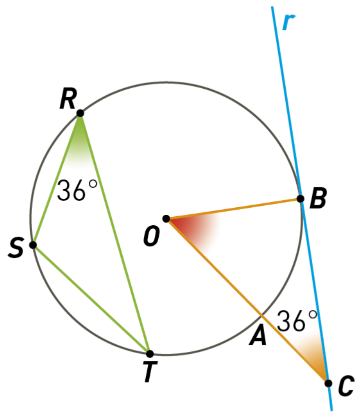
$\Leftrightarrow x<12$

$B=\left]-\infty, 12\right[$

Assim, $A\cap B=\left[\frac{9}{2},+\infty\right[\cap\left]-\infty,12\right[=\left[\frac{9}{2},12\right[$.

Resposta: $A\cap B=\left[\frac{9}{2},12\right[$

2.



2.1. $\overset{\frown}{ST}=2\times 36°=72°$

$360:72=5$

Resposta: [*ST*] pode ser o lado de um pentágono regular inscrito na circunferência.

2.2. O triângulo [*CBO*] é retângulo em *B*.

$180°-(36°+90°)=54°$.

$A\hat{O}B=54°$

Resposta: A amplitude da rotação é $54°$.

3. $3^5 \times 9^{-6} \times 6^7 = 3^5 \times \left(3^2\right)^{-6} \times 6^7 = 3^5 \times 3^{-12} \times 6^7 = 3^{-7} \times 6^7 = \left(\frac{1}{3}\right)^7 \times 6^7 = \left(\frac{6}{3}\right)^7 = 2^7$

Resposta: 2^7

4. $150\,000 \times 4 = 600\,000$

$600\,000 = 6 \times 10^5$

Resposta: Opção **(B)** 6×10^5

5.

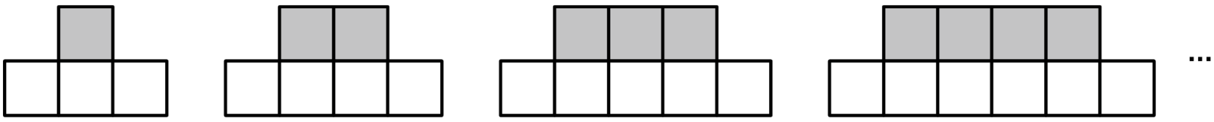


Fig. 1 Fig. 2 Fig. 3 Fig. 4

5.1. $10^2 + 3 \times 10 = 130$

Resposta: 130 quadrados

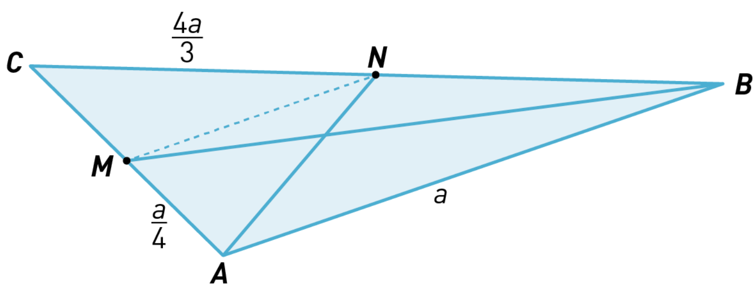
5.2. O número de quadrado cinzentos na figura de ordem n é igual a n.
O número de quadrado brancos na figura de ordem n é igual a $n+2$.

Se na última figura utilizou 20 quadrados cinzentos, então a sequência tem 20 figuras.

O número total de quadrados é $20^2 + 3 \times 20 = 400 + 60 = 460$

Resposta: A Rita utilizou 460 quadrados.

6.



$\overline{CM} = \overline{MA} = \frac{a}{4}$ e $\overline{CN} = \overline{NB} = \frac{4a}{3}$.
Existe uma homotetia que aplica o triângulo [*CMN*] no triângulo [*CAB*].
A razão dessa homotetia é 2.
(Os triângulos são semelhantes.)

Assim, $\overline{AB}=2\times\overline{MN}$, ou seja, $\overline{MN}=\frac{a}{2}$.

O perímetro do quadrilátero [*ABNM*] é dado pela expressão: $\frac{a}{4}+a+\frac{4a}{3}+\frac{a}{2}$

$$\frac{a}{4}+a+\frac{4a}{3}+\frac{a}{2}=\frac{3a+12a+16a+6a}{12}=\frac{37a}{12}$$

Se o perímetro é 37, tem-se: $\frac{37a}{12}=37\Leftrightarrow a=12$

Resposta: $a=12$

FIM (Caderno 2)

Item									
Cotações (em pontos)									
6.1.	**6.2.**	**7.1.**	**7.2.**	**8.**	**9.**	**10.1.**	**10.2.**	**11.**	**Total**
5	8	6	6	8	5	5	6	6	**55**