

4.º TESTE DE MATEMÁTICA A – 11.º 11

2.º Período

14/03/2024

Duração: 90 minutos

Nome:

N.º:

Classificação:

--	--	--

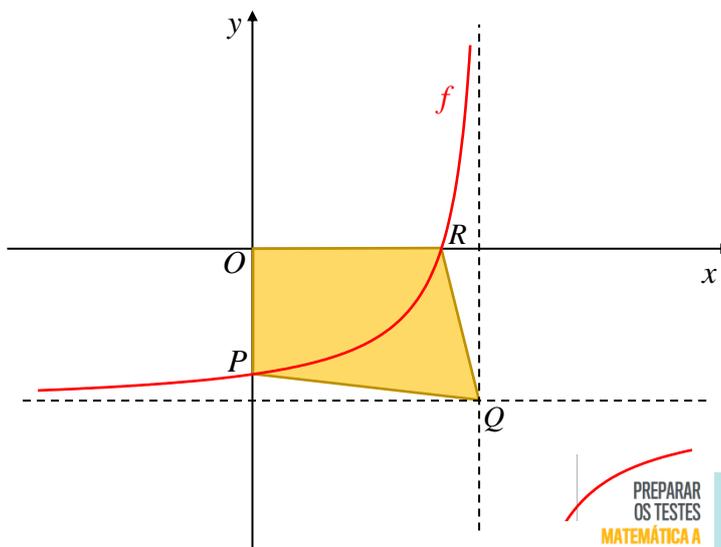
O professor:

Na resposta aos itens de escolha múltipla, seleciona a opção correta. Escreve na folha de respostas o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Na resposta aos restantes itens, apresenta todos os cálculos que tiveres de efetuar e todas as justificações necessárias. Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresenta sempre o valor exato.

1. No referencial o.n. xOy da figura, estão representados:

- parte do gráfico da função f , de domínio $\mathbb{R} \setminus \{3\}$, definida por $f(x) = \frac{5-2x}{x-3}$;
- as assíntotas ao gráfico da função f , a tracejado;
- o quadrilátero $[OPQR]$, sendo P o ponto do gráfico de f e do eixo Oy , Q o ponto de interseção das assíntotas e R o ponto do gráfico de f e do eixo Ox .



Resolve as alíneas seguintes usando processos analíticos.

1.1. Determina a área do quadrilátero $[OPQR]$.

1.2. Resolve a condição $f(x) \leq 2$.

Apresenta o conjunto solução usando a notação de intervalos de números reais.

2. Considera a função $f :]-\infty, 4] \rightarrow [-2, +\infty[$, definida por $f(x) = \sqrt{4-x} - 2$.

2.1. Qual das expressões seguintes pode ser a expressão analítica da função f^{-1} , função inversa de f ?

(A) $\frac{x+2}{2} - 4$

(B) $\frac{x+2}{2} + 4$

(C) $4 + (x+2)^2$

(D) $4 - (x+2)^2$

2.2. Sem usar a calculadora, resolve a equação $f(x) = 2x - 4$.

2.3. Recorrendo à calculadora gráfica, resolve a inequação $f(x) \leq x^2 + 2x - 1$.

Na tua resposta, debes:

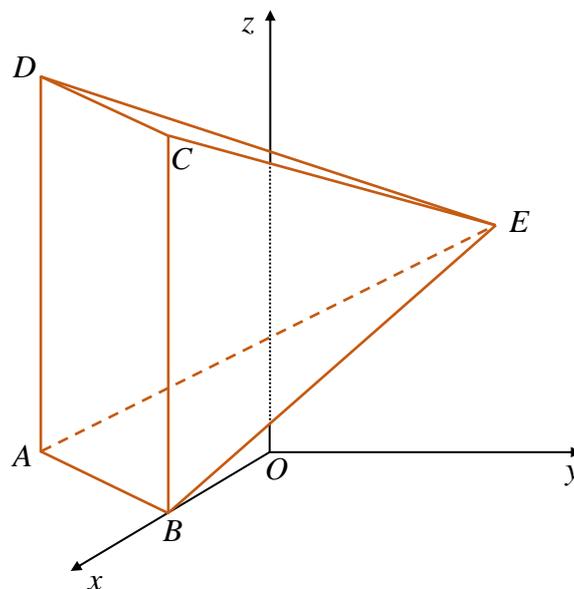
- reproduzir, num referencial, o gráfico da função ou os gráficos das funções que tiveres necessidade de visualizares, devidamente identificado(s);
- apresentares os valores relevantes, arredondados às centésimas.



3. Considera, no referencial o.n. $Oxyz$ da figura, a pirâmide não reta $[ABCDE]$, de base retangular.

Sabe-se que:

- o vértice A pertence ao eixo Oy e tem ordenada -3 ;
- o vértice B pertence ao eixo Ox ;
- o vértice C tem cota positiva;
- a reta BC é paralela ao eixo Oz ;
- o plano BCE está definido por $x - 2y - 4z = 0$.



3.1. Sabe-se que $\|\vec{AC}\| = \sqrt{50}$.

Qual é cota do vértice C ?

- (A) $\frac{26}{5}$ (B) $\frac{31}{5}$
 (C) 5 (D) 6

3.2. Considera a reta r que contém o ponto $P(2,0,-3)$ e é perpendicular ao plano BCE .

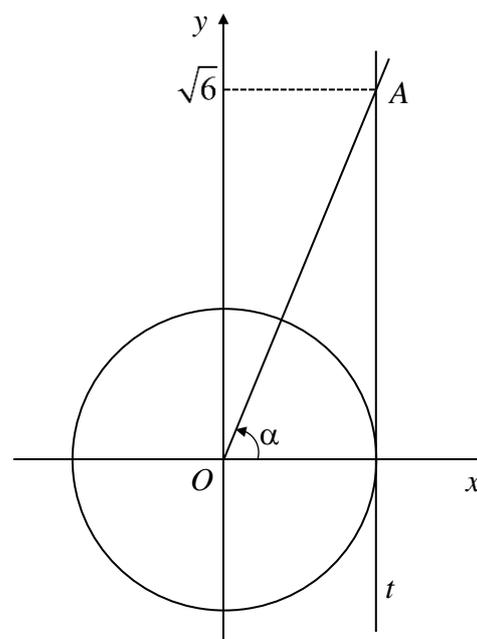
Determina as coordenadas do ponto de interseção entre a reta r e o plano yOz .

4. Considera, na circunferência trigonométrica da figura:

- a reta t , tangente à circunferência no ponto $(1,0)$;
- a semirreta \dot{OA} , sendo A um ponto da reta t de ordenada $\sqrt{6}$;
- o ângulo, de amplitude α , que tem por lado origem o semieixo positivo Ox e por lado extremidade a semirreta \dot{OA} .

Sem recorrer à calculadora, determina o valor de

$$\operatorname{tg}^2 \alpha + \sqrt{7} \times \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$$



5. Dado um número real k , seja (a_n) a sucessão, de termos negativos e convergente, definida por recorrência por

$$\begin{cases} a_1 = k \\ a_{n+1} = \frac{6}{a_n} - 5, \quad \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

5.1. Supondo que $a_2 = -9$, qual é o valor de k ?

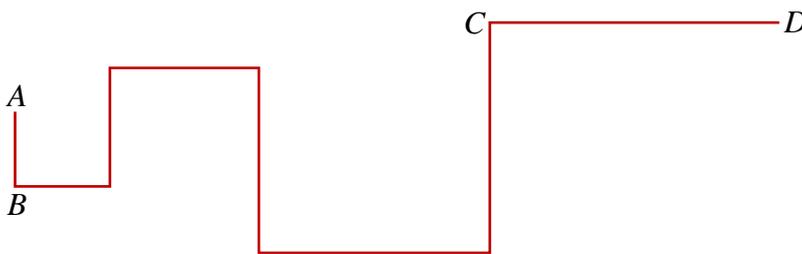
- (A) $-2,1$ (B) $-1,9$ (C) $-\frac{3}{2}$ (D) $-\frac{6}{5}$

5.2. Supõe agora que $k = -2$.

Determina, sem usar a calculadora, $\lim a_n$.



6. A figura representa uma linha poligonal simples que começou a ser construída, no chão de um pavilhão, a partir do segmento de reta $[AB]$.



O segundo segmento de reta, com uma das extremidades em B , é 1,25 maior do que o primeiro segmento, o terceiro segmento é 1,25 maior do que o segundo, e assim sucessivamente, sendo cada segmento de reta 1,25 maior do que o anterior.

Continuando a construção da linha poligonal, do modo acima descrito, construíram-se oito segmentos de reta, com o comprimento total de 162,5445 metros.

Determine o comprimento do oitavo segmento, de reta, $[CD]$.

Apresente o valor pedido em metros, arredondado às unidades.

7. Seja a um número real tal que $3 < a < 8$.

Pode concluir-se que $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^{2n-1} - 2 \times 6^{n+5}}{3^{2n+2} + a^{n+10}}$ é igual a:

- (A) $\frac{2}{3}$ (B) $\frac{1}{27}$ (C) $\frac{2}{3+a}$ (D) $\frac{1}{a}$

8. Calcula, sem usar a calculadora, $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{4n^2 + 5n} - 2n)$.

9. Considera as sucessões (u_n) e (v_n) definidas, respetivamente, por:

$$\begin{cases} u_1 = 23 \\ u_{n+1} = \frac{u_n - 8}{5}, \forall n \in \mathbb{N} \end{cases} \quad \text{e} \quad v_n = u_n + 2.$$

- 9.1. Justifica que (v_n) é uma progressão geométrica de termo geral $v_n = 5^{3-n}$.

- 9.2. Qual é o valor da soma de todos os termos de (v_n) ?

- (A) $\frac{125}{8}$ (B) $\frac{125}{4}$ (C) $-\frac{25}{2}$ (D) $-\frac{75}{2}$



FIM



COTAÇÕES

Item															
Cotação (em pontos)															
1.1.	1.2.	2.1.	2.2.	2.3.	3.1.	3.2.	4.	5.1.	5.2.	6.	7.	8.	9.1.	9.2.	200
16	16	8	16	16	8	16	16	8	16	16	8	16	16	8	

Formulário

Progressões

Soma dos n primeiros termos de uma progressão (u_n) :

Progressão aritmética: $\frac{u_1 + u_n}{2} \times n$

Progressão geométrica: $u_1 \times \frac{1 - r^n}{1 - r}$