Caderno 1
(É permitido o uso de calculadora.)

1. $A \cup B = [-15, \pi[\cup]\sqrt{72}, +\infty[$

Sabe-se que $\pi \approx 3{,}14$ e $\sqrt{72} \approx 8{,}5$.

Os números naturais que não pertencem a $A \cup B$ são: 4, 5, 6, 7 e 8.
A soma dos números naturais que não pertencem a $A \cup B$ é 30.

Resposta: 30

2. $(n+1)^2 - n^2 > 500 \Leftrightarrow n^2 + 2n + 1 - n^2 > 500 \Leftrightarrow n > 249{,}5$

O menor número natural que é solução da inequação é 250.
$\sqrt{250} \approx 15{,}811$

Resposta: $15{,}811$

3. Seja d a diagonal da face do cubo.

$d^2 = 4^2 + 4^2 \Leftrightarrow d^2 = 2 \times 4^2$

Daqui resulta que $d = \sqrt{2 \times 4^2} = 4\sqrt{2}$.

Seja D o diâmetro da base do cilindro e r o seu raio.

$D = \frac{4\sqrt{2}}{3}$ e $r = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

Área da base do cilindro: πr^2, ou seja, $\frac{8\pi}{9}$.

Sendo h a altura do cilindro, o volume é dado por $V = \pi r^2 h$.

Assim, tem-se: $V = \frac{8\pi}{9} \times 4 = \frac{32\pi}{9} \approx 11{,}2$.

Resposta: $V \approx 11{,}2\,\text{m}^3$

4. A área do quadrado $[ABCD]$ é $441\,\text{cm}^2$. Então, a área do quadrado $[EFGH]$, em centímetros quadrados, é $\left(\frac{1}{2}\right)^2 \times 441 = 110{,}25$.

O volume da pirâmide mais pequena, em centímetros cúbicos, é dado por $\frac{1}{3} \times 110{,}25 \times 14$, ou seja, $514{,}5$.

Resposta: Opção **(C)** $514{,}5$

5.

5.1. $\overline{OT} = 5 - 1,8 = 3,2$

$$\cos(40°) = \frac{\overline{OT}}{\overline{OP}} \Leftrightarrow \cos(40°) = \frac{3,2}{\overline{OP}} \Leftrightarrow \overline{OP} = \frac{3,2}{\cos(40°)}$$

$\overline{OP} \approx 4,2$

Resposta: O comprimento da barreira é, aproximadamente, 4,2 m.

5.2 $\overline{PQ} = \overline{PT} + \overline{TQ}$

$$\tan(40°) = \frac{\overline{PT}}{\overline{OT}} \Leftrightarrow \overline{PT} = 3,2\tan(40°)$$

$\overline{PQ} = \overline{PT} + \overline{TQ} = 3,2\tan(40°) + 1,5$ $\qquad$ $\overline{PQ} \approx 4,2\,\text{m}$

Resposta: Na **situação II**, a distância do ponto *P* ao solo é, aproximadamente, 4,2 m.

6.

6.1. A área do triângulo [*CDE*], em centímetros quadrados, é dada por $0,4 \times 125$, ou seja, 50.

A área da base do prisma, em centímetros quadrados, é 175 e a sua altura, em centímetros, é 8.

O volume do prisma, em centímetros cúbicos, é dado por 175×8, ou seja, 1400.

Resposta: O volume do prisma é $1400\,\text{cm}^3$.

6.2. **a)** **Resposta:** Por exemplo, a reta *CH*.

6.2. **b)** **Resposta:** Por exemplo, a reta *DC*.

6.2. **c)** **Resposta:** A reta *BC*.

6.3. $\overset{\frown}{CD} = \overset{\frown}{DE} = 90°$

$\overset{\frown}{ACD} = 2 \times A\hat{E}D = 2 \times 111° = 222°$

$\overset{\frown}{ABC} = 222° - 90° = 132°$

Resposta: $132°$

FIM (Caderno 1)

Caderno 2

(Não é permitido o uso de calculadora.)

7. $396\times10^6\times10^3=3{,}96\times10^2\times10^6\times10^3=3{,}96\times10^{11}$

Resposta: Opção **(D)** $3{,}96\times10^{11}$

8. $f(x)=g(x)\Leftrightarrow -x^2=-\frac{3}{2}x-1\Leftrightarrow -2x^2+3x+2=0\Leftrightarrow$

$x=\frac{-3\pm\sqrt{9+16}}{-4}\Leftrightarrow x=\frac{-3\pm5}{-4}\Leftrightarrow x=2\vee x=-\frac{1}{2}$

Como $x>0$, tem-se $P(2,\ f(2))$, ou seja, $P(2,-4)$.

Resposta: $P(2,-4)$

9. $(x-2)^2=\frac{3-x}{2}\Leftrightarrow x^2-4x+4=\frac{3-x}{2}\Leftrightarrow 2x^2-8x+8=3-x\Leftrightarrow$

$2x^2-7x+5=0\Leftrightarrow x=\frac{7\pm\sqrt{49-40}}{4}\Leftrightarrow x=\frac{5}{2}\vee x=1$

Resposta: Conjunto-solução: $\left\{1,\frac{5}{2}\right\}$

10. Se $A(x,3)$, com $x>0$, então $\overline{AB}=2x$.

A área do retângulo $[ABCD]$ é 12. Então, $2x\times3=12$, ou seja, $6x=12$.

Daqui resulta que $x=2$.

Como $f(2)=3$, tem-se $a\times2^2=3$, ou seja, $a=\frac{3}{4}$.

Resposta: Opção **(A)** $\frac{3}{4}$

11.

11.1. Número de alunos da turma: $5+7+3+8+2=25$

Número de casos favoráveis: $8+2=10$

Seja P a probabilidade pedida.

$P=\frac{10}{25}=\frac{2}{5}$

Resposta: A probabilidade de escolher um aluno que tenha ido ao teatro mais de duas vezes é $\frac{2}{5}$.

11.2.

	Ana	**Rapariga**
Rapaz 1	R_1, Ana	R_1, Rapariga
Pedro	Pedro, Ana	Pedro, Rapariga
Rapaz 2	R_2, Ana	R_2, Rapariga

Há 6 casos possíveis e 2 casos favoráveis.

Seja P a probabilidade pedida. $P=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

Resposta: A probabilidade de não se escolher o Pedro nem a Ana é $\frac{1}{3}$.

12.1. $\frac{1-2x}{2}<f(6)\Leftrightarrow\frac{1-2x}{2}<\frac{4}{3}\Leftrightarrow 3-6x<8\Leftrightarrow -6x<5\Leftrightarrow x>-\frac{5}{6}$

$\Leftrightarrow x\in\left]-\frac{5}{6},+\infty\right[$

Resposta: $\left]-\frac{5}{6},+\infty\right[$

12.2. Se $P\left(6,\frac{4}{3}\right)$ pertence ao gráfico de *f*, tem-se $f(6)=\frac{4}{3}$.

$f(6)=\frac{4}{3}\Leftrightarrow\frac{k}{6}=\frac{4}{3}\Leftrightarrow k=8$

Assim, tem-se $f(x)=\frac{8}{x}$.

As coordenadas dos pontos do gráfico são inteiras se e só se x é divisor de 8.

Então, $A=\{(1,8),(2,4),(4,2),(8,1)\}$.

Número de casos possíveis: 4

Números de casos favoráveis: 1 (o único caso favorável é $(8,1)$)

Seja P a probabilidade pretendida.

$P=\frac{1}{4}=0{,}25$, ou seja, em percentagem, 25%

Resposta: 25%

FIM (Caderno 2)