www.esffranco.edu.pt
(2021/2022)

4.º TESTE DE MATEMÁTICA A – 11.º 6

2.º Período **21/03/2022** **Duração: 90 minutos**

Nome: **N.º:**

Classificação: ___ ___ , ___ **O professor:**

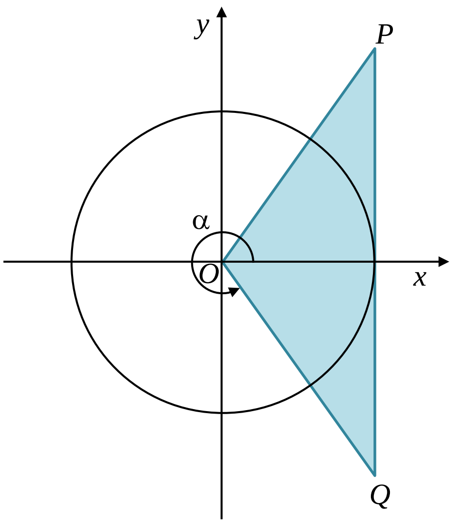
Na resposta aos itens de escolha múltipla, seleciona a opção correta. Escreve na folha de respostas o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Na resposta aos restantes itens, apresenta todos os cálculos que tiveres de efetuar e todas as justificações necessárias. Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresenta sempre o valor exato.

---

1. Na figura ao lado, estão representados, em referencial o.n. xOy :

- a circunferência trigonométrica;
- o triângulo isósceles $[OPQ]$, sendo PQ a reta de equação $x = 1$;
- o ângulo, de amplitude α, que tem por lado origem o semieixo positivo Ox e por lado extremidade a semirreta $\dot{O}Q$.



Sabe-se que a área do triângulo $[OPQ]$ é igual a $\sqrt{2}$.
Justifica que a ordenada do ponto Q é $-\sqrt{2}$ e calcula

$$\operatorname{sen}\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) - 5\cos(\alpha - \pi) .$$

2. Por causa do mar revolto, um navio aproxima-se devagar de um porto de abrigo.

Seja $d(t)$ a distância, em milhas náuticas, do navio ao porto de abrigo, t horas após as zero horas de um certo dia.

Admita que $d(t) = 5\cos(0{,}3t) - t + 20$, com $t \in [0, 20]$ (o argumento da função cosseno está expresso em radianos).

Houve dois instantes em que o navio esteve à distância de 4 milhas náuticas do porto de abrigo.

Determina, recorrendo às capacidades gráficas da calculadora, o tempo que decorreu entre esses instantes.

Apresenta o resultado em horas e minutos (minutos arredondados às unidades).

Na tua resposta:

– apresenta uma equação que te permita resolver o problema;

– reproduz, num referencial, o(s) gráfico(s) da(s) função(ões) visualizado(s) na calculadora que te permite(m) resolver a equação, e apresenta as coordenadas do(s) ponto(s) relevante(s) arredondadas às centésimas.

Se, nos cálculos intermédios, procederes a arredondamentos, conserva, no mínimo, duas casas decimais.

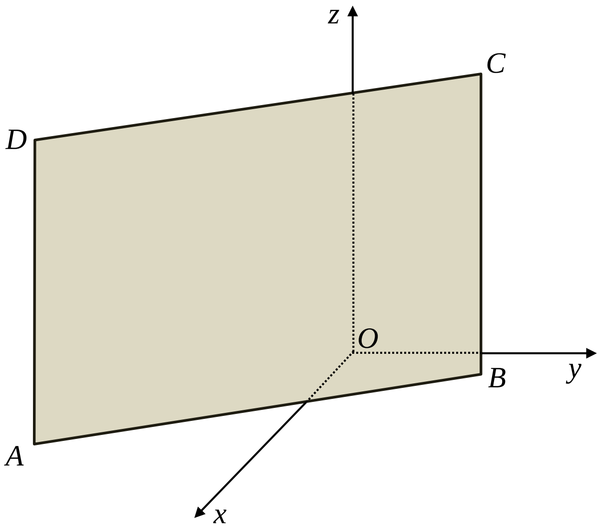
3. Na figura junta, está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, um retângulo $[ABCD]$, perpendicular ao plano xOy e onde o lado $[AB]$ está contido nesse plano.

Sabe-se que:

• o vértice A tem coordenadas $(4,-3,0)$;

• o vértice C tem coordenadas $(1,2,4)$.

• a reta r é perpendicular ao plano ABC e está definida por $(x,y,z)=(1,1,1)+k(5,3,0), k\in\mathbb{R}$.



3.1. Qual é o valor de $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BD}$?

(A) 62 **(B)** 57

(C) -45 **(D)** -34

3.2. Determina, na forma $ax+by+cz+d=0$, uma equação do plano ABC.

3.3. Determina um valor aproximado da amplitude do ângulo AOC.

Apresenta o resultado em graus, arredondado às unidades.

Sempre que, nos cálculos intermédios, procederes a arredondamentos, conserva, pelo menos, duas casas decimais.

4. De uma progressão aritmética (u_n), sabe-se que $u_3=20=3u_8$.

Determina o 50.º termo de (u_n).

5. A soma dos primeiros n múltiplos de 4 é igual a 3444.

Determina n.

6. A Isolina quer poupar dinheiro para comprar um bom computador (à volta dos 1000 euros) e, por isso, começou a guardar dinheiro do seguinte modo:

• no dia 1 de março, guardou 1 cêntimo;

• no dia 2 de março, guardou 2 cêntimos;

• no dia 3 de março, guardou 4 cêntimos;

• no dia 4 de março, guardou 8 cêntimos;

• e assim sucessivamente.

Se a Isolina conseguir guardar dinheiro nessas condições, será que vai conseguir, em três semanas, comprar o computador pretendido?

Justifica a resposta.

7. O Darlão comprou 500 ações de uma empresa e pagou $3{,}7$ euros por cada uma.
Ele prevê que essas ações se valorizem 2% por semana.
Qual é, em euros e com aproximações às unidades, o valor das ações do Darlão daqui a um ano?

(A) 2590 **(B)** 5181 **(C)** $10\ 361$ **(D)** $20\ 722$

8. Considera a sucessão (a_n), decrescente e de termos superiores a 1, definida por $\begin{cases} a_1 = 5 \\ a_{n+1} = \sqrt{\dfrac{a_n + 3}{2}}, \ \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$.

8.1. Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

(A) (a_n) é uma progressão aritmética. **(B)** (a_n) é uma progressão geométrica.

(C) O segundo termo de (a_n) é $\dfrac{\sqrt{10}}{2}$. **(D)** O terceiro termo de (a_n) é $\dfrac{\sqrt{10}}{2}$.

8.2. Justifica que (a_n) é convergente e determina $\lim a_n$.

9. Considera a sucessão (b_n), definida por $b_n = \dfrac{3n(-1)^n + 5}{n+5}$.

Quanto ao valor de $\lim b_n$:

(A) é igual a -3 ou a 3; **(B)** é igual a -3;

(C) é igual a 3; **(D)** não existe.

10. Calcula:

10.1. $\lim\left(\sqrt{4n^2 - 3n} - 2n\right)$

10.2. $\lim \dfrac{7^n + 2^{3n+5}}{8^{n+1} + 7^{n-2}}$

11. Considera as sucessões (u_n) e (v_n) definidas, respetivamente, por:

$\begin{cases} u_1 = 0 \\ u_{n+1} = \dfrac{u_n}{6} - 10, \ \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$ e $v_n = u_n + 12$.

11.1. Justifica que (v_n) é uma progressão geométrica de termo geral $v_n = 2 \times 6^{2-n}$.

11.2. Indica o valor da soma de todos os termos de (v_n).

(A) $-\dfrac{33}{2}$ **(B)** $-\dfrac{51}{6}$ **(C)** $\dfrac{72}{5}$ **(D)** $\dfrac{259}{18}$

FIM

COTAÇÕES

Item Cotação (em pontos)																
1.	**2.**	**3.1.**	**3.2.**	**3.3.**	**4.**	**5.**	**6.**	**7.**	**8.1.**	**8.2.**	**9.**	**10.1.**	**10.2.**	**11.1.**	**11.2.**	
17	14	8	14	17	14	14	14	8	8	14	8	14	14	14	8	**200**

Formulário

Progressões

Soma dos n primeiros termos de uma progressão (u_n):

Progressão aritmética: $\frac{u_1 + u_n}{2} \times n$

Progressão geométrica: $u_1 \times \frac{1 - r^n}{1 - r}$