

Caderno 1:

(É permitido o uso de calculadora.)

O teste é constituído por dois cadernos (Caderno 1 e Caderno 2).

Utiliza apenas caneta ou esferográfica, de tinta azul ou preta.

É permitido o uso de calculadora no Caderno 1.

Não é permitido o uso de corretor. Deves riscar aquilo que pretendes que não seja classificado.

Para cada resposta, identifica o item.

Apresenta as tuas respostas de forma legível.

Apresenta apenas uma resposta para cada item.

O teste inclui um formulário e uma tabela trigonométrica.

As cotações dos itens de cada caderno encontram-se no final do respetivo caderno.

Formulário

Números

Valor aproximado de π (pi): 3,14159

Geometria

Áreas

Losango: $\frac{\textit{Diagonal maior} \times \textit{Diagonal menor}}{2}$

Trapézio: $\frac{\textit{Base maior} + \textit{Base menor}}{2} \times \textit{Altura}$

Superfície esférica: $4\pi r^2$, sendo r o raio da esfera

Volumes

Prisma e cilindro: $\textit{Área da base} \times \textit{Altura}$

Pirâmide e cone: $\frac{\textit{Área da base} \times \textit{Altura}}{3}$

Esfera: $\frac{4}{3}\pi r^3$, sendo r o raio da esfera

Trigonometria

Fórmula fundamental: $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

Relação da tangente com o seno e o cosseno: $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$

Na resposta aos itens de escolha múltipla, seleciona a opção correta. Escreve na folha de respostas o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

1. A diagonal $[AC]$ do quadrado é diâmetro da circunferência.

Assim, $\overline{AC} = 6$ cm.

Seja x a medida do lado do quadrado.

$$x^2 + x^2 = 6^2 \Leftrightarrow 2x^2 = 36 \Leftrightarrow x^2 = 18$$

Daqui resulta que $x = \sqrt{18}$.

Comprimento da circunferência: $2\pi r = 6\pi$

Perímetro do quadrado: $4\sqrt{18}$

Diferença entre o comprimento da circunferência e o perímetro do quadrado:

$$6\pi - 4\sqrt{18} \text{ (valor exato)}$$

Valor arredondado às centésimas: 1,88

Resposta: Valor exato: $6\pi - 4\sqrt{18}$. Valor arredondado às centésimas: 1,88

$$2. \quad 9 - \pi x < 2 \Leftrightarrow -\pi x < -7 \Leftrightarrow x > \frac{7}{\pi}$$

$$2x - \sqrt{7} \leq 9 \Leftrightarrow x \geq \frac{9 + \sqrt{7}}{2}$$

Como $\frac{7}{\pi} \approx 2,23$ e $\frac{9 + \sqrt{7}}{2} \approx 5,82$, os números naturais que pertencem ao conjunto

$A \cap B$ são: 3, 4 e 5.

Como $3 + 4 + 5 = 12$, a opção correta é a (A).

Resposta: Opção correta (A) 12

3. A distância entre as retas r e s é igual à altura do triângulo $[ABC]$ em relação ao lado $[BC]$.

Seja h essa altura.

$$h^2 + 4^2 = 8^2$$

Assim, tem-se, $h^2 = 64 - 16 \Leftrightarrow h^2 = 48$. Daqui resulta que $h = \sqrt{48}$.

$h \approx 6,9$.

Resposta: A distância entre as retas r e s , arredondada às décimas, é 6,9.

4. $\overline{AB} = \sqrt{144} = 12$

Seja h a altura da pirâmide $[EFGHV]$.

Sabe-se que o volume do sólido é 1968 cm^3 .

Assim, tem-se que a soma dos volumes do cubo e da pirâmide é igual a 1968 cm^3 .

$$12^3 + \frac{1}{3} \times 144 \times h = 1968 \Leftrightarrow \frac{144h}{3} = 240 \Leftrightarrow h = 5$$

Assim a distância do vértice V ao plano ABC é dada por $12 + 5$, ou seja, 17 .

Resposta: A distância de V ao plano ABC é 17 cm .

5. O diâmetro da base é 10 cm e o raio da base é 5 cm .

A área da base é dada por πr^2 , ou seja, $25\pi \text{ cm}^2$.

O volume do cilindro é dado por $25\pi \times 20$, ou seja, $500\pi \text{ cm}^3$.

$$500\pi \approx 1570,8$$

Resposta: A opção correta é **(C)** $1570,8$

FIM (Caderno 1)

Item					
Cotações (em pontos)					
1.	2.	3.	4.	5.	Total
8	8	8	8	8	40

Caderno 2:

(Não é permitido o uso de calculadora.)

6. A medida do raio do círculo é igual a $r = \frac{\sqrt{12}}{2}$.

A medida da área é dada por πr^2 .

$$\pi r^2 = \pi \times \left(\frac{\sqrt{12}}{2}\right)^2 = \frac{12\pi}{4} = 3\pi$$

Resposta: Opção correta é (B) 3π .

7. $\frac{x+2}{4} \geq x \Leftrightarrow x+2 \geq 4x \Leftrightarrow 2 \geq 3x \Leftrightarrow x \leq \frac{2}{3}$

$$A = \left] -\infty, \frac{2}{3} \right]$$

$$(x-2)^2 < x(x+2) \Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 < x^2 + 2x \Leftrightarrow -6x < -4 \Leftrightarrow x > \frac{4}{6} \Leftrightarrow x > \frac{2}{3}$$

$$B = \left] \frac{2}{3}, +\infty \right[$$

$$A \cup B = \left] -\infty, \frac{2}{3} \right] \cup \left] \frac{2}{3}, +\infty \right[= \mathbb{R}$$

8.1. Sabe-se que o volume do prisma é igual ao produto da área da base pela altura.

Assim, a área de cada uma das bases é igual a $1500 : 10 = 150$

A área de cada uma das bases é igual a 150 cm^2 .

A soma das medidas das áreas das bases, em cm^2 , é igual a 300.

Resposta: A soma das medidas das áreas das bases, em cm^2 , é 300.

8.2.

a) A reta PQ é secante (ou concorrente) em relação ao plano ABC .

b) A distância entre os planos ABC e DEF é 10 cm. Assim, a distância entre quaisquer dois pontos, um de cada plano, é sempre maior ou igual a 10 cm.

Assim, a distância entre P e Q não pode ser igual a 9,8 cm.

Resposta: Opção correta (D) 9,8.

9.1. $(\overline{AE})^2 + 8^2 = 10^2 \Leftrightarrow (\overline{AE})^2 = 36$

Daqui resulta que: $\overline{AE} = 6$ e $\overline{ED} = 8 - 6 = 2$

Área do trapézio [BCDE]: $\frac{\overline{DE} + \overline{BC}}{2} \times \overline{CD} = \frac{2 + 8}{2} \times 8 = 40$

Volume do prisma em que a base é o trapézio [BCDE] e a altura é 5:
 $40 \times 5 = 200$ (produto da área da base pela altura).

Resposta: O volume do prisma é igual a 200 (unidades de volumes).

9.2. Os triângulos [AGF] e [ABE] são semelhantes, basta atender a que:
 $\hat{G}\hat{A}\hat{F} = \hat{B}\hat{A}\hat{E}$ (ângulos retos) e $\hat{E}\hat{B}\hat{A} = \hat{F}\hat{G}\hat{A}$ (ângulos de lados diretamente paralelos).
 Como os dois triângulos têm dois ângulos iguais, conclui-se que são semelhantes.

Sendo os triângulos semelhantes, tem-se: $\frac{\overline{BE}}{\overline{GF}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{AG}} = \frac{\overline{AE}}{\overline{AF}}$

$\frac{10}{6} = \frac{8}{\overline{AG}} = \frac{6}{\overline{AF}}$. Daqui resulta que, $\overline{AF} = \frac{6 \times 6}{10} = 3,6$.

Resposta: $\overline{AF} = 3,6$

FIM (Caderno 2)

Item							
Cotações (em pontos)							
6.	7.	8.1.	8.2.a)	8.2.b)	9.1.	9.2.	Total
8	10	8	6	8	10	10	60