



Caderno 1:

(É permitido o uso de calculadora.)

Formulário

Números

Valor aproximado de π (pi): 3,14159

Geometria

Áreas

Losango: $\frac{\textit{Diagonal maior} \times \textit{Diagonal menor}}{2}$

Trapézio: $\frac{\textit{Base maior} + \textit{Base menor}}{2} \times \textit{Altura}$

Superfície esférica: $4\pi r^2$, sendo r o raio da esfera

Volumes

Prisma e cilindro: $\textit{Área da base} \times \textit{Altura}$

Pirâmide e cone: $\frac{\textit{Área da base} \times \textit{Altura}}{3}$

Esfera: $\frac{4}{3}\pi r^3$, sendo r o raio da esfera

Trigonometria

Fórmula fundamental: $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

Relação da tangente com o seno e o cosseno: $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$

1.

Raio da esfera: 3 m

Raio da base de cada cone: 2 m, pois $6:3=2$

Altura de cada cone: 5 m, pois $(31-6):5=5$

$$\text{Volume da esfera: } \frac{4}{3}\pi \times 3^3 = 36\pi$$

$$\text{Volume de cada cone: } \frac{1}{3}\pi \times 2^2 \times 5 = \frac{20\pi}{3}$$

$$\text{Volume da escultura: } 36\pi + 10 \times \frac{20\pi}{3} = \frac{308\pi}{3}$$

Seja V o volume da escultura, $V \approx 322,5 \text{ m}^3$.

Resposta: $322,5 \text{ m}^3$

2. Se h a altura da pirâmide.

$$V = \frac{1}{3}A_b \times h, \text{ ou seja, } 92 = \frac{1}{3} \times 8\sqrt{30} \times h.$$

$$92 = \frac{1}{3} \times 8\sqrt{30} \times h \Leftrightarrow h = \frac{3 \times 92}{8\sqrt{30}}$$

$$h \approx 6,2988$$

Dos valores apresentados, o mais próximo do valor exato é o do Gustavo, ou seja, 6,5.

Reposta: Opção (C) Gustavo

3. $\sin(70^\circ) = \frac{4}{AB}$, ou seja, $\overline{AB} = \frac{4}{\sin(70^\circ)}$.

O raio r da circunferência é dado por: $r = \frac{\overline{AB}}{2} = \frac{2}{\sin(70^\circ)}$

Comprimento da circunferência: $2\pi r = \frac{4\pi}{\sin(70^\circ)}$

$2\pi r \approx 13,4$

Resposta: 13,4

4. Substituindo os valores adequados na fórmula $V = \frac{\pi h^2 (3R - h)}{3}$, tem-se:

$$V = \frac{\pi \times 2,4^2 \times (3 \times 1,5 - 2,4)}{3}$$

$V \approx 12,67 \text{ m}^3$

Resposta: 12,67 m³

FIM (Caderno 1)

Item				
Cotações (em pontos)				
1.	2.	3.	4.	Total
12	8	12	8	40

Caderno 2:

(Não é permitido o uso de calculadora.)

$$5. \{ x \in \mathbb{Z} : -\sqrt{5} < x \leq \sqrt{20} \} = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$$

$$-2 - 1 + 0 + 1 + 2 + 3 + 4 = 7$$

Opção (B): 7

$$6. \frac{7x}{5} - \frac{4x-3}{2} > 3 \Leftrightarrow 14x - 20x + 15 > 30 \Leftrightarrow -6x > 15 \Leftrightarrow x < -\frac{15}{6} \Leftrightarrow x < -\frac{5}{2}$$

$$A = \left] -\infty, -\frac{5}{2} \right[. \text{ O menor número inteiro que não pertence a } A \text{ é } -2 .$$

Resposta: -2

7.

7.1.

Resposta: São planos concorrentes

7.2.

Resposta: Por exemplo, as retas AG e FJ não se intersectam e não são paralelas pois são retas não coplanares.

$$8. 4x(x+7) = (2x+6)^2 \Leftrightarrow 4x^2 + 28x = 4x^2 + 24x + 36 \Leftrightarrow 28x - 24x = 36 \Leftrightarrow 4x = 36 \Leftrightarrow x = 9$$

Tem-se:

$$\overline{AB} = 4 \times 9 = 36 ;$$

$$\overline{BC} = 9 + 7 = 16 ;$$

$$\overline{EF} = 2 \times 9 + 6 = 24$$

$$\overline{AB} \times \overline{BC} = 36 \times 16 = 576 \quad \text{e} \quad \overline{EF}^2 = 24^2 = 576$$

Resposta: O valor de x é 9 e a medida da área de cada figura é 576.

9.

9.1.

$$\tan(\theta) = \frac{\overline{AB}}{\overline{BE}}, \text{ ou seja, } \frac{6}{5} = \frac{\overline{AB}}{1,5+2} \Leftrightarrow \overline{AB} = \frac{6 \times 3,5}{5} \Leftrightarrow \overline{AB} = \frac{21}{5} \Leftrightarrow \overline{AB} = 4,2$$

Resposta: $\overline{AB} = 4,2$ m

9.2.

$$\text{Sabe-se que } 1 + \tan^2(x) = \frac{1}{\cos^2(x)}.$$

$$\text{Substituindo, tem-se: } 1 + \frac{36}{25} = \frac{1}{\cos^2(\theta)} \Leftrightarrow \frac{1}{\cos^2(\theta)} = \frac{61}{25} \Leftrightarrow \cos^2(\theta) = \frac{25}{61}.$$

$$\text{Daqui resulta que } \cos(\theta) = \frac{5}{\sqrt{61}}.$$

$$\text{Resposta: } \cos(\theta) = \frac{5}{\sqrt{61}}.$$

10.

$$10.1. \tan(\alpha) = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} \text{ e } \tan(\beta) = \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}}.$$

$$\text{Então, } \tan(\alpha)\tan(\beta) = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} \times \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = 1. \text{ Tal como se queria provar.}$$

10.2. Com a informação dada, não é possível determinar o valor de \overline{AC} .

- Se $\overline{AB} = 5$ e $\overline{BC} = 4$, tem-se $\tan(\alpha) = \frac{4}{5}$. Neste caso, $\overline{AC} = \sqrt{5^2 + 4^2} = \sqrt{41}$.
- Se $\overline{AB} = 10$ e $\overline{BC} = 8$, tem-se $\tan(\alpha) = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$. Neste caso, $\overline{AC} = \sqrt{10^2 + 8^2} = \sqrt{164}$.

FIM (Caderno 2)

Item									
Cotações (em pontos)									
5.	6.	7.1.	7.2.	8.	9.1.	9.2.	10.1.	10.2.	Total
4	8	4	4	10	10	10	5	5	60