

2.º TESTE DE MATEMÁTICA A – 11.º 6

1.º Período

06/12/2021

Duração: 90 minutos

Nome:

N.º:

Classificação:

--	--	--

O professor:

Na resposta aos itens de escolha múltipla, seleciona a opção correta. Escreve na folha de respostas o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Na resposta aos restantes itens, apresenta todos os cálculos que tiveres de efetuar e todas as justificações necessárias. Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresenta sempre o valor exato.

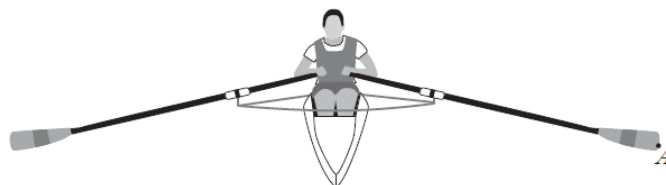
1. Numa das variantes do Remo, cada barco tem um único remador que utiliza dois remos iguais.

Considera um ponto A situado na extremidade de um dos remos, como se ilustra na figura ao lado.

Seja h a função que dá a cota, em centímetros, do ponto A , relativamente à superfície da água, durante aquele percurso, t segundos após o seu início.

Admite que a função h é definida por $h(t) = 5 + 20 \cos(0,625\pi t)$, com $0 \leq t \leq 5$.

O argumento da função cosseno está em radianos.



- 1.1. Quantos segundos se passaram (com arredondamentos às centésimas), logo após o início da contagem, até o ponto A ter uma cota igual a 1 dm?

(A) 0,67

(B) 0,90

(C) 0,13

(D) 1,55

- 1.2. Entre os três e os cinco segundos após o início da contagem, a cota do ponto A atingiu o seu máximo. Passado algum tempo, essa cota foi nula.

Determina, recorrendo às capacidades gráficas da calculadora, quantos segundos se passaram.

Na tua resposta:

- reproduz, num referencial, o(s) gráfico(s) da(s) função(ões) visualizado(s) na calculadora que te permite(m) resolver o problema;
- determina as abcissas de eventuais pontos com arredondamento às centésimas;
- apresenta o valor pedido arredondado às centésimas.

Adaptado do Exame Nacional de Matemática B, 1.ª fase de 2020



2. Considera a função f , de domínio \mathbb{R} , definida por $f(x) = \frac{\text{sen}(4x)}{2}$.

2.1. Qual é o período positivo mínimo da função f ?

- (A) π (B) 2π (C) $\frac{\pi}{2}$ (D) $\frac{3\pi}{2}$

2.2. Escreve uma expressão geral dos zeros da função f .

2.3. Determina os valores possíveis para o número real a de modo que seja possível a condição seguinte.

$$f(x) = \frac{2-a}{6} \wedge x \in \left]0, \frac{\pi}{4}\right[$$

3. Seja f a função, de domínio $\left]\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right[$, definida por $f(x) = 3 \text{tg}^2(2x)$.

Resolve os itens seguintes sem usar a calculadora.

3.1. Seja θ um elemento do domínio de f tal que $f(\theta) = 15$.

Determina $\cos(2\theta)$.

3.2. Considera agora a função g , também de domínio $\left]\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right[$, definida por $g(x) = \sqrt{3} \text{tg}(2x)$.

Os gráficos de f e g interseitam-se em um ou mais pontos.

Determina a(s) abscissa(s) desse(s) ponto(s).

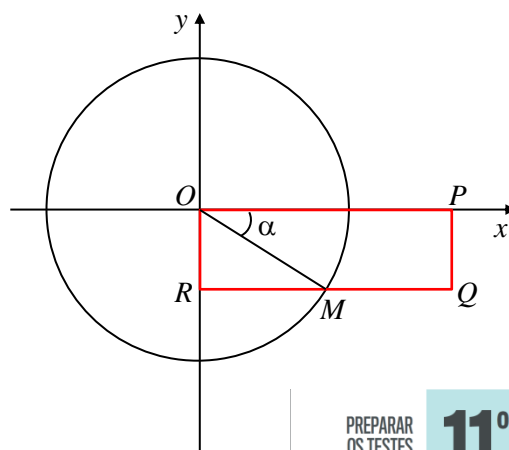
4. Na figura ao lado, está representada a circunferência trigonométrica e o retângulo $[OPQR]$.

Considera um ponto M que se desloca ao longo da circunferência, no quarto quadrante. O ponto P desloca-se ao longo do eixo Ox , de tal modo que M é sempre o ponto médio do segmento $[QR]$.

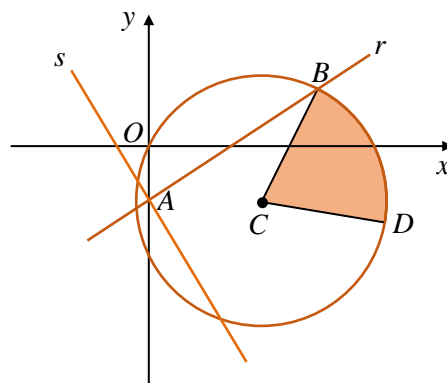
Sendo α a amplitude, em radianos, do ângulo POM , qual das expressões seguintes dá o perímetro do retângulo $[OPQR]$, em função de α ?

(A) $\text{sen } \alpha - \frac{\text{cos } \alpha}{2}$ (B) $4 \text{sen } \alpha - 2 \text{cos } \alpha$

(C) $\text{cos } \alpha - \frac{\text{sen } \alpha}{2}$ (D) $4 \text{cos } \alpha - 2 \text{sen } \alpha$

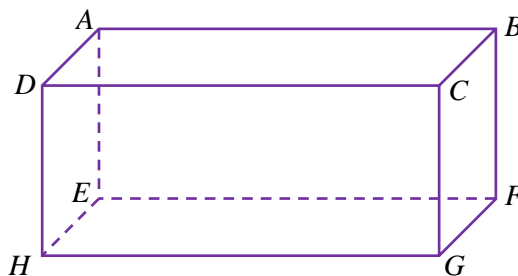


5. Considera, no referencial o.n. xOy da figura:
- a circunferência de centro $C(2,-1)$ que contém a origem do referencial;
 - a reta r , que contém os pontos $A(0,-1)$ e $B(3,1)$;
 - a reta s , definida por $y = -\frac{5}{3}x - 1$ e que interseca r no ponto A .



- 5.1. Verifica se as retas r e s são perpendiculares.
- 5.2. Escreve a equação reduzida da reta p , perpendicular à reta s e que passa no ponto C .
- 5.3. Qual é, arredondado à centésima do radiano, o valor da inclinação da reta s ?
 (A) 1,06 (B) 1,03 (C) 2,11 (D) 2,08
- 5.4. Para um certo número real não nulo k , o vetor $\vec{u}(k, 2-3k)$ é perpendicular ao vetor \overrightarrow{AB} . Qual é o valor de k ?
 (A) $\frac{5}{6}$ (B) $\frac{4}{3}$ (C) $-\frac{4}{3}$ (D) $-\frac{5}{6}$
- 5.5. Determina um valor aproximado da amplitude do ângulo ACB . Apresenta o resultado em graus, arredondado às décimas. Sempre que, nos cálculos intermédios, procederes a arredondamentos, conserva, pelo menos, duas casas decimais.
- 5.6. Tal como sugere a figura, o ponto D pertence à circunferência. Sabendo que $\overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CD} = \frac{5}{2}$, determina o valor da área da região sombreada.

6. Considera o prisma quadrangular regular $[ABCDEFGH]$ da figura, onde se sabe que $\overline{AB} = 2\overline{AD}$.



- 6.1. Supõe, nesta alínea, que $\overline{AB} = 8$.
 Calcula $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CA}$.
- 6.2. Determina o volume do prisma sabendo que:
 $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AG} = 50$

FIM

COTAÇÕES



Item																
Cotação (em pontos)																
1.1.	1.2.	2.1.	2.2.	2.3.	3.1.	3.2.	4.	5.1.	5.2.	5.3.	5.4.	5.5.	5.6.	6.1.	6.2.	200
8	14	8	11	14	14	18	8	11	14	8	8	18	14	14	18	