Proposta de Resolução

Caderno 1

1. Opção **(B)**; 8 e 15

Sabe-se que $\text{m.m.c.}(a,b)\times\text{m.d.c.}(a,b)=a\times b$.

Neste caso, tem-se $\text{m.m.c.}(a,b)=a\times b$. Então, $\text{m.d.c.}(a,b)=1$, ou seja, os números *a* e *b* são primos entre si. A única opção que satisfaz é a (B).

2.

2.1. Seja *A* o acontecimento: "sair bola preta".

$P(A)=1-0,65=0,35$.

Como $0,35=\frac{35}{100}=\frac{7}{20}$

Resposta: $\frac{7}{20}$

2.2. Número de bolas vermelhas: $0,25\times 60=15$

Número de bolas vermelhas ou brancas (não pretas): $0,65\times 60=39$

Número de bolas brancas: $39-15=24$

Resposta: 24

3.

3.1. Opção **(B)**; 57

8.º termo: $8^2-7=57$

3.2. Seja *n* a ordem do último termo.

Então, $307=n^2-(n-1)$.

$307=n^2-(n-1)\Leftrightarrow n^2-n-306=0$

$\Leftrightarrow n=\frac{1\pm\sqrt{1+1224}}{2}\Leftrightarrow n=18\ \vee\ n=-17$

A ordem do último termo é 18. Conclui-se que a sequência tem 18 termos.

Resposta: 18

Proposta de Resolução

4. Opção **(C)**; $54°$

$\overset{\frown}{AB} = 180 - 72 = 108$

$\overset{\frown}{AB} = 108°$

$D\hat{C}B = \dfrac{108}{2} = 54$

$D\hat{C}B = B\hat{D}C = 54°$. Nota que num triângulo a lados iguais opõem-se ângulos iguais.

Resposta: $54°$

5.

5.1. Recorrendo ao Teorema de Pitágoras, tem-se:

$\left(\overline{BC}\right)^2 = 80^2 + (20-15)^2$

$\left(\overline{BC}\right)^2 = 80^2 + (20-15)^2$

$\overline{BC} = \sqrt{6425}$

$\overline{BC} \approx 80{,}16$

Resposta: $80{,}16\,\text{cm}$

5.2. A base do prisma é [*CDEF*] e a altura é 50 cm.

$\tan\left(18^\circ\right) = \dfrac{\overline{DE}}{40}$. Então, $\overline{DE} = 40 \times \tan\left(18^\circ\right)$

$\overline{DE} \approx 12{,}997$.

Área da base, ou seja, área do trapézio [*CDEF*]: $A_b = \dfrac{\overline{FC} + \overline{DE}}{2} \times \overline{FD}$

$A_b = \dfrac{20 + 40 \times \tan(18°)}{2} \times 40 \approx 659{,}936$

Volume do prisma: $V = A_b \times 50$

$V = A_b \times 50 \approx 32997$

Resposta: $32997\,\text{cm}^3$

Proposta de Resolução

Caderno 2

6.

6.1. Há 16 livros que não são de banda desenhada.

A probabilidade pedida é dada por $\frac{16}{20}=\frac{4}{5}$.

Resposta: $\frac{4}{5}$

6.2. Opção **(B)**; 45%

Recorrendo ao diagrama de caule-e-folhas verifica-se que há 9 livros em que o número de páginas é inferior a 80,6.

Assim, a probabilidade pedida é $\frac{9}{20}=0,45$.

Resposta: 45%

6.3. Os dois livros de aventuras podem ser designados por Av_1 e por Av_2.
O livro de romance pode ser designado por *Rom*.

Os casos possíveis para os empilhar são:

Av_1 Av_2 Rom	Av_2 Av_1 Rom	Av_1 Rom Av_2	Av_2 Rom Av_1	Rom Av_1 Av_2	Rom Av_2 Av_1

Há 6 casos possíveis e 2 casos favoráveis.

Assim, a probabilidade pedida é $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$.

Resposta: $\frac{1}{3}$

7. Opção **(A)**; 18

$\pi < 4 < 7 < \sqrt{50}$

$]\pi, 7] \cap]4, \sqrt{50}[=]4, 7]$

Os números inteiros que pertencem ao conjunto dado são: 5, 6 e 7. A soma destes números é 18.

Resposta: 18

Proposta de Resolução

8. Opção **(D)**; $8-4x+\dfrac{x^2}{2}$

Área do quadrado [*EFGD*]: $(4-x)^2$

Área do triângulo [*EFG*]: $\dfrac{(4-x)^2}{2}=\dfrac{16-8x+x^2}{2}=8-4x+\dfrac{x^2}{2}$

Resposta: $8-4x+\dfrac{x^2}{2}$

9. $(x-2)^2+5=6x$

$(x-2)^2+5=6x \Leftrightarrow x^2-4x+4+5=6x \Leftrightarrow x^2-10x+9=0$

$x=\dfrac{10\pm\sqrt{100-36}}{2} \Leftrightarrow x=\dfrac{10\pm 8}{2} \Leftrightarrow x=9 \vee x=1$

Conjunto-solução: $\{1,\ 9\}$

10.

10.1. $D+\overrightarrow{AB}=D+\overrightarrow{DC}=C$

Resposta: C

10.2. $C(2, f(2))$;

$f(2)=2\times 2^2=8$

$C(2,8)$ e $A(2,0)$

Então, $\overline{AC}=8$.

As diagonais do losango bissetam-se. Então as coordenadas de *D* são $(0,4)$ e as coordenadas de *B* são $(4,4)$.

Então, $\overline{BD}=4$.

Área do losango [*ABCD*]: $\dfrac{\overline{AC}\times\overline{BD}}{2}=\dfrac{8\times 4}{2}=16$

Resposta: 16

Proposta de Resolução

10.3. Em relação ao ponto *E* sabe-se que a ordenada é 4 e que pertence ao gráfico de *f*.

$E(x,4)$ e $f(x)=4$

$f(x)=4 \Leftrightarrow 2x^2=4 \Leftrightarrow x^2=2 \Leftrightarrow x=\sqrt{2} \vee x=-\sqrt{2}$

Como a abcissa de *E* é positiva tem-se: $E\left(\sqrt{2},4\right)$.

10.4. $f(x)\le 9+2\left(x^2-3x\right)$.

$f(x)\le 9+2\left(x^2-3x\right) \Leftrightarrow 2x^2 \le 9+2x^2-6x \Leftrightarrow 6x\le 9 \Leftrightarrow x\le \frac{3}{2}$

Conjunto-solução: $\left]-\infty,\frac{3}{2}\right]$

O conjunto dos números positivos que são solução é dado por:
$\left]-\infty,\frac{3}{2}\right]\cap \mathbb{R}^+ = \left]0,\frac{3}{2}\right]$

Resposta: $\left]0,\frac{3}{2}\right]$

11.

11.1. Opção **(C)**; $\left(0,\sqrt{18}\right)$

$\overline{OB'}=\overline{OB}=\sqrt{3^2+3^2}=\sqrt{18}$ e B' pertence ao semieixo positivo *Oy*.

Então, $B'\left(0,\sqrt{18}\right)$.

Resposta: $\left(0,\sqrt{18}\right)$

11.2. Opção **(A)**; $\left(2,\frac{9}{2}\right)$

$g(x)=\frac{k}{x}$. Sabe-se que $g(3)=3$. Então, $\frac{k}{3}=3 \Leftrightarrow k=9$. $g(x)=\frac{9}{x}$

Como $g(2)=\frac{9}{2}$, conclui-se que o ponto de coordenadas $\left(2,\frac{9}{2}\right)$ pertence ao gráfico de *g*.

Proposta de Resolução

12.

12.1. $\overset{\frown}{AB} = 180 - \overset{\frown}{BC} = 180 - 100 = 80$

$\overset{\frown}{AB} = 80^\circ$

À corda [*AB*] corresponde o arco *AB* de amplitude 80°.

Se [*AB*] for o lado de um polígono regular inscrito na circunferência, então $\frac{360}{80} \in \mathbb{N} \setminus \{1,2\}$.

Como $\frac{360}{80} = 4,5$ e $4,5 \notin \mathbb{N} \setminus \{1,2\}$, conclui-se que [*AB*] não pode representar um lado de um polígono regular inscrito na circunferência.

12.2. Basta atender a que $A\hat{C}B = D\hat{C}E$ (ângulos verticalmente opostos) e $C\hat{B}A = E\hat{D}C = 90^\circ$ (o ângulo *CBA* é inscrito numa semicircunferência).

Como os dois triângulos, de um para o outro, têm dois ângulos iguais são semelhantes (critério AA).

12.3. Se dois triângulos são semelhantes e a razão de semelhança é *r*, então a razão entre as áreas é r^2.

Na ampliação a imagem do triângulo [*CDE*] é o triângulo [*ABC*].

$$r = \frac{\overline{AC}}{\overline{CE}} = \frac{6}{2} = 3.$$

Então a razão entre as áreas dos triângulo [*ABC*] e do triângulo [*CDE*] é igual a r^2, ou seja, 9.

Resposta: 9