www.esffranco.edu.pt
(2016/2017)

2.º TESTE DE MATEMÁTICA A – 12.º 14

1.º Período 22/11/16 Duração: 90 minutos

Nome: N.º:

Classificação: , O professor:

VERSÃO 1

Grupo I

Na resposta a cada um dos itens deste grupo, selecione a única opção correta.

Escreva, na folha de respostas:

- o número do item;
- a letra que identifica a única opção escolhida.

Não apresente cálculos, nem justificações.

1. O Faustino vai adquirir um cartão multibanco, cujo código é uma sequência de 4 algarismos, como, por exemplo, 0252.

Admitindo que o código do cartão do Faustino é atribuído ao acaso, qual é a probabilidade desse código ser uma capicua?

(A) 1% **(B)** 2% **(C)** 3% **(D)** 4%

2. No conjunto finito Ω, espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória, considere os acontecimentos possíveis A e B de Ω.

Pode-se concluir que $P(A \cup B)$ é igual a:

(A) $P(A) \times P(\bar{B} \mid A) + P(\bar{B})$ **(B)** $P(A) + P(B) - P(A \mid B)$

(C) $P(A) \times P(\bar{B} \mid A) + P(B)$ **(D)** $P(A) + P(B) + P(A \mid B)$

3. Considere a sucessão (a_n) definida por $a_n = \dfrac{{}^{n+2}A_3}{n+2}$.

Qual das expressões seguintes pode também definir a sucessão (a_n)?

(A) $2 \times {}^{n+1}A_2$ **(B)** $2 \times {}^{n+1}C_2$ **(C)** $\dfrac{{}^{n+1}A_2}{n!}$ **(D)** $\dfrac{{}^{n+1}C_2}{n!}$

4. De uma certa linha do Triângulo de Pascal, sabe-se que a soma do segundo elemento com o penúltimo é 32.

Qual é o maior número dessa linha?

(A) $11\,440$ **(B)** $12\,870$ **(C)** $19\,448$ **(D)** $24\,310$

5. Segundo dados da Pordata, os cerca de 2 milhões de pensionistas portugueses recebiam, em 2014, uma média de 370 euros.

Admita que a variável aleatória «valor da pensão em Portugal em 2014» segue uma distribuição normal de desvio padrão 50 euros.

Nesse ano, quantos milhões de pensionistas, aproximadamente, recebiam entre 320 e 470 euros?

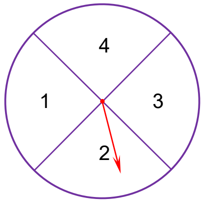
(A) $1{,}5$ **(B)** $1{,}6$ **(C)** $1{,}8$ **(D)** $1{,}9$

Grupo II

Nas respostas a cada um dos itens deste grupo apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.

Atenção: quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

1. Na figura está representado um círculo dividido em quatro sectores circulares iguais, numerados de 1 a 4.



1.1. Estão disponíveis oito cores para pintar este círculo. Pretende-se que sejam respeitadas as seguintes condições:

- todos os sectores devem ser pintados;
- cada sector é pintado com uma única cor;
- sectores com um raio em comum não podem ficar pintados com a mesma cor.

1.1.1. De quantas maneiras diferentes pode o círculo ficar pintado se forem usadas duas ou três cores diferentes?

1.1.2. Admita que se pinta o círculo com quatro cores diferentes.

Seja A o acontecimento «um dos sectores tem cor verde».

Mostre que os acontecimentos A e $\bar{A}$ são equiprováveis.

1.2. Considere a experiência de se rodar cinco vezes o sector circular e anotar o número indicado pelo ponteiro.

Determine a probabilidade de sair, pelo menos uma vez, o número 2.

Apresente o resultado na forma de dízima, com arredondamento às centésimas.

2. Durante a Web Summit que decorreu entre 7 e 10 de novembro em Lisboa, houve, entre os participantes, algumas centenas de oradores convidados.

2.1. De entre esses oradores, sabe-se que:

- $17{,}6\%$ eram do sexo feminino;
- $4{,}4\%$ eram portugueses;
- $78{,}3\%$ eram homens estrangeiros.

2.1.1. Escolhe-se, ao acaso, um dos oradores do sexo feminino da Web Summit.

Qual é a probabilidade de essa oradora ser portuguesa?

Apresente o resultado em percentagem, arredondado às décimas.

2.1.2. Considere um qualquer grupo de 10 oradores da Web Summit.

Qual é a probabilidade de nesse grupo haver apenas 3 do sexo feminino?

Apresente o resultado na forma de dízima, com quatro casas decimais.

2.2. Um dos temas das diversas conferências foi sobre o empreendedorismo.

Admita que estiveram presentes 15 oradores, 4 deles provenientes de países asiáticos.

Considere o problema seguinte.

«*Cada um dos 15 oradores foi apresentar as suas ideias. Supondo que as apresentações foram feitas sucessivamente e ao acaso, qual é a probabilidade de os primeiros 3 oradores terem sido provenientes de países asiáticos?*»

Apresentam-se, em seguida, duas respostas.

Resposta I: $\frac{4}{15} \times \frac{3}{14} \times \frac{2}{13} \times 3!$ Resposta II: $\frac{{}^{4}C_{3}}{{}^{15}C_{3}}$

Apenas uma das respostas está correta. Elabore uma composição na qual:

- identifique a resposta correta;
- explique um raciocínio que conduza à resposta correta;
- proponha uma alteração na expressão correspondente à resposta incorreta, de modo a torná-la correta;
- explique, no contexto do problema, a razão da alteração proposta.

3. Um saco tem seis bolas indistinguíveis ao tato e numeradas de 1 a 6. Apenas as bolas com os números 1 e 2 são brancas.

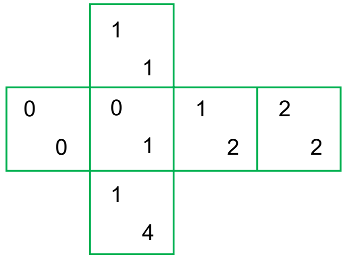
Considere a experiência aleatória que consiste em retirar desse saco, ao acaso, uma a uma, todas as bolas dispondo-as numa fila.

Seja X a variável aleatória «número de bolas brancas no conjunto das primeiras duas bolas retiradas».

Construa a tabela de distribuição de probabilidades da variável X.

Apresente as probabilidades na forma de fração.

4. Considere ao lado a planificação de um dado equilibrado.



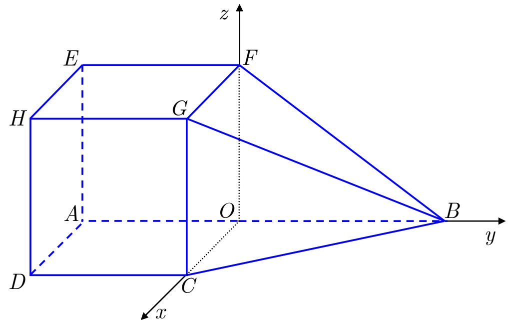
Tal como se pode observar na figura, existem dois algarismos em cada face.

Lança-se este dado uma só vez e observam-se os algarismos da face que fica voltada para cima.

Seja Y a variável aleatória «*produto dos dois algarismos saídos nessa face*».

Construa a tabela de distribuição de probabilidades e, sem recorrer à calculadora, determine o valor médio de Y.

5. Na figura está representado, em referencial o.n. $Oxyz$, o sólido $[ABCDEFGH]$, que pode ser decomposto num cubo e numa pirâmide quadrangular oblíqua.



Os vértices A e B pertencem ao eixo Oy, o vértice C pertence ao eixo Ox e o vértice F pertence ao eixo Oz.

5.1. Escolhem-se, ao acaso, duas arestas do sólido.

Qual é a probabilidade de apenas uma dessas arestas ser estritamente paralela ao plano xOy ?

5.2. Escolhem-se agora, também ao acaso, três faces do sólido.

Sejam S e T os acontecimentos:

S: «As faces contêm o vértice B»

T: «As faces são perpendiculares ao eixo Ox»

Determine $P(S \mid \overline{T})$.

FIM

COTAÇÕES

Grupo I (40 pontos)	Cada resposta certa: 8	Cada questão errada, não respondida ou anulada: 0

Grupo II (160 pontos)	1................46 1.1.1....14 1.1.2....18 1.2........14	2................50 2.1.1...18 2.1.2...14 2.2.......18	3................18	4................18	5................28 5.1.......14 5.2.......14

Formulário

$\mu = x_1 p_1 + \cdots + x_n p_n$

$\sigma = \sqrt{(x_1 - \mu)^2 p_1 + \cdots + (x_n - \mu)^2 p_n}$

Se X é $N(\mu, \sigma)$, então

$P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) \approx 0{,}6827$

$P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) \approx 0{,}9545$

$P(\mu - 3\sigma < X < \mu + 3\sigma) \approx 0{,}9973$