

# 5.º TESTE DE MATEMÁTICA A – 11.º 11

3.º Período

29/05/2024

Duração: 90 minutos

Nome:

N.º:

Classificação:

--	--	--

O professor:

Na resposta aos itens de escolha múltipla, seleciona a opção correta. Escreve na folha de respostas o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Na resposta aos restantes itens, apresenta todos os cálculos que tiveres de efetuar e todas as justificações necessárias. Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresenta sempre o valor exato.

1. Determina a soma dos primeiros mil múltiplos de 8.

2. Na tabela a seguir estão os pontos e os golos marcados pelas primeiras doze equipas de futebol da principal liga de futebol de Portugal, nesta temporada de 2023/24.

N.º de pontos ( $x$ )	90	80	72	68	63	55	46	42	38	37	37	36
N.º de golos marcados ( $y$ )	96	77	63	71	52	36	54	37	38	46	38	42

2.1. O Estoril Praia ficou em 13.º lugar e a média de pontos dessas primeiras 13 equipas é aproximadamente igual a 53,615.

Determina, justificando, quantos pontos (com aproximação às unidades) teve o Estoril.

Se usares aproximações, considera três casas decimais.

2.2. Considera a distribuição onde  $x$  é a variável explicativa e  $y$  a variável resposta.

2.2.1. Qual é, arredondado às décimas, o coeficiente de correlação linear desta distribuição?

(A)  $-0,8$

(B)  $-0,5$

(C)  $0,9$

(D)  $0,6$

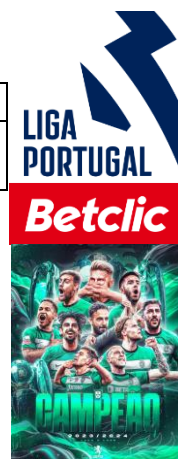
2.2.2. O Boavista FC ficou em 15.º lugar, com 39 golos marcados. Será que o modelo de regressão linear de  $y$  sobre  $x$  (obtido a partir dos dados da tabela) é adequado? Estima o número de pontos do Boavista FC.

Na tua resposta, apresenta:

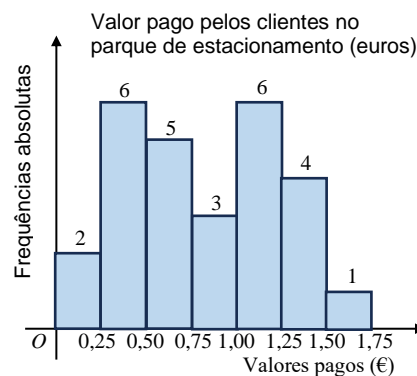
– a equação reduzida da reta de regressão linear de  $y$  sobre  $x$ , com os valores dos parâmetros arredondados às centésimas;

– o número de pontos do Boavista FC, arredondado às unidades;

– a razão de o modelo de regressão linear de  $y$  sobre  $x$  ser ou não adequado.



3. No final de um turno, um funcionário de um parque de estacionamento analisou os valores pagos, em euros, por 27 clientes e construiu o histograma de frequências absolutas ao lado.



Usando a calculadora gráfica, determina a percentagem de clientes que pertencem ao intervalo  $[0, \bar{x} + s[$ .

Explica como procedeste, determinando  $\bar{x}$  e  $s$  com duas casas decimais.

Apresenta o valor pedido arredondado às décimas.

4. Dado um número real  $k$ , considera a equação  $\sqrt{x+k} = -2k$ .

Pode concluir-se que essa equação:

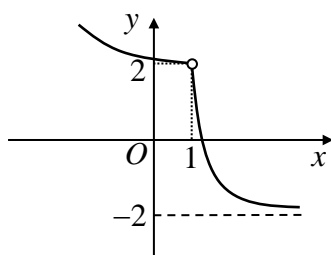
- (A) não tem soluções, para qualquer  $k$ ;                      (B) tem duas soluções, para qualquer  $k$ ;  
 (C) tem uma solução se  $k \in [0, +\infty[$ .                      (D) tem uma solução se  $k \in ]-\infty, 0]$ .

5. Seja  $h$  uma função, de domínio  $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ , tal que:

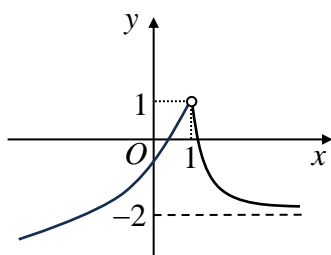
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = -2$ ;
- $\lim_{x \rightarrow 1^-} h(x) = 2$ ;
- $h'(-1) > 0$ .

Em cada um dos referenciais o.n.  $xOy$  seguintes, I, II e III, estão representadas parte do gráfico de uma função e a assíntota a esse gráfico.

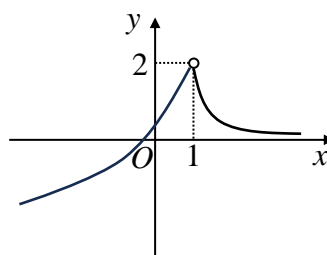
(I)



(II)



(III)

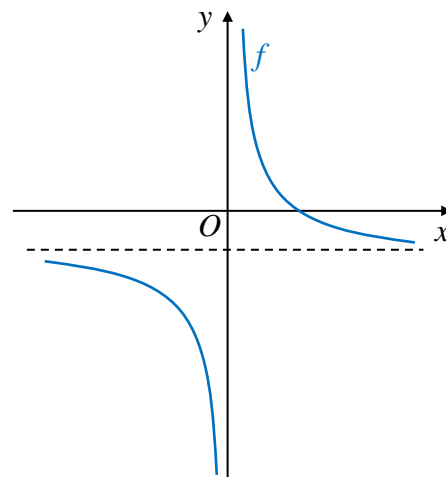


Justifica que em nenhum dos referenciais anteriores pode estar representada parte do gráfico da função  $h$ .

Na tua resposta, apresenta, para cada um dos referenciais, uma razão que justifique a impossibilidade de nele estar representada parte do gráfico da função  $h$ .



6. Na figura ao lado, está representada parte do gráfico da função  $f$ , de domínio  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ , definida por  $f(x) = \frac{2-x}{x}$ , juntamente com as assíntotas desse gráfico.



6.1. Seja  $(a_n)$  a sucessão de termo geral  $a_n = \frac{2^n + 7^n}{2^{3n}}$ .

Qual é o valor de  $\lim_{n \rightarrow \infty} f(a_n)$ ?

- (A)  $-\infty$       (B)  $+\infty$       (C) 0      (D) -1

6.2. Sem usar a calculadora, resolve a condição  $f(x) \geq 8$ .

Apresenta o conjunto solução usando a notação de intervalos de números reais.

7. Considera as funções  $f$  e  $g$ , ambas de domínio  $\mathbb{R}$ , definidas, respetivamente, por

$$f(x) = 2x^3 - \frac{x^2}{2} - 14x - 5 \quad \text{e} \quad g(x) = x^3 + \frac{9}{2}x^2.$$

7.1. Qual é o valor de  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f+g)(x)$ ?

- (A) 3      (B) 0      (C)  $-\infty$       (D)  $+\infty$

7.2. Sem usar a calculadora, determina a equação reduzida da reta tangente ao gráfico da função  $f$  no ponto de abcissa  $-2$ .

8. Uma empresa está a desenvolver um programa de testes para melhorar a propulsão de foguetes. Os foguetes utilizados partem do solo e seguem uma trajetória vertical.



Em relação a um dos modelos de foguete utilizados, admite que, após o lançamento e até se esgotar o combustível, a sua distância ao solo,  $a$ , em metros, é dada, a cada instante  $t$ , em segundos, por

$$a(t) = 0,6t^3 - 3t^2 + 5,7t, \quad \text{com } t \in [0, 8]$$

8.1. Qual é, em metros por segundo, a velocidade média do foguete nos primeiros 3 segundos?

- (A) 6,3      (B) 5,7      (C) 3,2      (D) 2,1

8.2. Calcula e interpreta a taxa de variação da função  $a$  no instante  $t = 5$ .

Adaptado do Exame Nacional de Matemática A, 1.ª fase de 2023

9. Considera a função  $g$ , de domínio  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ , definida por  $g(x) = \begin{cases} \frac{6}{x} & \text{se } x < 2 \\ \frac{x^3 - 3x - 2}{6 - 3x} & \text{se } x > 2 \end{cases}$ .

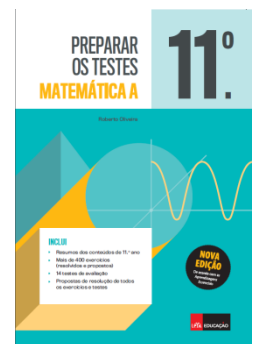
Resolve os itens seguintes sem recorrer à calculadora.

9.1. Verifica se existe  $\lim_{x \rightarrow 2} g(x)$ .

9.2. Usando a definição de derivada, calcula  $g'(-3)$ .

FIM





### COTAÇÕES

Item															
Cotação (em pontos)															
1.	2.1.	2.2.1.	2.2.2.	3.	4.	5.	6.1.	6.2.	7.1.	7.2.	8.1.	8.2.	9.1.	9.2.	200
16	16	8	16	16	8	16	8	16	8	16	8	16	16	16	

## Formulário

### Progressões

Soma dos  $n$  primeiros termos de uma progressão  $(u_n)$  :

**Progressão aritmética:**  $\frac{u_1 + u_n}{2} \times n$

**Progressão geométrica:**  $u_1 \times \frac{1 - r^n}{1 - r}$