

Novo Espaço – Matemática, 9.º ano
Proposta de teste de avaliação [março – 2019]

Nome: _____

Ano / Turma: _____ N.º: _____ Data: ____ - ____ - ____



O teste é constituído por dois cadernos (Caderno 1 e Caderno 2).

Utiliza apenas caneta ou esferográfica, de tinta azul ou preta.

É permitido o uso de calculadora no Caderno 1.

Não é permitido o uso de corretor. Deves riscar aquilo que pretendes que não seja classificado.

Para cada resposta, identifica o item.

Apresenta as tuas respostas de forma legível.

Apresenta apenas uma resposta para cada item.

O teste inclui um formulário e uma tabela trigonométrica.

As cotações dos itens de cada caderno encontram-se no final do respetivo caderno.

Formulário

Números

Valor aproximado de π (pi): 3,141 59

Geometria

Áreas

Losango: $\frac{\text{Diagonal maior} \times \text{Diagonal menor}}{2}$

Trapézio: $\frac{\text{Base maior} + \text{Base menor}}{2} \times \text{Altura}$

Superfície esférica: $4\pi r^2$, sendo r o raio da esfera

Volumes

Prisma e cilindro: $\text{Área da base} \times \text{Altura}$

Pirâmide e cone: $\frac{\text{Área da base} \times \text{Altura}}{3}$

Esfera: $\frac{4}{3}\pi r^3$, sendo r o raio da esfera

Trigonometria

Fórmula fundamental: $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

Relação da tangente com o seno e o cosseno: $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$

Tabela trigonométrica

Graus	Seno	Cosseno	Tangente	Graus	Seno	Cosseno	Tangente
1	0,0175	0,9998	0,0175	46	0,7193	0,6947	1,0355
2	0,0349	0,9994	0,0349	47	0,7314	0,6820	1,0724
3	0,0523	0,9986	0,0524	48	0,7431	0,6691	1,1106
4	0,0698	0,9976	0,0699	49	0,7547	0,6561	1,1504
5	0,0872	0,9962	0,0875	50	0,7660	0,6428	1,1918
6	0,1045	0,9945	0,1051	51	0,7771	0,6293	1,2349
7	0,1219	0,9925	0,1228	52	0,7880	0,6157	1,2799
8	0,1392	0,9903	0,1405	53	0,7986	0,6018	1,3270
9	0,1564	0,9877	0,1584	54	0,8090	0,5878	1,3764
10	0,1736	0,9848	0,1763	55	0,8192	0,5736	1,4281
11	0,1908	0,9816	0,1944	56	0,8290	0,5592	1,4826
12	0,2079	0,9781	0,2126	57	0,8387	0,5446	1,5399
13	0,2250	0,9744	0,2309	58	0,8480	0,5299	1,6003
14	0,2419	0,9703	0,2493	59	0,8572	0,5150	1,6643
15	0,2588	0,9659	0,2679	60	0,8660	0,5000	1,7321
16	0,2756	0,9613	0,2867	61	0,8746	0,4848	1,8040
17	0,2924	0,9563	0,3057	62	0,8829	0,4695	1,8807
18	0,3090	0,9511	0,3249	63	0,8910	0,4540	1,9626
19	0,3256	0,9455	0,3443	64	0,8988	0,4384	2,0503
20	0,3420	0,9397	0,3640	65	0,9063	0,4226	2,1445
21	0,3584	0,9336	0,3839	66	0,9135	0,4067	2,2460
22	0,3746	0,9272	0,4040	67	0,9205	0,3907	2,3559
23	0,3907	0,9205	0,4245	68	0,9272	0,3746	2,4751
24	0,4067	0,9135	0,4452	69	0,9336	0,3584	2,6051
25	0,4226	0,9063	0,4663	70	0,9397	0,3420	2,7475
26	0,4384	0,8988	0,4877	71	0,9455	0,3256	2,9042
27	0,4540	0,8910	0,5095	72	0,9511	0,3090	3,0777
28	0,4695	0,8829	0,5317	73	0,9563	0,2924	3,2708
29	0,4848	0,8746	0,5543	74	0,9613	0,2756	3,4874
30	0,5000	0,8660	0,5774	75	0,9659	0,2588	3,7321
31	0,5150	0,8572	0,6009	76	0,9703	0,2419	4,0108
32	0,5299	0,8480	0,6249	77	0,9744	0,2250	4,3315
33	0,5446	0,8387	0,6494	78	0,9781	0,2079	4,7046
34	0,5592	0,8290	0,6745	79	0,9816	0,1908	5,1445
35	0,5736	0,8192	0,7002	80	0,9848	0,1736	5,6713
36	0,5878	0,8090	0,7265	81	0,9877	0,1564	6,3138
37	0,6018	0,7986	0,7536	82	0,9903	0,1392	7,1154
38	0,6157	0,7880	0,7813	83	0,9925	0,1219	8,1443
39	0,6293	0,7771	0,8098	84	0,9945	0,1045	9,5144
40	0,6428	0,7660	0,8391	85	0,9962	0,0872	11,4301
41	0,6561	0,7547	0,8693	86	0,9976	0,0698	14,3007
42	0,6691	0,7431	0,9004	87	0,9986	0,0523	19,0811
43	0,6820	0,7314	0,9325	88	0,9994	0,0349	28,6363
44	0,6947	0,7193	0,9657	89	0,9998	0,0175	57,2900
45	0,7071	0,7071	1,0000				

Na resposta aos itens de escolha múltipla, seleciona a opção correta.

Escreve na folha de respostas o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

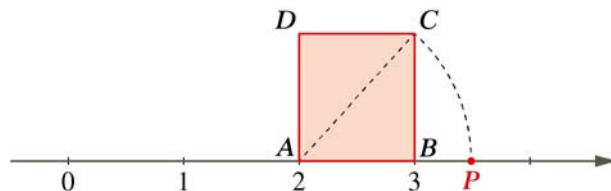
Caderno 1

(É permitido o uso de calculadora.)

1. Na figura seguinte estão representados o quadrado $[ABCD]$ e a reta numérica.

Sabe-se que:

- A , B e P são ponto da reta numérica;
- a abcissa de A é 2;
- a abcissa de B é 3;
- $\overline{AC} = \overline{AP}$.



Seja x a abcissa de P .

Assinala a afirmação verdadeira.

- (A) $3,2 < x < 3,3$ (B) $3,3 < x < 3,4$
(C) $3,4 < x < 3,5$ (D) $3,5 < x < 3,6$

2. Designa por k o quadrado da diferença entre 1 e o inverso de π .

A qual dos seguintes intervalos pertence k ?

- (A) $\left] \frac{5}{11}, \frac{8}{17} \right[$ (B) $\left] 3^{-1}, \frac{4}{9} \right[$
(C) $\left] \frac{7}{20}, \frac{2}{5} \right[$ (D) $\left] \frac{4}{5}, \sqrt{0,7} \right[$

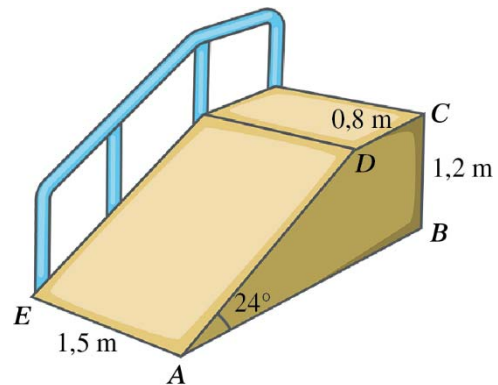
3. Determina o menor número natural n para o qual $\frac{15}{2}$ pertence ao conjunto A ,

sendo $A = [0, +\infty[\cap]-\infty, \sqrt{n}[$.

4. Na figura está representada uma rampa com a forma de um prisma.

Sabe-se que:

- $[ABCD]$ é um trapézio retângulo;
- $\overline{BC} = 1,2 \text{ m}$
- $\overline{CD} = 0,8 \text{ m}$
- $\overline{AE} = 1,5 \text{ m}$
- $\widehat{BAD} = 24^\circ$



Determina, em metros cúbicos, o volume do prisma.

Apresenta o resultado arredondado às décimas.

Se procederes a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserva, pelo menos, três casas decimais.

FIM (Caderno 1)

Item				
Cotações (em pontos)				
1.	2.	3.	4.	Total
8	8	10	14	40

Caderno 2

(Não é permitido o uso de calculadora.)

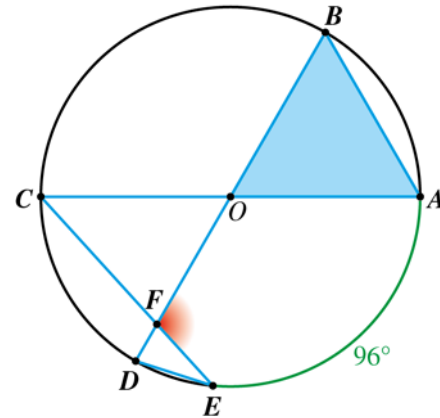
5. Escreve o número $\frac{7^2 \times 2^{-6}}{5^6}$ na forma de notação científica.
Apresenta todos os cálculos que efetuares.

6. Seja A o conjunto-solução da inequação $\frac{5-(x+2)}{3} \geq \frac{1}{2}(x-1)$.
Resolve a inequação e apresenta na forma de intervalo de números reais o conjunto $A \cap]-1, +\infty[$.
Apresenta todos os cálculos que efetuares.

7. Na figura está representada uma circunferência de centro O , sendo $[AC]$ e $[BD]$ diâmetros dessa circunferência.

Sabe-se que:

- o triângulo $[OAB]$ é equilátero;
- o ponto E pertence à circunferência, sendo 96° a amplitude do arco EA ;
- o ponto F é a interseção dos segmentos de reta $[CE]$ e $[BD]$.



- 7.1. Determina, em graus, \widehat{EFO} .

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

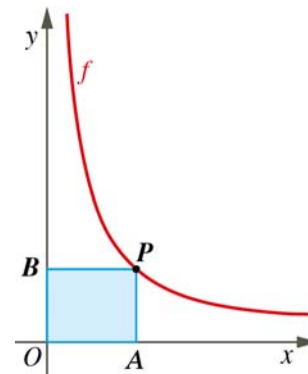
- 7.2. Sabe-se que $[DE]$ é um dos lados de um polígono regular inscrito na circunferência.

Determina o número de lados desse polígono.

8. Na figura estão representados, em referencial cartesiano, o retângulo $[OAPB]$ e o gráfico de uma função de proporcionalidade inversa f .

Sabe-se que:

- o vértice P pertence ao gráfico de f ;
- o vértice A pertence ao eixo Ox ;
- o vértice B pertence ao eixo Oy ;
- a medida da área do retângulo $[OAPB]$ é 3 u.a.



- 8.1. Indica as coordenadas do ponto P , sabendo que a sua ordenada é igual a 2.

- 8.2. Assinala a opção que corresponde a uma expressão que define a função f .

$f(x) = 3$ $f(x) = 3x$

$f(x) = \frac{x}{3}$ $f(x) = \frac{3}{x}$

9. O tempo, em minutos, gasto para encher um tanque é inversamente proporcional ao número de litros de água que uma torneira debita por minuto (caudal da torneira).



Seja t o tempo, em minutos, necessário para encher o tanque para um caudal c da torneira.

Completa o seguinte quadro e indica, em litros, a capacidade do tanque.

c	120	150	
t		40	24

FIM (Caderno 2)

Item							
Cotações (em pontos)							
5.	6.	7.1.	7.2.	8.1.	8.2.	9.	Total
10	10	8	8	8	8	8	60

PROPOSTA DE RESOLUÇÃO

Caderno 1

(É permitido o uso de calculadora.)

1. $\overline{AC}^2 = 1^2 + 1^2 \Leftrightarrow \overline{AC}^2 = 2$

Assim, $\overline{AC} = \sqrt{2}$.

Então, $x = 2 + \sqrt{2} \approx 3,41$.

Resposta: Opção (C) $3,4 < x < 3,5$

2. $k = \left(1 - \frac{1}{\pi}\right)^2 \approx 0,4647$. Verifica-se que $\frac{5}{11} \approx 0,4545$ e $\frac{8}{17} \approx 0,4705$.

Então, $\frac{5}{11} < k < \frac{8}{17}$.

Resposta: Opção (A) $\left] \frac{5}{11}, \frac{8}{17} \right[$

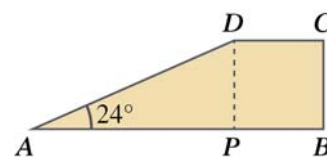
3. $A = [0, +\infty[\cap]-\infty, \sqrt{n}[= [0, \sqrt{n}[$

Então, $\sqrt{n} > \frac{15}{2}$, ou seja, $n > \frac{225}{4} \Leftrightarrow n > 56,25$.

Resposta: O menor número natural n que satisfaz a condição é 57.

4. Seja V o volume do prisma. $V = A_{[ABCD]} \times \overline{AE}$

$$A_{[ABCD]} = \frac{\overline{AB} + \overline{CD}}{2} \times \overline{BC}$$



Designando por P a projeção ortogonal de D sobre a reta AB , tem-se $\overline{DP} = \overline{BC}$.

Repara que $\tan 24^\circ = \frac{1,2}{AP}$. Daqui resulta que $\overline{AP} \approx 2,6952$.

Então, $\overline{AB} = \overline{AP} + \overline{PB} = 2,6952 + 0,8 = 3,4952$.

$$A_{[ABCD]} = \frac{3,4952 + 0,8}{2} \times 1,2 = 2,5771$$

$V = A_{[ABCD]} \times \overline{AE} = 2,5771 \times 1,5 \approx 3,9$, pelo que $V \approx 3,9 \text{ m}^3$.

Resposta: O volume do prisma é, aproximadamente, $3,9 \text{ m}^3$.

FIM (Caderno 1)

Caderno 2

(Não é permitido o uso de calculadora.)

5.
$$\frac{7^2 \times 2^{-6}}{5^6} = 7^2 \times 2^{-6} \times 5^{-6} = 49 \times 10^{-6} = 4,9 \times 10 \times 10^{-6} = 4,9 \times 10^{-5}$$

Resposta: $4,9 \times 10^{-5}$

6.
$$\frac{5-(x+2)}{3} \geq \frac{1}{2}(x-1) \Leftrightarrow \frac{5-x-2}{3} \geq \frac{x}{2} - \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{3-x}{3} \geq \frac{x}{2} - \frac{1}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 6-2x \geq 3x-3 \Leftrightarrow -2x-3x \geq -3-6 \Leftrightarrow -5x \geq -9 \Leftrightarrow x \leq \frac{9}{5}$$

$$A = \left] -\infty, \frac{9}{5} \right]$$

$$A \cap]-1, +\infty[= \left] -\infty, \frac{9}{5} \right] \cap]-1, +\infty[= \left] -1, \frac{9}{5} \right]$$

Resposta: $\left] -1, \frac{9}{5} \right]$

7.1. Como o triângulo $[OAB]$ é equilátero, $\widehat{AB} = \widehat{AOB} = 60^\circ$.

$$\widehat{EB} = \widehat{EA} + \widehat{AB} = 96^\circ + 60^\circ = 156^\circ$$

Como os ângulos AOB e COD são verticalmente opostos, então têm a mesma amplitude. Logo, $\widehat{CD} = \widehat{AB} = 60^\circ$.

$$\widehat{EFO} = \frac{\widehat{EB} + \widehat{CD}}{2} = \frac{156^\circ + 60^\circ}{2} = 108^\circ$$

Resposta: $\widehat{EFO} = 108^\circ$

7.2.
$$D\hat{B}A = \frac{\widehat{DA}}{2} \Leftrightarrow \widehat{DA} = 2 \times D\hat{B}A$$

Como o triângulo $[OAB]$ é equilátero, $D\hat{B}A = 60^\circ$, pelo que $\widehat{DA} = 2 \times 60^\circ = 120^\circ$.

$$\widehat{DE} = \widehat{DA} - \widehat{EA} = 120^\circ - 96^\circ = 24^\circ$$

Sendo n o número de lados, $n = \frac{360}{24} = 15$.

Resposta: O polígono tem 15 lados.

8.1. Se a ordenada de P é 2, então $\overline{AP} = 2$.

Como a medida da área do retângulo $[OAPB]$ é 3, tem-se:

$$\overline{OA} \times 2 = 3 \Leftrightarrow \overline{OA} = \frac{3}{2}$$

Então, $P\left(\frac{3}{2}, 2\right)$.

Resposta: $P\left(\frac{3}{2}, 2\right)$

8.2. Sabe-se que $f\left(\frac{3}{2}\right) = 2$, o que apenas acontece na expressão $f(x) = \frac{3}{x}$.

Resposta: Opção (D) $f(x) = \frac{3}{x}$

9. Como c e t representam grandezas inversamente proporcionais, o seu produto é constante.

Assim, tem-se:

$$c \times t = 150 \times 40 \Leftrightarrow c \times t = 6000 \Leftrightarrow c \times t = 6000$$

c	120	150	250
t	50	40	24

Resposta: O tanque tem um capacidade de 6000 litros.

FIM (Caderno 2)